

TRANSFORMADORES

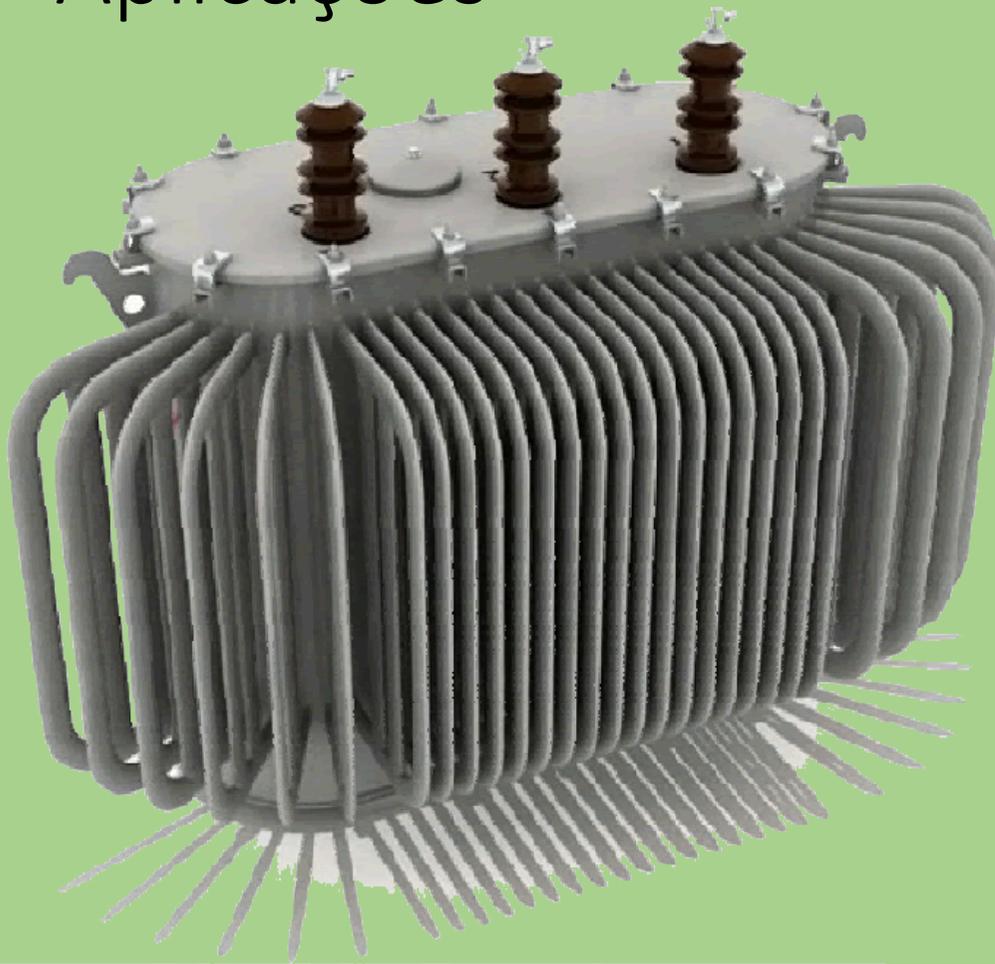
ADRIELLE C. SANTANA

Aplicações

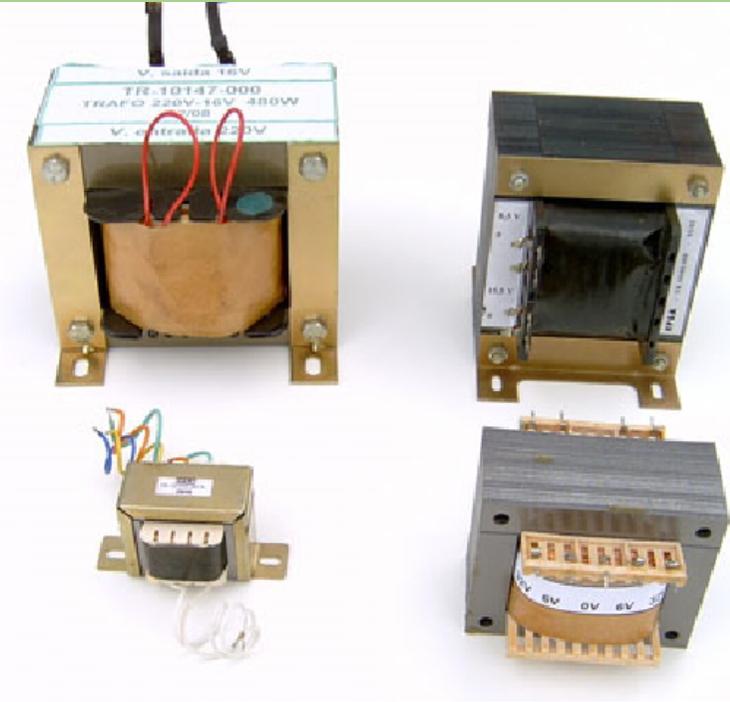
As três aplicações básicas dos transformadores e que os fazem indispensáveis em diversas aplicações como, sistemas de distribuição de energia elétrica, circuitos eletrônicos e instrumentos de medida.

- Aumentar ou diminuir o valor de tensões e correntes;
- Casamento de Impedâncias (A potência fornecida a uma carga é máxima quando a impedância da fonte é igual à da carga);
- Isolar Circuitos;

