ELETROTÉCNICA – CAT124

O INDUTOR E OS CIRCUITOS MAGNÉTICOS

Adrielle C. Santana

Força Magnetizante

A força magnetomotriz por unidade de comprimento é chamada de **força magnetizante** (H).

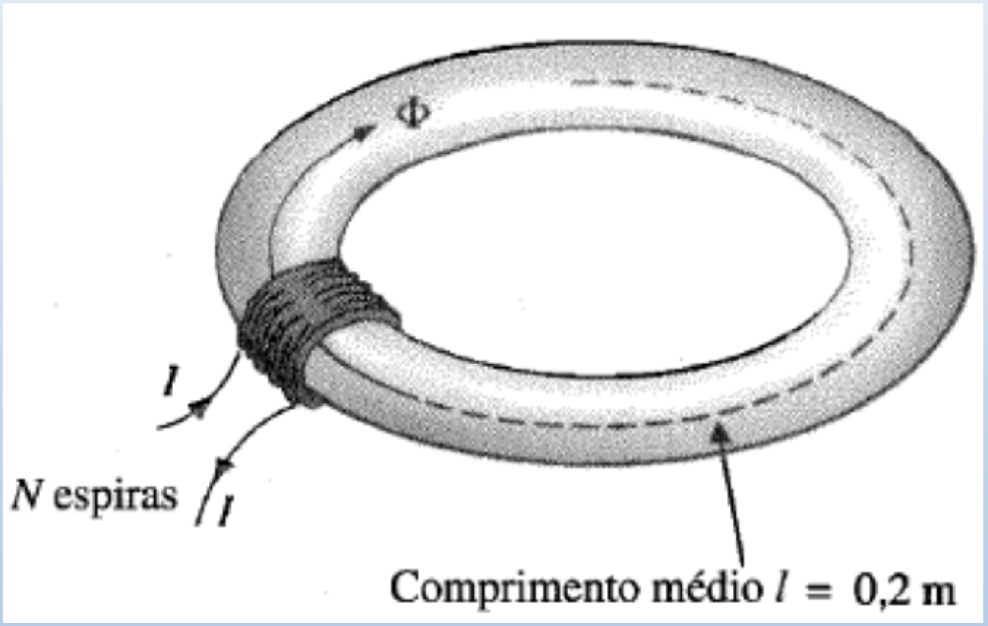
$$H = \frac{\mathcal{F}}{l} \quad \text{(Ae/m)}$$

ou

$$H = \frac{NI}{l}$$

Força Magnetizante

Exemplo:



Se NI=40 Ae e l=0,2m então:

$$H = \frac{40}{0.2} = 200\ Ae/m$$

Força Magnetizante

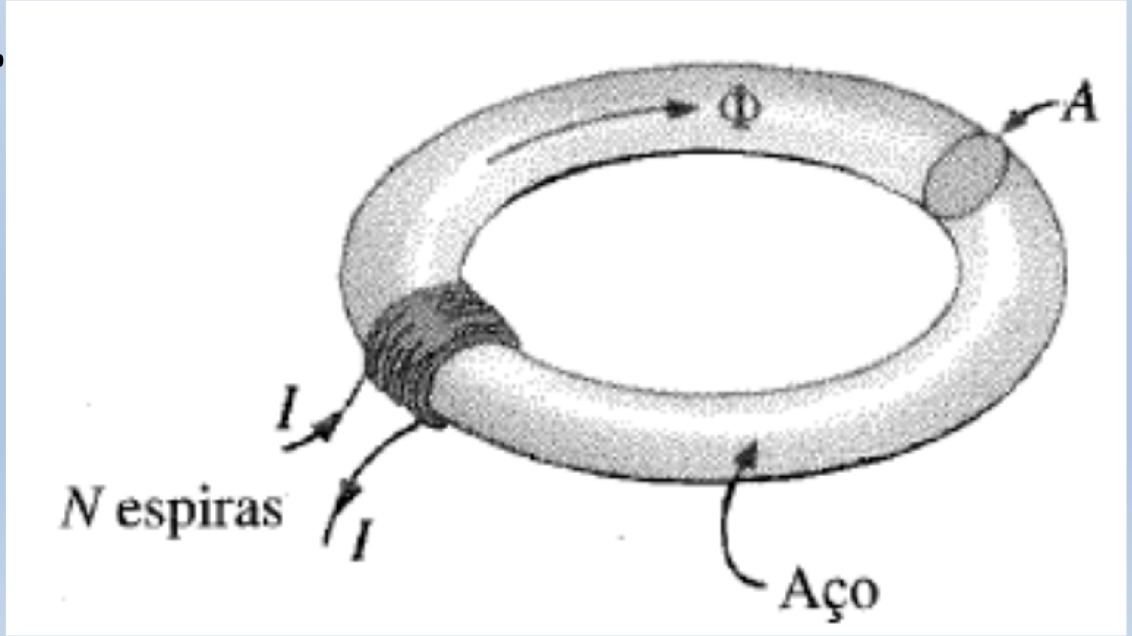
- Esta força é independente do material do núcleo.
- Ela afeta a permeabilidade magnética de um material magnético.
- Se relaciona com a densidade de fluxo por:

$$B = \mu_0 H$$

- No SI μ_0 é definido como $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ Wb/A.m

Histerese Magnética

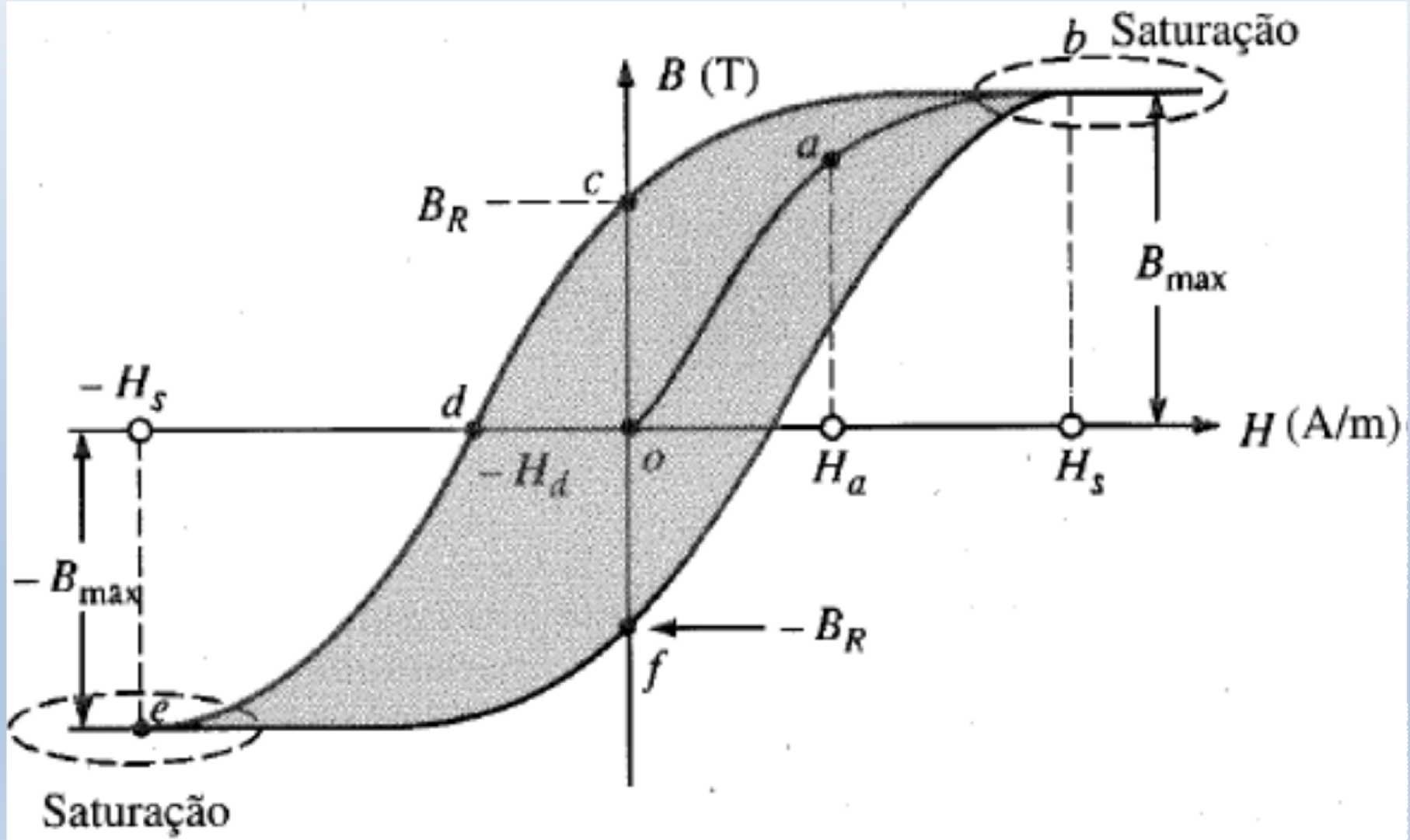
Considere o arranjo abaixo. Inicialmente sem corrente I e considerando o núcleo não magnetizado.



Histerese Magnética

- A densidade de fluxo B se relaciona com a força magnetizante de acordo com a curva da histerese a seguir:
- Aumentando I, H aumentará: o-a;
- Sem magnetismo residual a curva continua até b onde ocorre a saturação. Aqui, a densidade de fluxo B alcança seu valor máximo aumentando muito pouco com o aumento de H.
- Diminuindo I (H), até zero veja que B não zera devido à densidade de fluxo residual B_R .