Aplicações



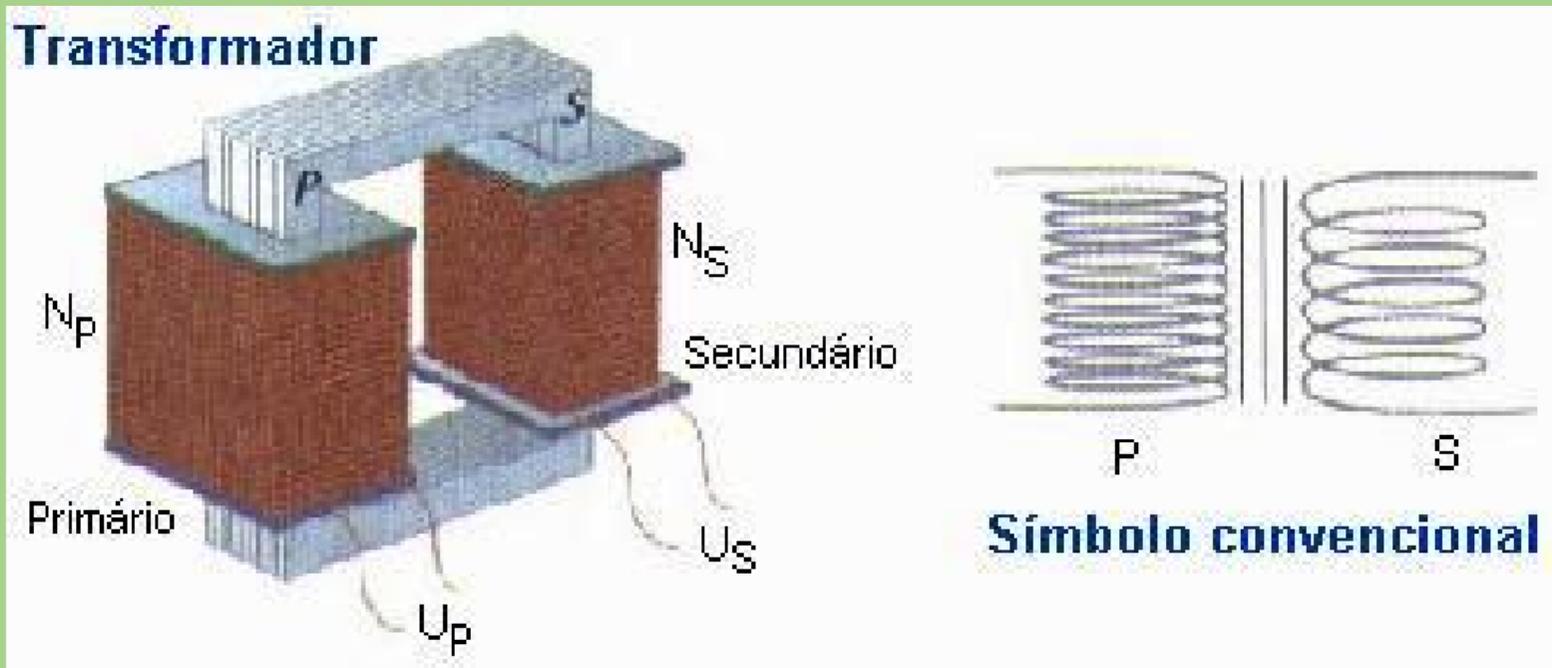
Aplicações



Indutância Mútua

Um transformador é constituído basicamente de dois enrolamentos onde o fluxo magnético, variável, produzido em um age sobre o outro.

O enrolamento no qual a fonte é aplicada é o **primário** do transformador e o enrolamento onde a carga é conectada é o **secundário**.



Indutância Mútua

Da lei de Faraday tem-se que a tensão no primário depende do número de espiras nele e da taxa de variação do fluxo que o atravessa:

$$e_p = N_p \frac{d\phi_p}{dt}$$

Ou essa mesma tensão pode ser uma função da autoindutância do primário e da taxa de variação da corrente nele.

$$e_p = L_p \frac{di_p}{dt}$$

Indutância Mútua

No secundário a tensão induzida é dada por:

$$e_s = N_s \frac{d\phi_m}{dt}$$

Onde N_s é o número de espiras do enrolamento do secundário e ϕ_m é a parte do fluxo do primário que atravessa o secundário.