Histerese Magnética



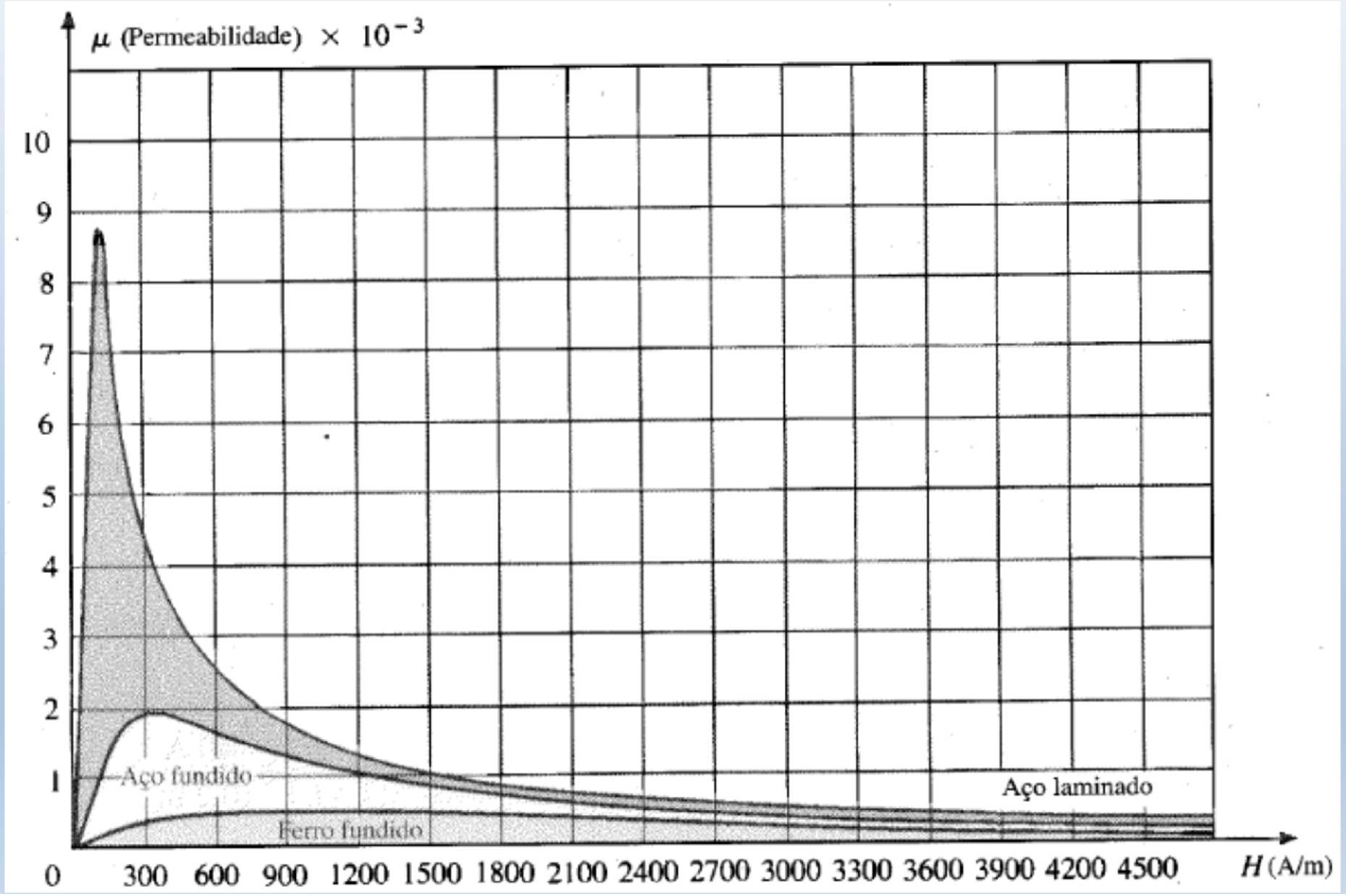
Histerese Magnética

- Se o sentido de I for invertido (-H) somente depois de algum tempo, em d, B chegará a zero.
- Continuando a aumentar I negativamente chegamos à saturação negativa e novamente diminuindo I até zero, observa-se ainda uma densidade de fluxo residual negativa.
- Esta é a **curva de histerese**. (hysterein=estar atrasado). B está sempre atrasado em relação a H.

Histerese Magnética

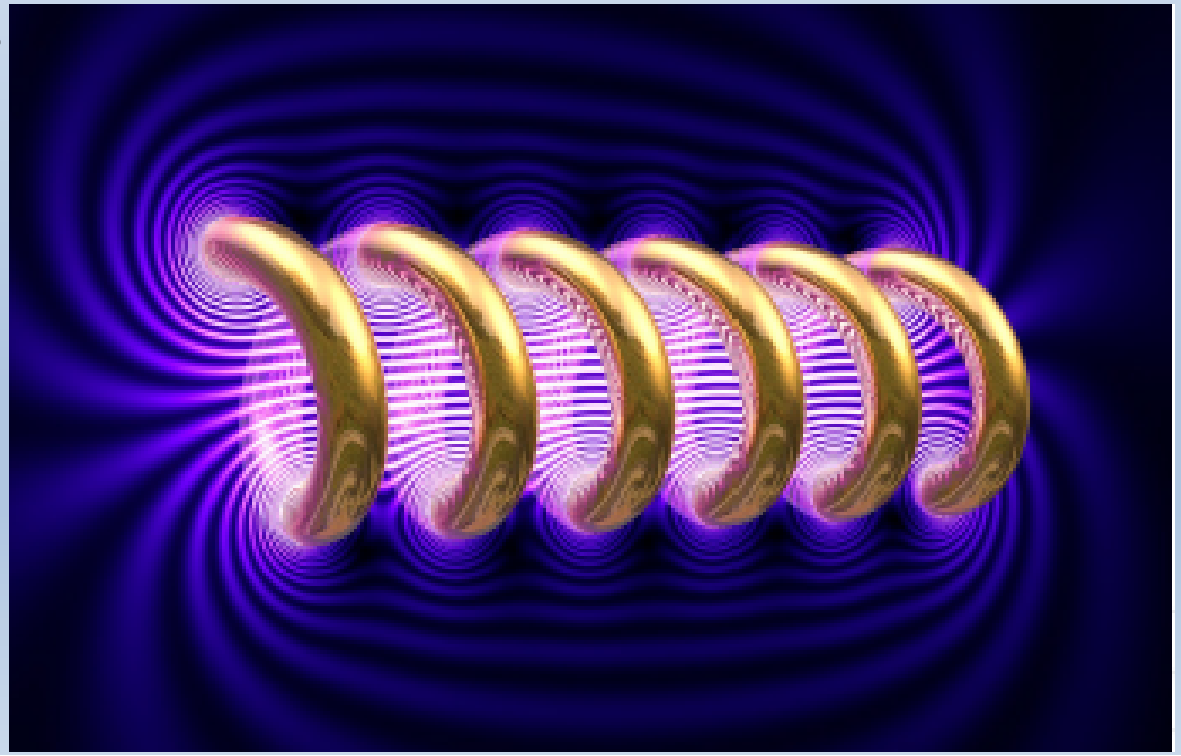
- Esta curva varia com o tipo de material utilizado no núcleo.

Força Magnetizante



INDUTOR

Consiste em um **condutor** enrolado com N voltas (espiras) na forma de um solenoide, ou de um toróide. Pode conter ou não um núcleo **ferromagnético**.



INDUTOR

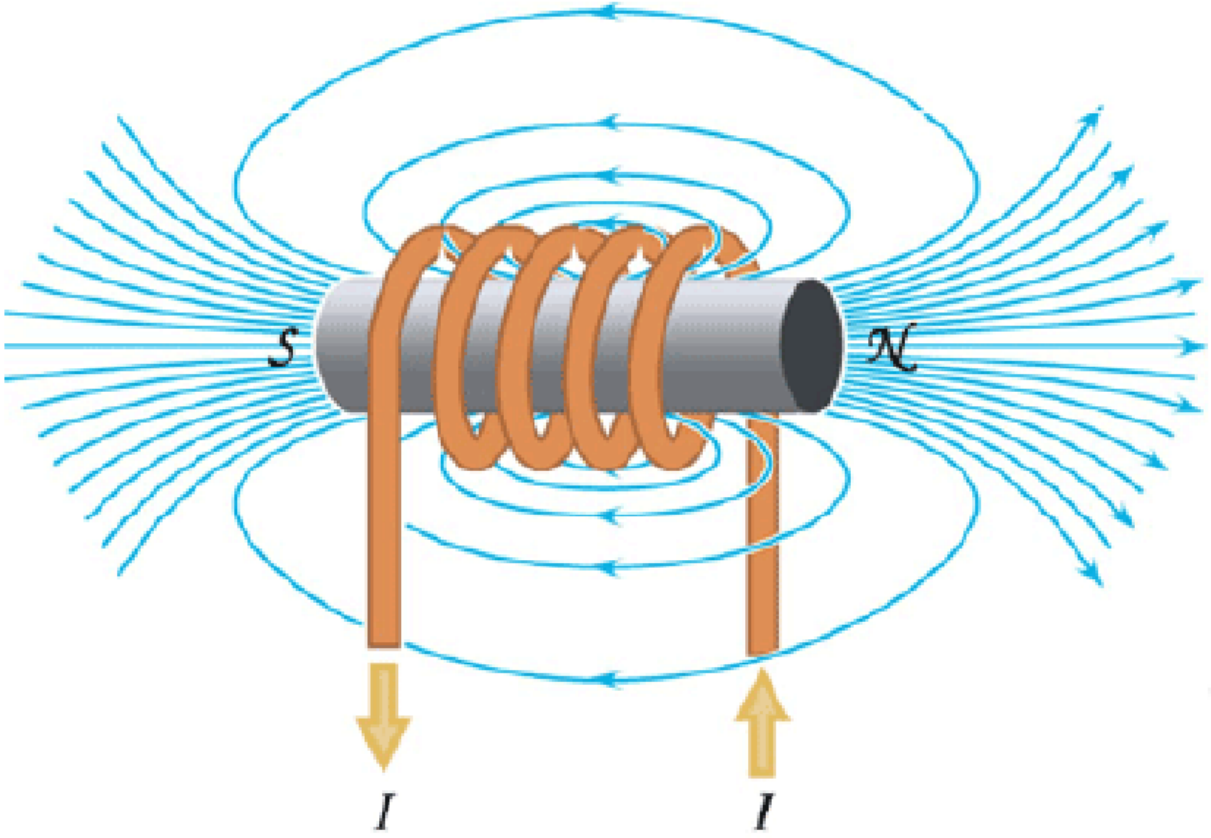
- Indutores armazenam energia magnética por meio da circulação de uma corrente elétrica no condutor. A corrente elétrica no indutor produz um campo magnético uniforme em seu interior, limitado pela região das espiras.

INDUTOR

O campo magnético produzido no interior das espiras de um indutor é análogo ao campo elétrico produzido entre as placas de um capacitor.

INDUTOR

- Da mesma forma, o núcleo **dielétrico** de um capacitor cumpre papel semelhante ao núcleo **ferromagnético** de um indutor, *i.e.*, disponibilizar um meio para armazenamento da **energia em forma de campo** (elétrico/ magnético).