Se todo o fluxo do primário atravessa o secundário então $\phi_m = \phi_p$ e

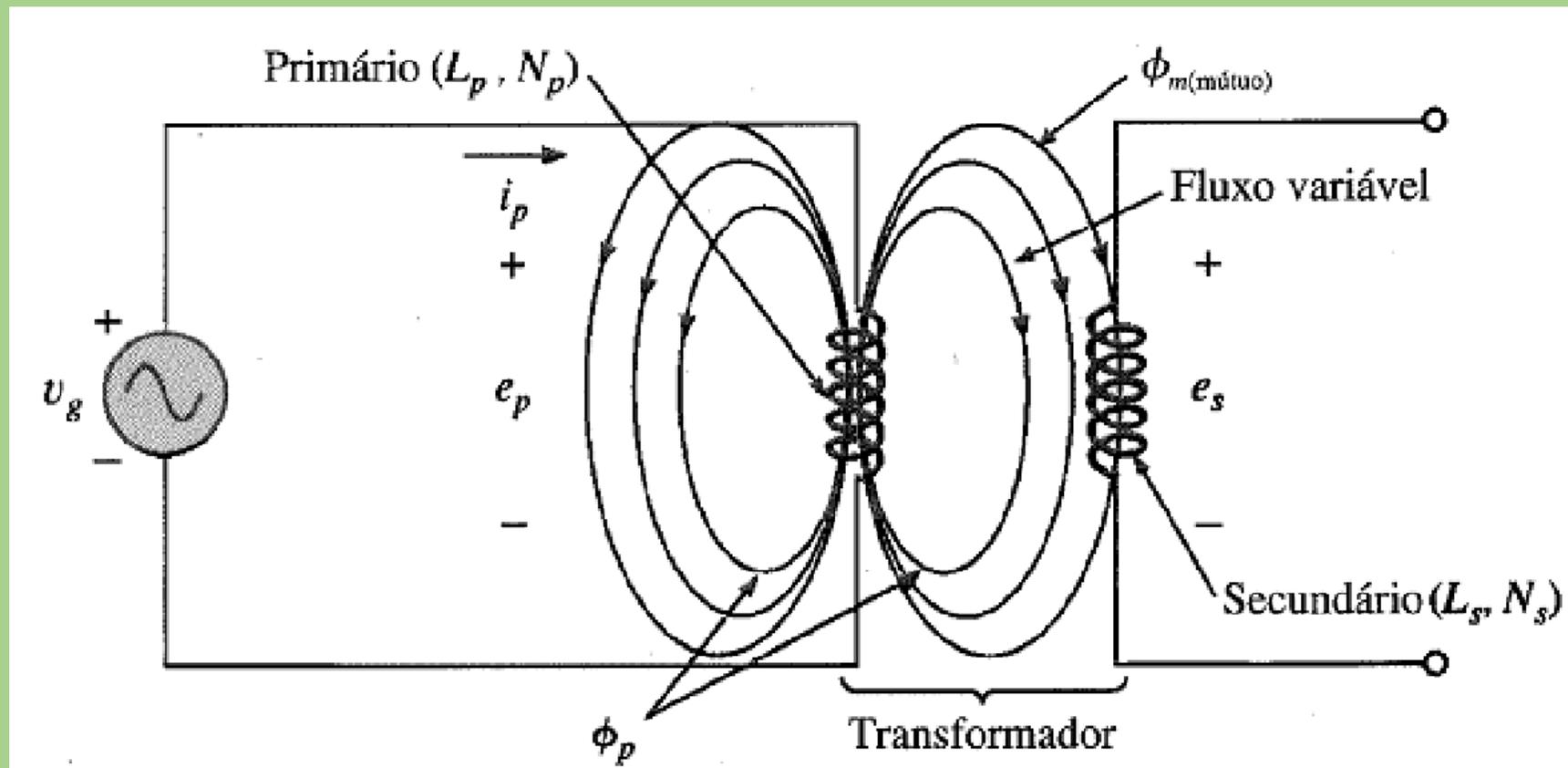
$$e_s = N_s \frac{d\phi_p}{dt}$$

A relação entre ϕ_m e ϕ_p é dada pelo **coeficiente de acoplamento** k :

$$k = \frac{\phi_m}{\phi_p}$$

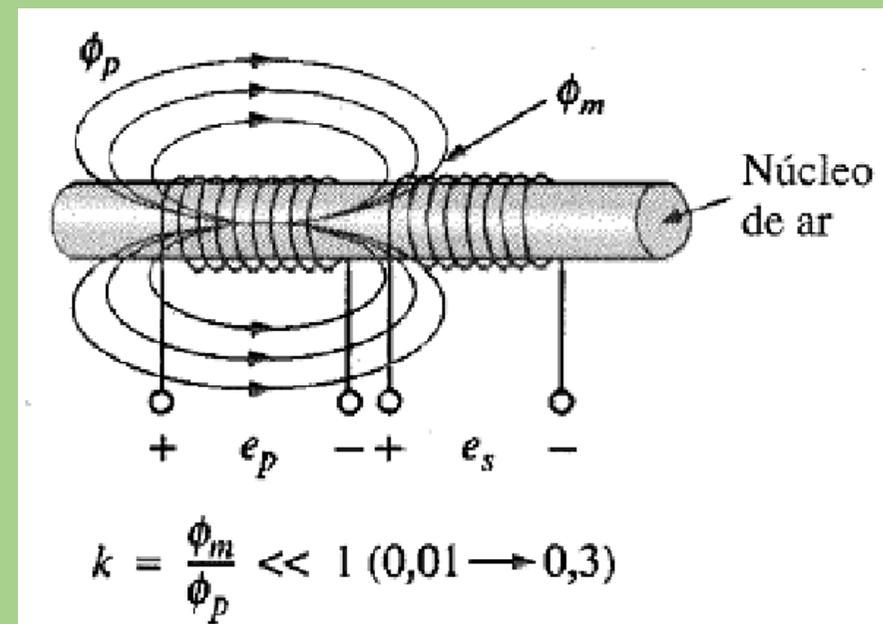
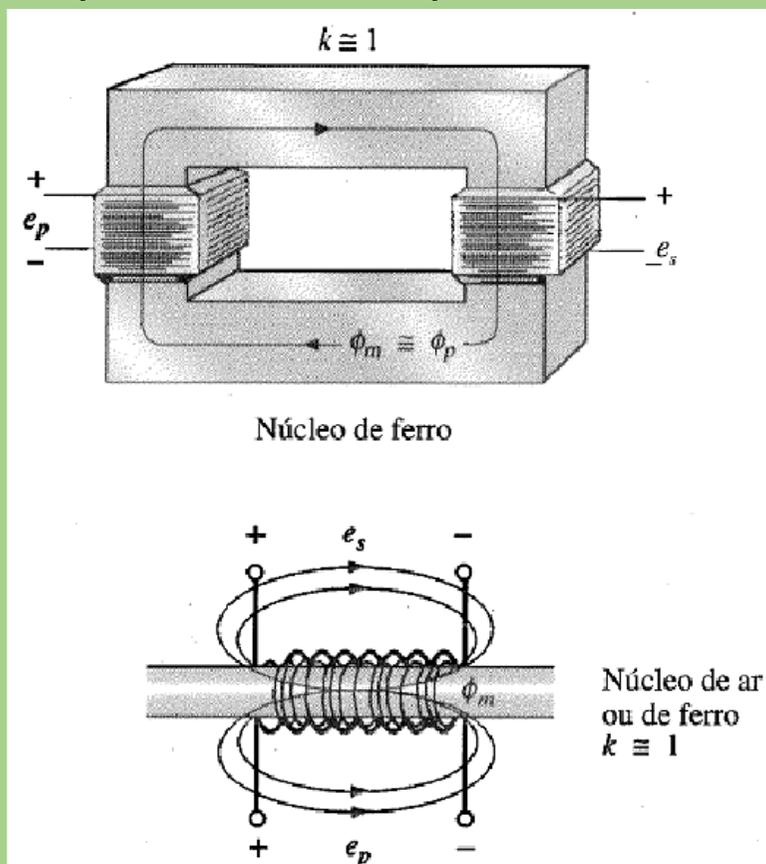
k Nunca é maior que 1!