- É correto dizer que o **indutor** é um dispositivo usado para armazenar **energia elétrica** na forma de **campo magnético.**

INDUTOR

Considerando um indutor do tipo solenóide percorrido por uma corrente I, tem-se que esta corrente produz um campo magnético B que pode variar de um ponto para outro, todavia sendo sempre proporcional à corrente neste ponto. Logo, o fluxo magnético que atravessa o indutor é proporcional a I:

$$N\varphi_B = LI$$

N – número de espiras do Indutor.
φ_B – fluxo magnético no interior do Indutor (Wb)
I – corrente elétrica no Indutor (A)
L – AutoIndutância ou Indutância (H = Wb/A).

INDUTOR

A unidade de indutância no SI é o henry (H), escolhida em homenagem ao cientista americano Joseph Henry, que estudou o fenômeno da autoindutância, assim como a indutância mútua e indução eletromagnética em um condutor percorrido por uma corrente (DC).

Joseph Henry
(1797 – 1878)

INDUTOR

- Em um indutor tipo **solenoide**, aplica-se a lei de Biot-Savart para encontrar o campo magnético *B* em seu interior (eixo x):

$$dB_x = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2\pi R^2 nI}{(x^2+R^2)^{3/2}}dx$$

B_x – campo magnético no eixo *x*, no interior do solenoide (A/m)
μ_0 – permeabilidade magnética do vácuo (H/m).
R – raio da espira (m).
I – corrente elétrica na espira (A).
n – espiras *N* por unidade de comprimento *l* do solenoide

- Para um solenoide de comprimento *l*, tem-se:

$$B_x = \frac{\mu_0}{4\pi}2\pi R^2 nI\int_{-a}^{b}\frac{dx}{(x^2+R^2)^{3/2}}$$

a e *b* são dois pontos no eixo x
l = *b* -(-*a*) = *a* + *b*

- Resolvendo, obtém-se:

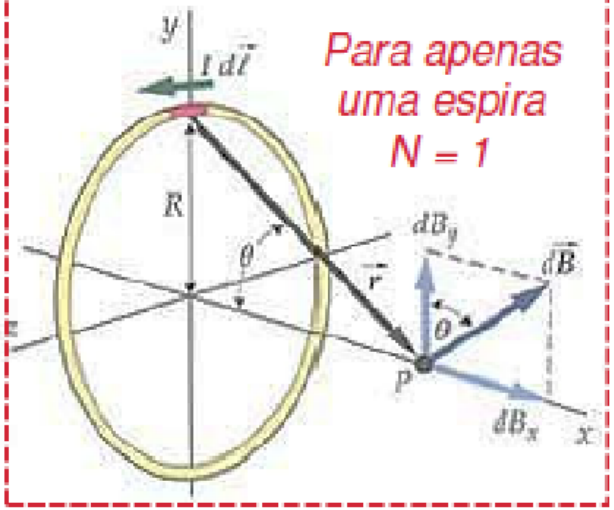
$$B_x = \mu_0 nI \quad \Rightarrow \quad n = \frac{N}{l}$$

Lei de Biot-Savart

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\vec{l}\times\hat{r}}{r^2}$$

No ponto P, tem-se B no eixo x:

$$B_x = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2\pi R^2 nI}{(x^2+R^2)^{3/2}}$$



Para apenas uma espira
N = 1

INDUTOR

O **fluxo magnético** em um indutor tipo solenóide pode ser encontrado primeiramente aplicando-se a Lei de Gauss para o campo magnético B em **uma única espira.**

$$\varphi_B = \int_S B_n \, dA = BA\cos\theta$$

B – campo magnético que atravessa a espira (A/m).
A – área transversal da espira (m^2)
θ – ângulo que $\vec{B}$ faz com o eixo x

INDUTOR

Para um solenóide de comprimento l e N espiras tem-se que o fluxo magnético em seu interior onde o ângulo $\theta = 0$ é dado por:

$$\varphi_B = BA$$

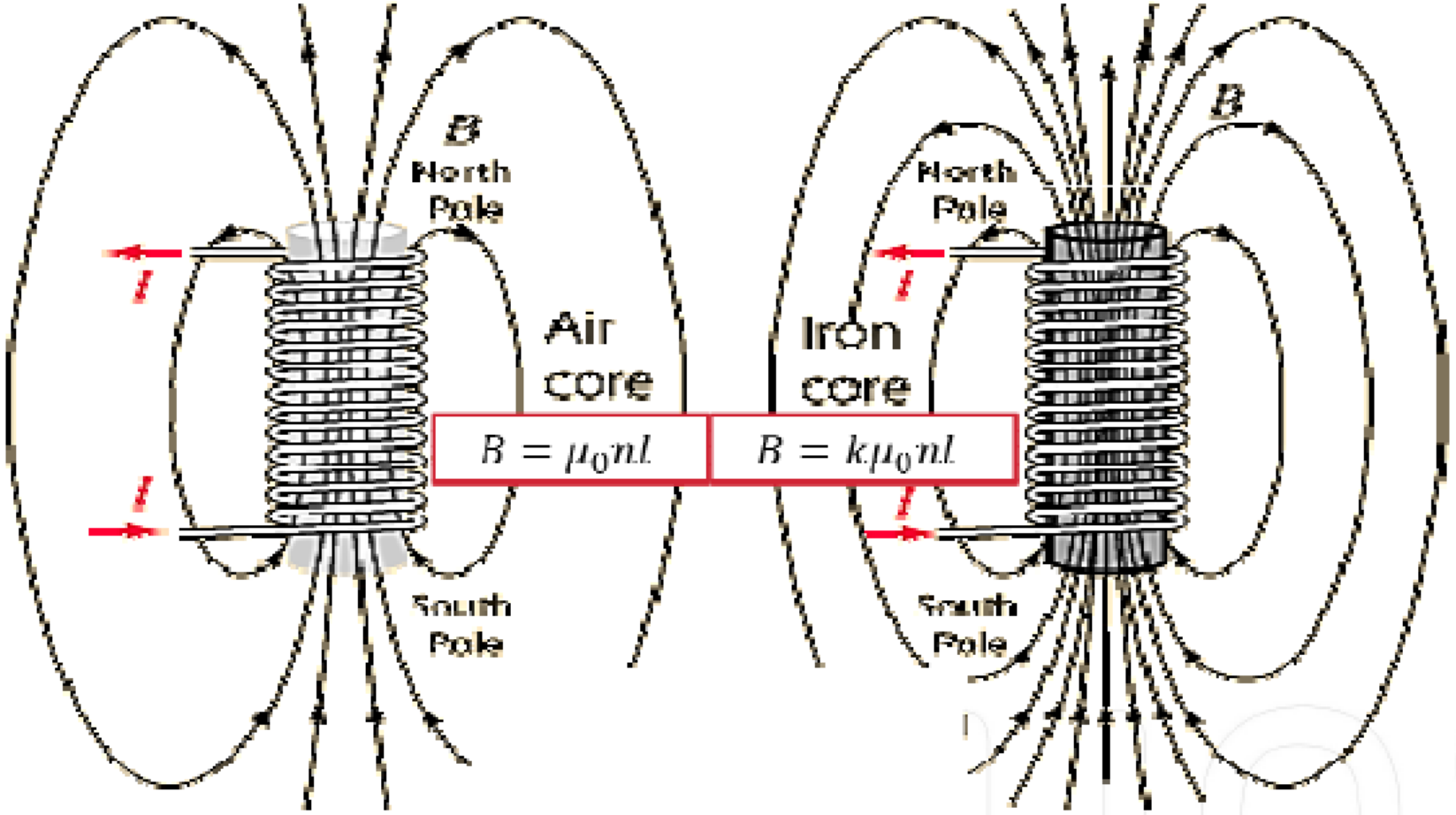
Onde substituindo B e φ_B pelas suas equações anteriores, tem-se:

$$LI = \frac{\mu_0 N^2 I A}{l} \Rightarrow L = \frac{\mu_0 N^2 A}{l}$$

Para núcleo de ar!

INDUTOR

Inserir um **núcleo ferromagnético**, pode proporcionar um campo magnético **centenas** de vezes maior



INDUTOR

A indutância de um indutor com núcleo ferromagnético é μ_r vezes a indutância obtida com um núcleo de ar (μ_r = 1).

Dessa forma a equação anterior se torna:

$$L = \frac{\mu_0 \mu_r N^2 A}{l}$$

TIPOS DE INDUTORES

- Símbolo:

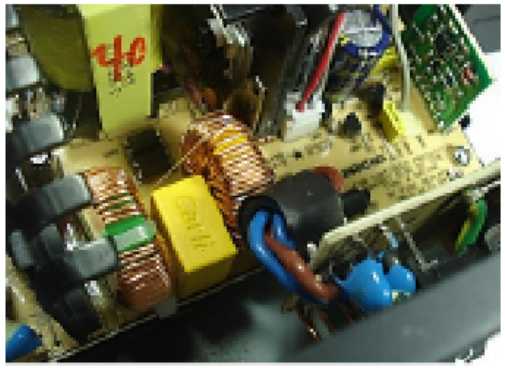
1mH

Indutor

- Núcleos utilizados:
  - Ar;
  - Ferro;
  - Permaloy;
  - Somaloy;
  - Aço-silício;
  - Aço-silício grão orientado.

TIPOS DE INDUTORES

Indutor para isolamento entre o sinal elétrico e o sinal de comunicação para teleproteção.



Fonte Retificadora de Tensão com transformadores de potêncial

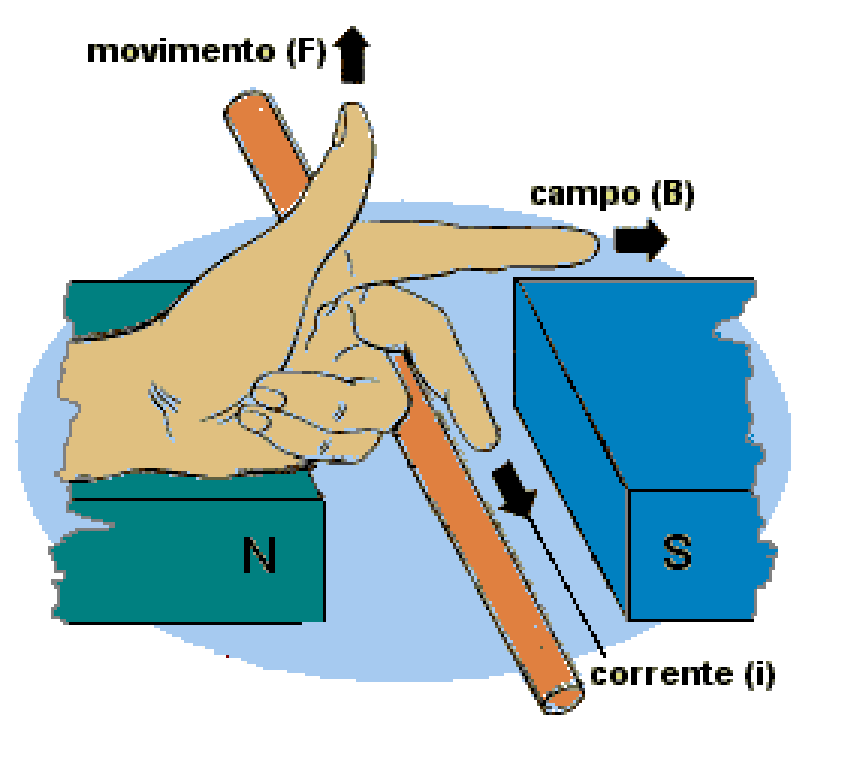
Tensão Induzida e Lei de Faraday

Quando um condutor que transporta corrente é imerso em um campo magnético, atuará sobre ele uma força com direção perpendicular às direções da corrente e das linhas de indução do campo.