Indutância Mútua



Indutância Mútua

O uso de um núcleo ferromagnético ou proximidade alta dos enrolamentos aumenta o k fazendo-o próximo a 1. Quando k é pequeno diz-se que os enrolamentos estão **fracamente acoplados**.



Indutância Mútua

Relacionando o coeficiente de acoplamento pode-se reescrever a equação do secundário como:

$$e_s = N_s \frac{d\phi_m}{dt} = N_s \frac{dk\phi_p}{dt}$$

$$e_s = kN_s \frac{d\phi_p}{dt} \quad (\text{volts, V})$$

Indutância Mútua

A indutância mútua entre dois enrolamentos é proporcional à taxa de variação do fluxo de um dos enrolamentos em função da taxa de variação da corrente no outro enrolamento.

$$M = N_s \frac{d\phi_m}{di_p}$$

(henries, H)

$$M = N_p \frac{d\phi_p}{di_s}$$

(henries, H)

$$M = k\sqrt{L_p L_s}$$

(henries, H)

Indutância Mútua

Assim, pode-se escrever a tensão no secundário em função de M:

$$e_s = N_s \frac{d\phi_m}{dt} \rightarrow e_s = N_s \left(\frac{d\phi_m}{di_p} \right) \left(\frac{di_p}{dt} \right)$$