- A força será proporcional à corrente e à intensidade do campo;

Tensão Induzida e Lei de Faraday

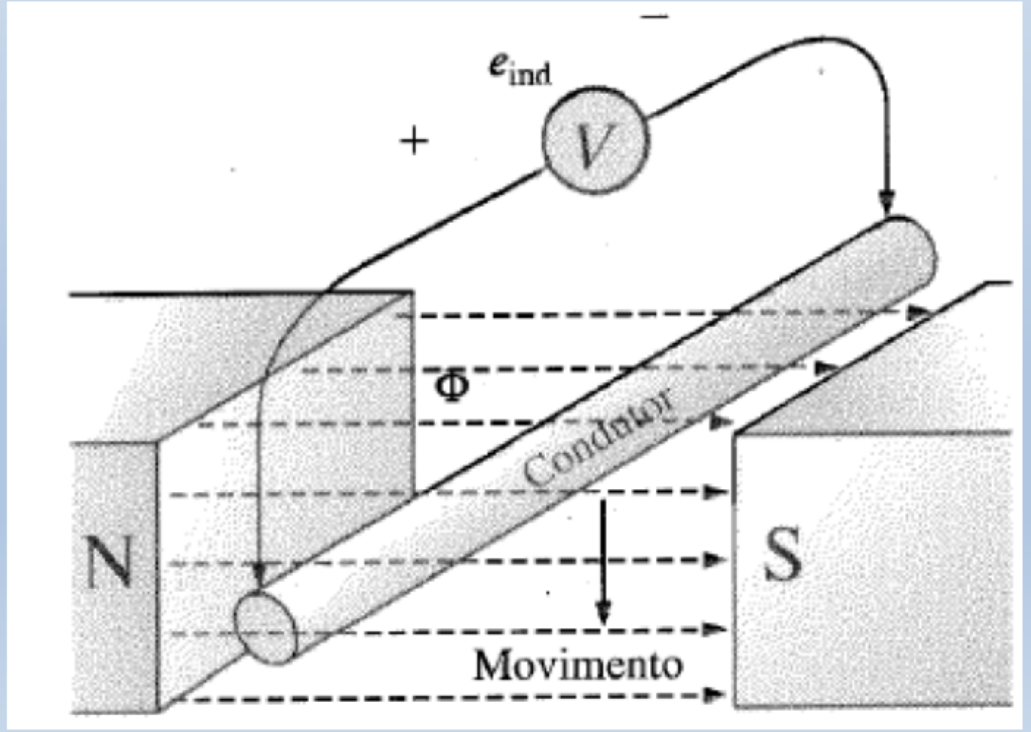
- O sentido da força pode ser determinado como:
- **REGRA DA MÃO ESQUERDA:**



- O **indicador** é apontado para o sentido do **campo magnético**;
- O **dedo do meio** é apontado para o sentido da **corrente** no condutor;
- O **polegar** irá indicar então o sentido da **força magnética** que tende a movimentar o condutor;

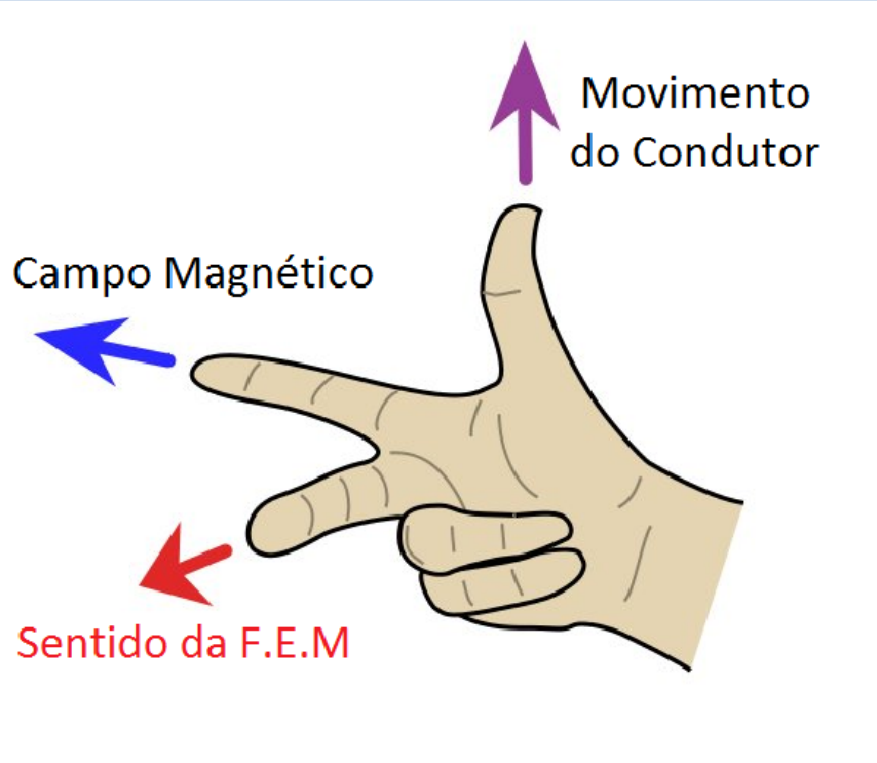
Tensão Induzida e Lei de Faraday

Se movermos um condutor qualquer dentro de um campo magnético (ou o campo em um condutor estático) de modo que corte as linhas de fluxo, uma tensão será induzida através do condutor (gerador).



Tensão Induzida e Lei de Faraday

- O sentido da f.e.m. induzida pode ser determinado pela **REGRA DA MÃO DIREITA**:



- Aponta-se o polegar no sentido do movimento do condutor;
- Aponta-se o indicador no sentido das linhas de força (linhas de indução) magnética;
- O dedo médio indicará o sentido da f.e.m. induzida (ou o sentido da corrente, quando houver, que é o mesmo da f.e.m.)

Tensão Induzida e Lei de Faraday

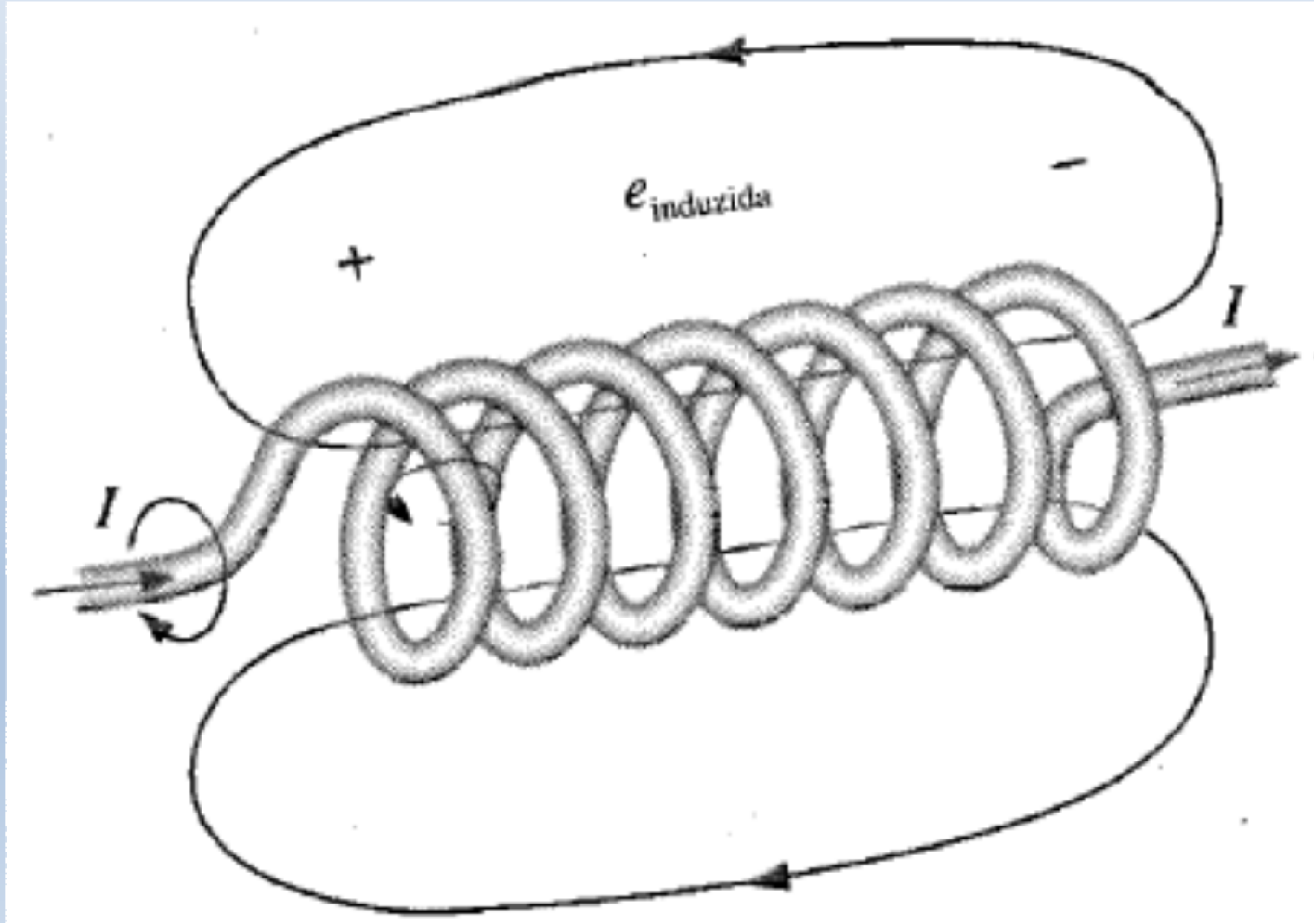
Se em vez de um condutor movermos uma bobina dentro do campo a tensão induzida na bobina pode ser calculada por:

$$v = -N\frac{d\varphi}{dt} \text{ (vots, V)}$$

O termo $\frac{d\varphi}{dt}$ é a variação diferencial no fluxo magnético através da bobina num instante de tempo.

Lei de Lenz

Seja o indutor abaixo:



Lei de Lenz

AUTOINDUÇÃO OU INDUÇÃO

- Se uma bobina é percorrida por uma corrente temos um fluxo magnético em torno dela.
- Se a corrente aumenta o fluxo aumenta.
- Vimos pela lei de Faraday que uma variação no fluxo magnético através de uma bobina gera tensão nesta.
- Resultado: **A bobina induz uma tensão nela mesma devido a variação da corrente.**

Lei de Lenz

- Esta tensão induzida (v_L) na bobina se opõe à tensão aplicada (a qual gerou a corrente crescente anterior).
- Se v_L impede a corrente (e portanto o fluxo) de variar, ela mesma tende a decrescer. A diferença entre $v_{fonte} - v_L$ permite que v_{fonte} imponha uma pequena corrente através da bobina que aumenta lentamente enquanto v_L tende a zero.

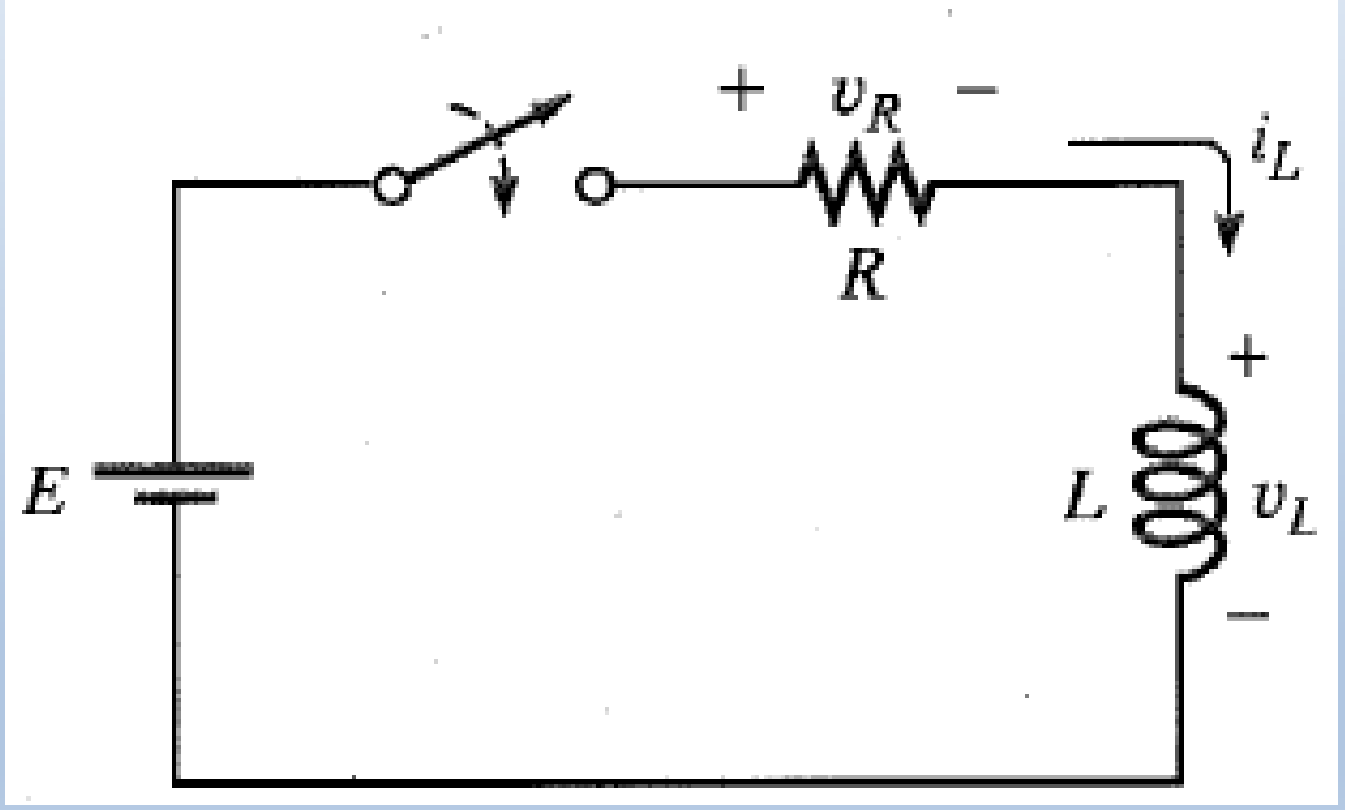
Lei de Lenz

Lei de Lenz

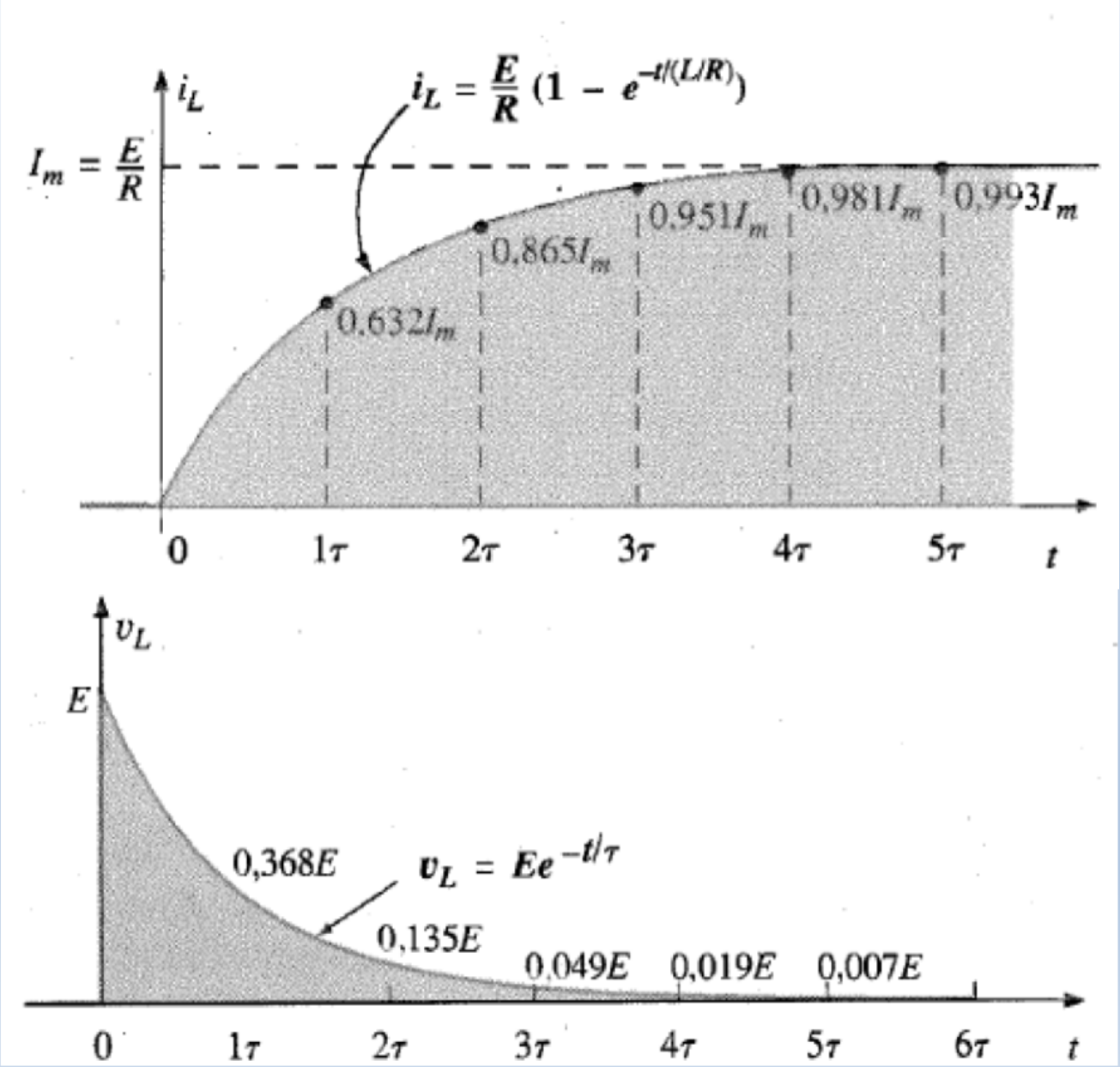
“Um efeito induzido é sempre produzido de maneira a se opor à causa que lhe produziu.”

Quanto maior a variação de corrente através da bobina maior a tensão induzida v_L que se opõe para reprimir a tentativa da corrente de crescer em magnitude.

Lei de Lenz



Lei de Lenz



A corrente não aumenta instantaneamente por causa do V_L

Tensão Elétrica em um Indutor

- A **lei de Faraday**, estabelece que a **tensão** em um **indutor** é proporcional a **taxa de variação** do **fluxo magnético** em seu interior, multiplicada pelo número de espiras *N*:

$$v = -N\frac{d\varphi}{dt} \Rightarrow N\varphi(t) = Li(t) \xrightarrow{\text{Substituindo}} v = L\frac{di}{dt}$$

A tensão induzida sempre possui polaridade oposta à fonte de tensão indutora.

- Logo, a corrente elétrica em um indutor de indutância *L* é dada por:

$$i = \frac{1}{L}\int_{-\infty}^{t} v\, d\tau$$

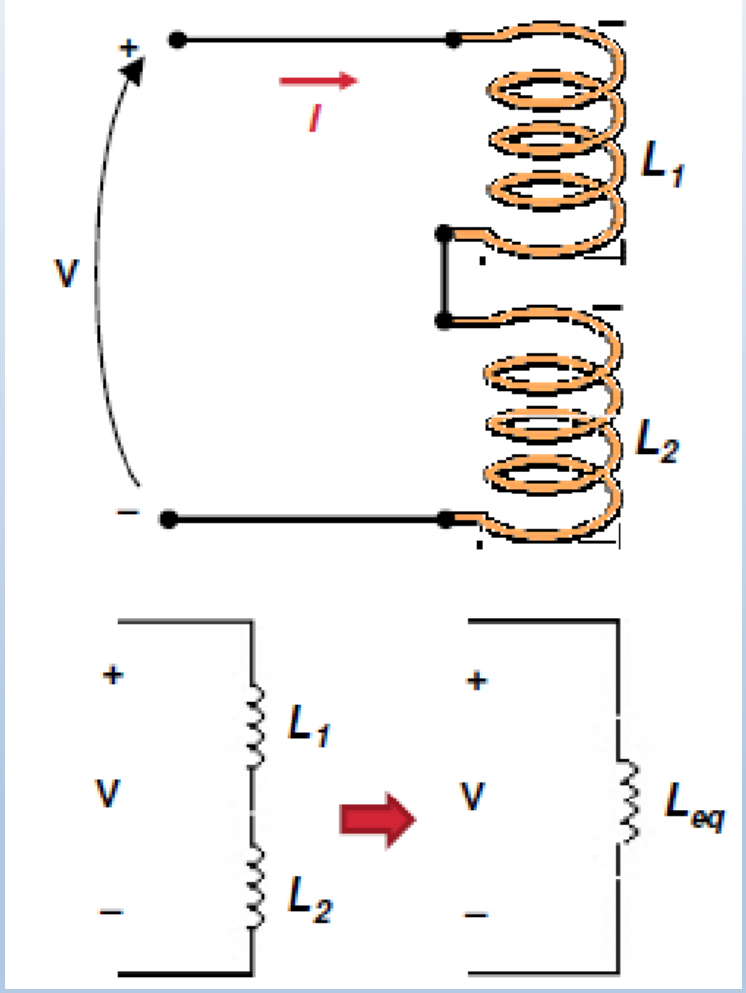
A corrente sobre um indutor não pode variar instantaneamente

- Uma corrente variante no tempo, que circula por um indutor produz um tensão sobre ele.

Aplicações

Indutores são utilizados em circuitos de filtros de frequência para caixas de som e TVs; fontes chaveadas para proteção contra sobre corrente; detector de presença em semáforos; transformadores; relés; etc.

Indutores em Série



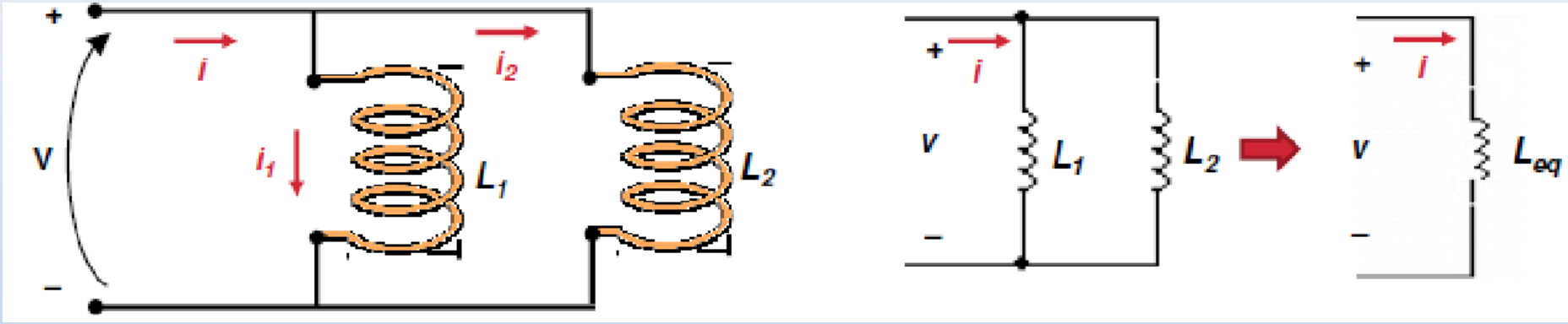
$$L_{eq} = L_1 + L_2 + \cdots + L_n$$

$$L_{eq} = \sum_{i=1}^{n} L_i$$

Expressão geral

*A indutância equivalente de uma associação de indutores em série é sempre **maior** que qualquer indutância da associação.*

Indutores em Paralelo



Logo, a indutância em paralelo é dada por:

$$\frac{1}{L_{eq}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \cdots + \frac{1}{L_n}$$

$$\frac{1}{L_{eq}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{L_i}$$

Expressão geral

A indutância equivalente de uma associação de indutores em paralelo é sempre ***menor*** *que qualquer indutância da associação*

Energia em um Indutor

- A equação de energia em um indutor é dada por:

$$\frac{d\varepsilon_I}{dt} = LI\frac{dI}{dt} \quad \Rightarrow \quad d\varepsilon_I = Li\,di$$

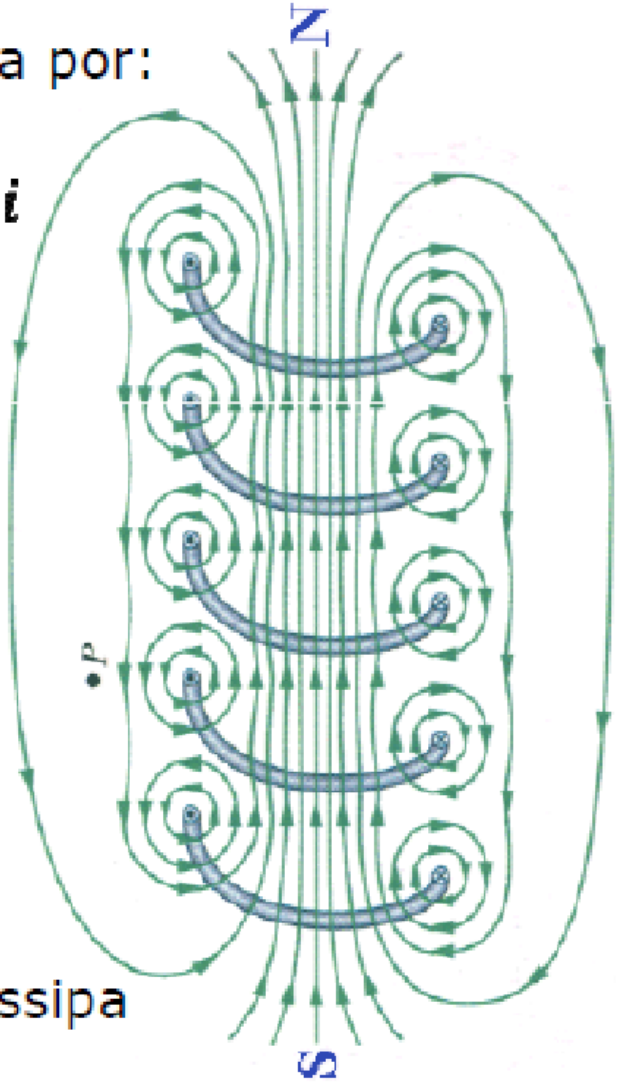
- Resolvendo de *0* a *I*, tem-se que:

$$\varepsilon_I = L\int_0^I i\,di = L\frac{I^2}{2}, \qquad [H]\cdot[A^2] = J$$

- A energia em um indutor é então:

$$\varepsilon_I = \frac{1}{2}LI^2$$

- O indutor, assim como o capacitor é um elemento passivo, *i.e.*, ele não gera nem dissipa energia, ele apenas armazena.



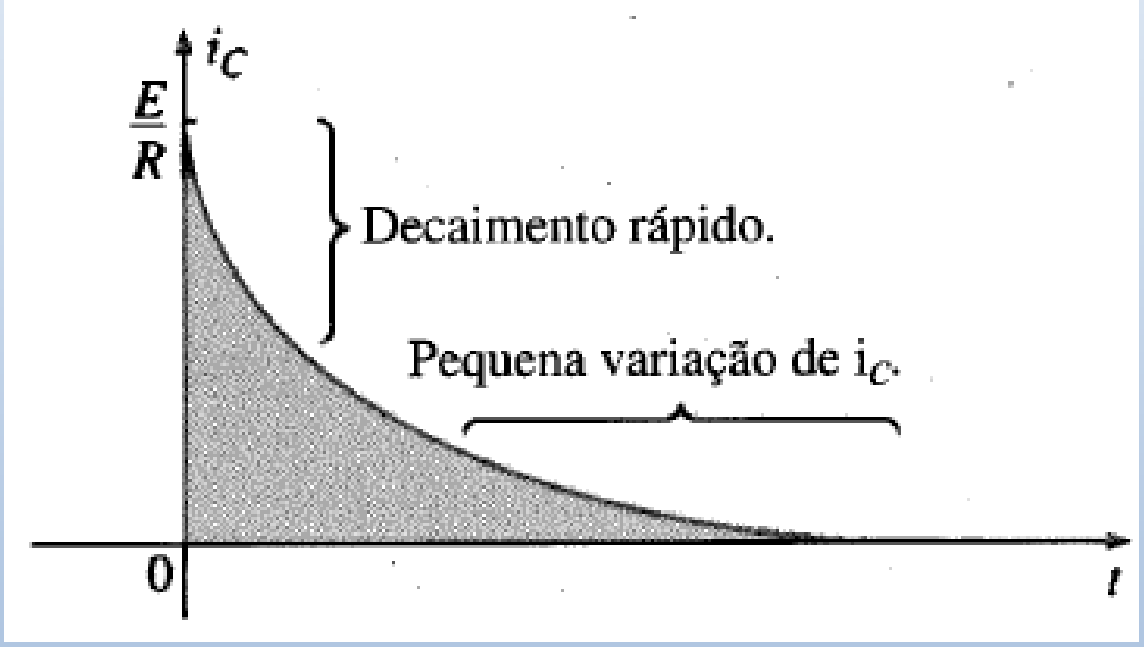
Capacitores X Indutores

Indutores são projetados para estabelecer um forte campo magnético na unidade, enquanto capacitores são projetados para estabelecer um forte campo elétrico entre placas.

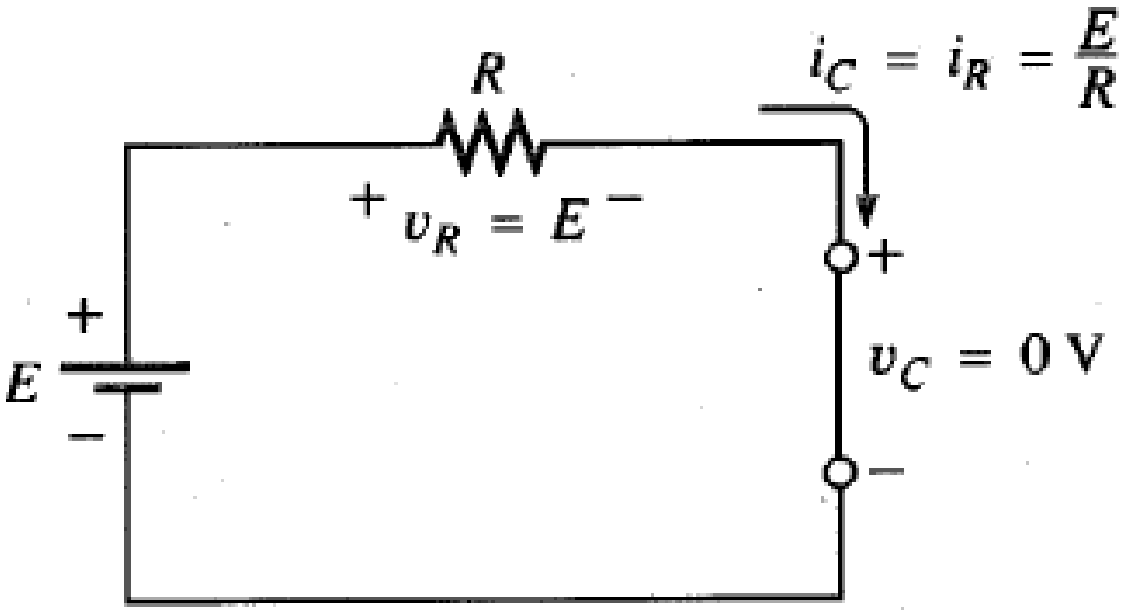
Capacitores X Indutores

- A **tensão** sobre um capacitor não pode variar instantaneamente (V_C=0V). Na análise de carga de um capacitor tem-se que sua corrente no tempo t=0 é muito alta fazendo o capacitor se comportar como um curto circuito. No tempo t=∞, a tensão no capacitor se iguala à da forte e então a corrente é nula. Assim o capacitor se comporta como um circuito aberto.

Capacitores X Indutores

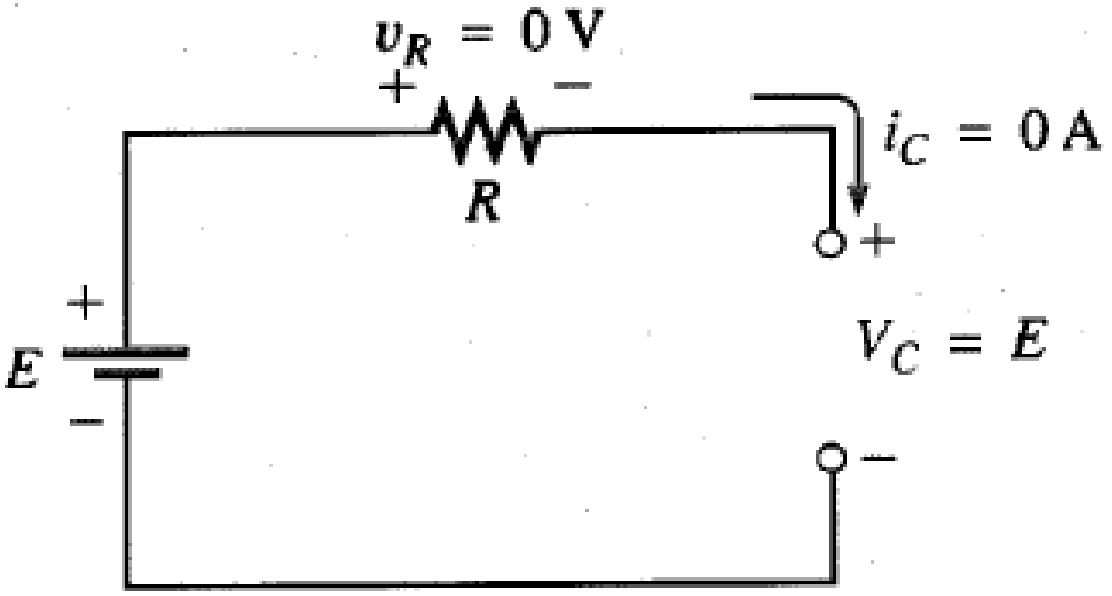


Capacitores X Indutores



No momento em que a chave é fechada, o capacitor pode ser substituído por um curto-circuito.

Capacitores X Indutores

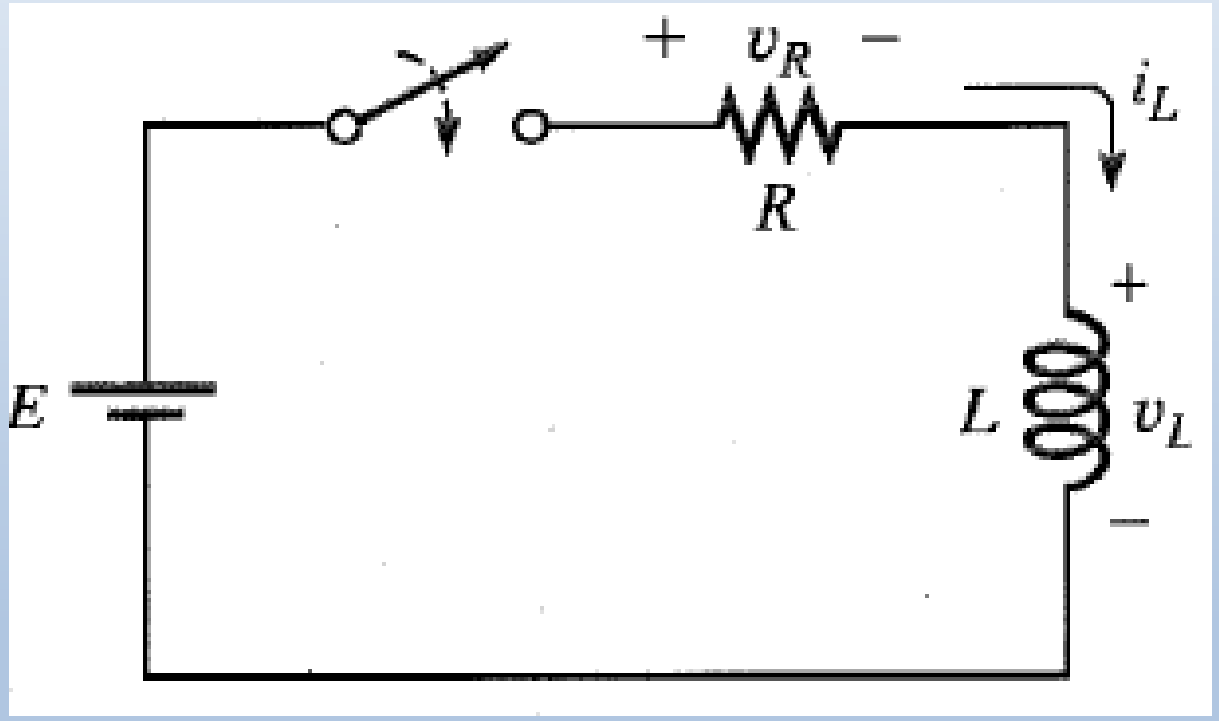


Após a fase de carga, o capacitor pode ser substituído por um circuito aberto.

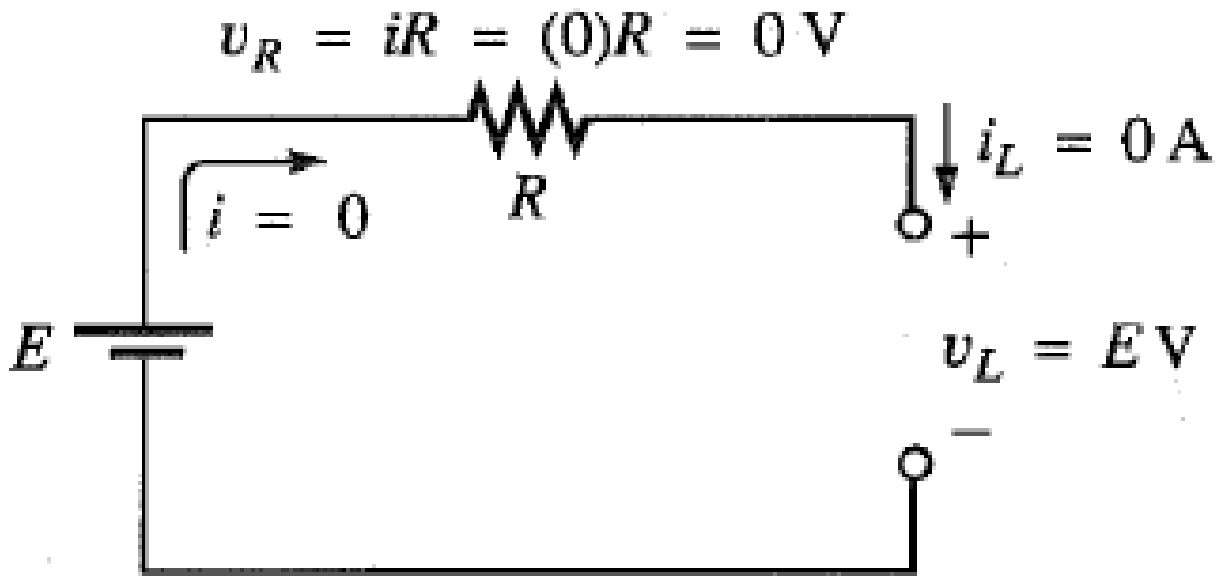
Capacitores X Indutores

Como a **corrente** no indutor não varia instantaneamente, tem-se que ao se ligar o circuito o indutor se comporta como um circuito aberto com a corrente $i_L = 0$ (a tensão sobre o indutor é máxima pois, não há queda no resistor). Durante o armazenamento a corrente i_L vai aumentando até atingir o valor máximo (E/R). Nesse ponto o indutor se comporta como um curto-circuito pois, nesse momento $V_L = 0$ e toda a queda de tensão ocorre no resistor R em série.

Capacitores X Indutores



Capacitores X Indutores



O circuito da Fig. 12.14 no instante em que a chave é fechada.

Capacitores X Indutores

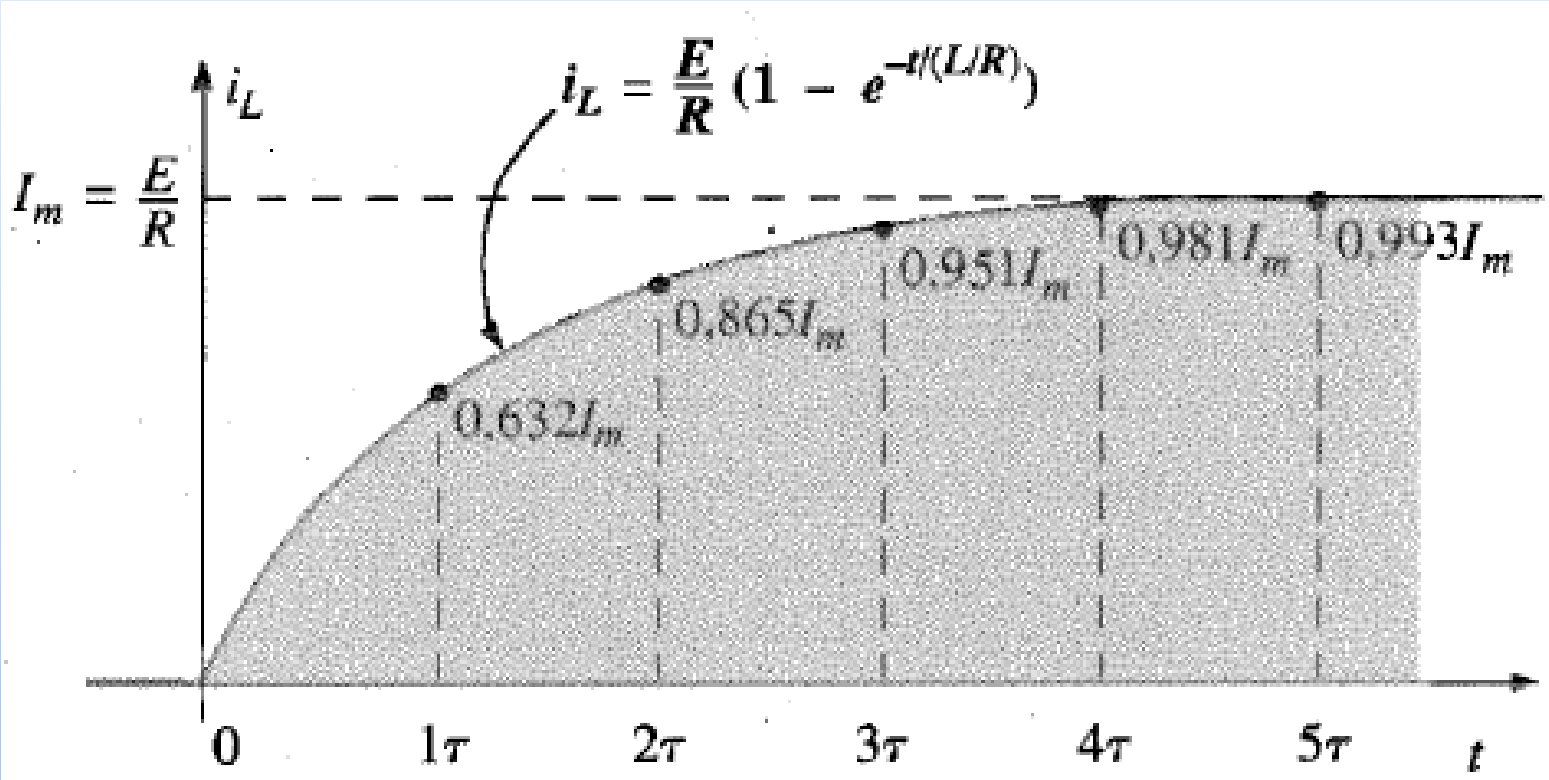
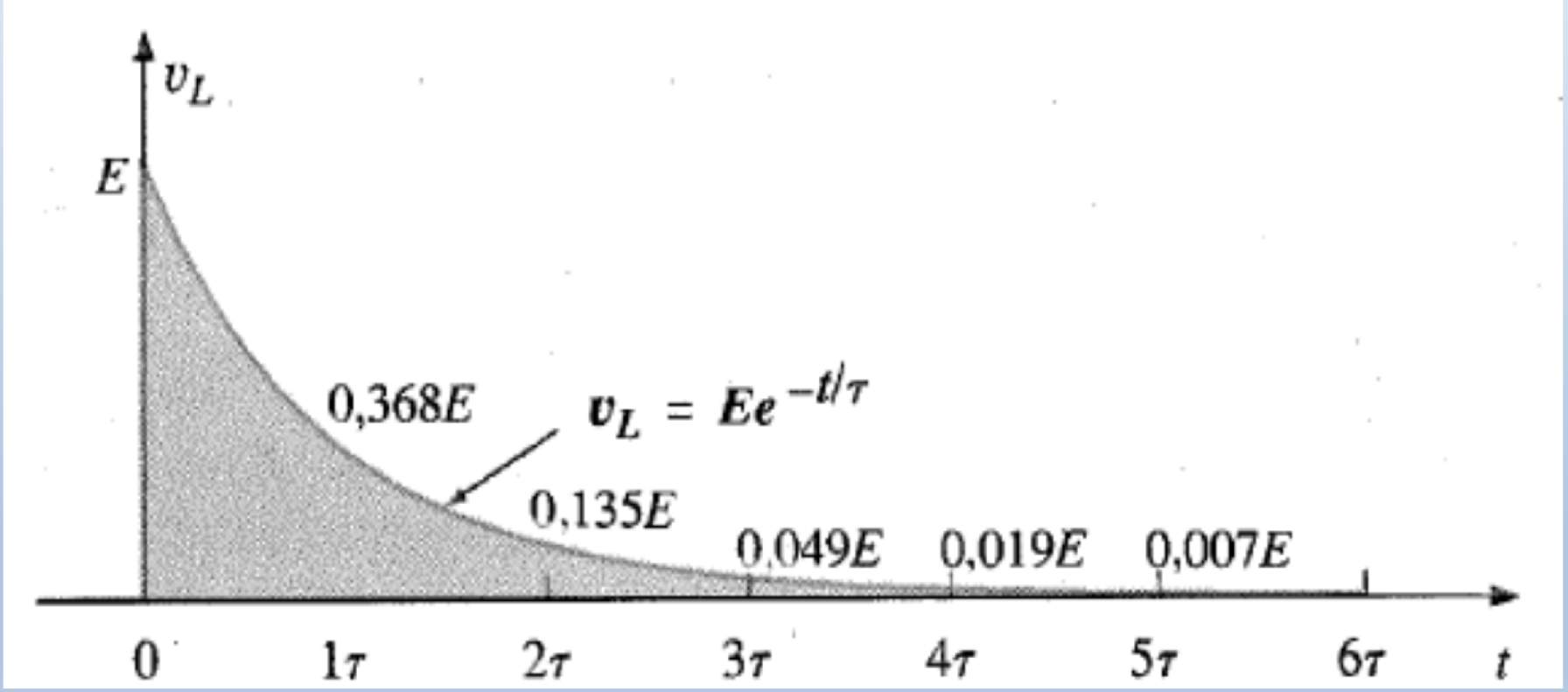
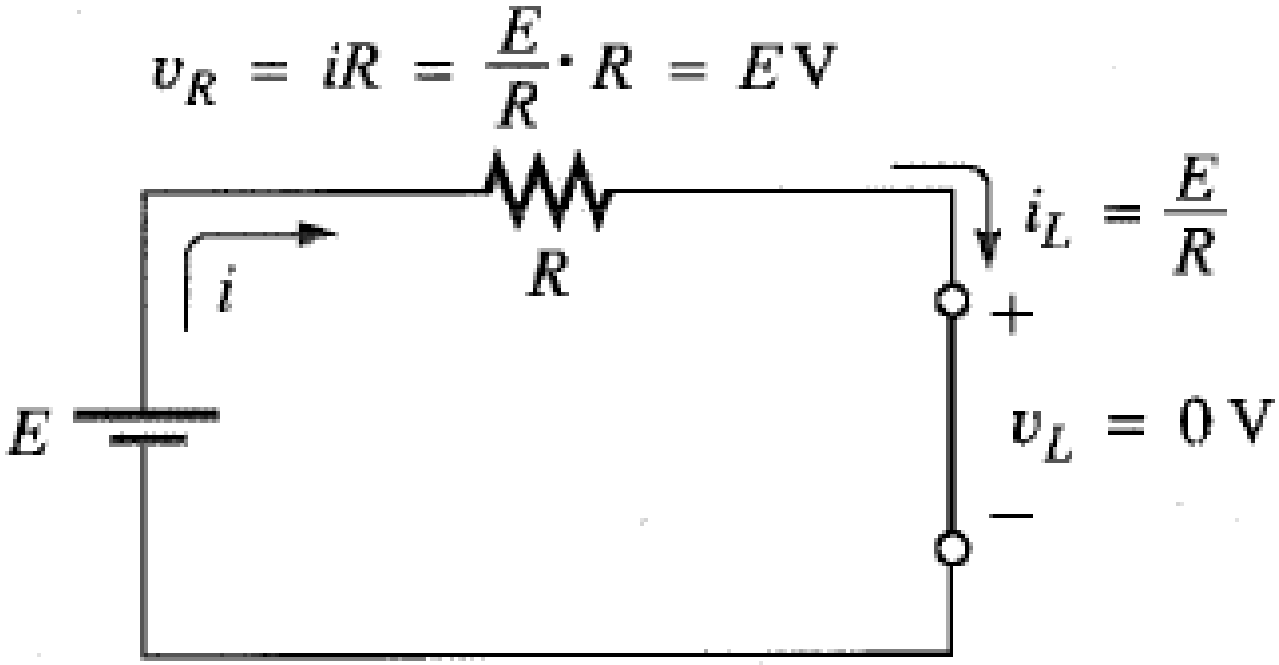


Gráfico da forma de onda de i_L durante o ciclo de armazenamento.

Capacitores X Indutores



Capacitores X Indutores



O circuito da Fig. 12.14 no estado estacionário.

Referências

- BOYLESTAD, R. L. Introdução à Análise de Circuitos. 12ª. Edição. Editora Pearson. São Paulo, SP, 2012.
- TIPLER, P. A. Física. 4ª. Edição, LTC, RJ, 2000.
- DORF, R. C.; SVOBODA, J. A. Introdução aos Circuitos Elétricos. 5ª. Edição. Editora LTC. Rio de Janeiro, RJ, 2003
- O'MALLEY, J. Análise de Circuitos. 2ª. Edição, Makron Books, SP, 1994.
- GUSSOW, M. Eletricidade Básica. 2ª. Edição, Pearson Makron Books, SP, 1997.
- GUIMARÃES, M. Notas de aula teórica. FEELT, Universidade Federal de Uberlândia.