$$e_s = M \frac{di_p}{dt} \quad (\text{volts, V})$$

$$e_p = M \frac{di_s}{dt} \quad (\text{volts, V})$$

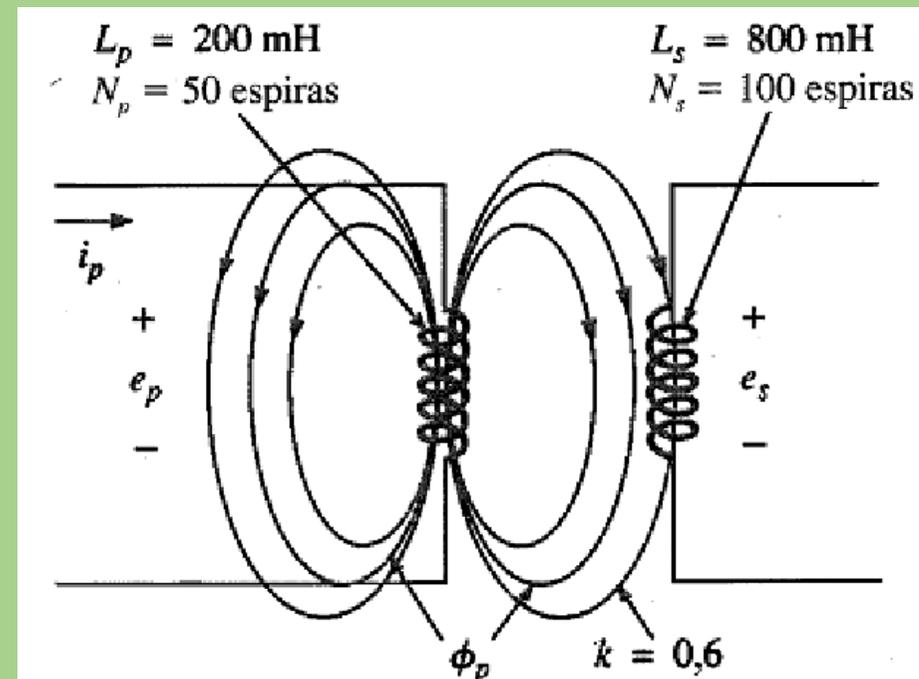
E no primário,

Indutância Mútua

Exemplo 1 - Dado o transformador abaixo:

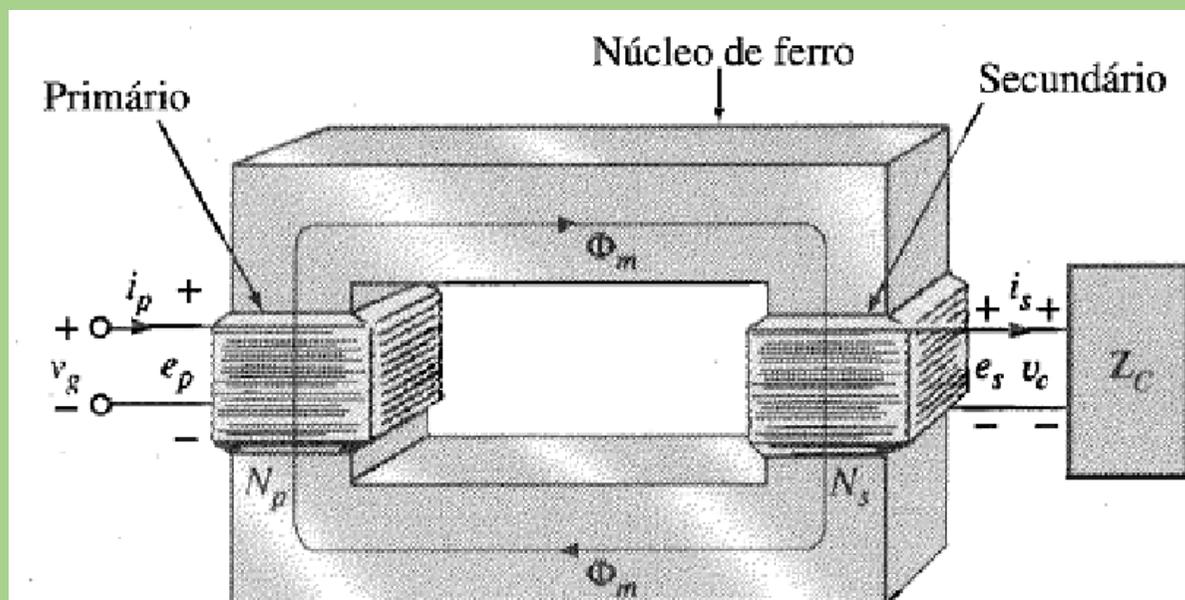
- Determine a indutância mútua M .
- Determine a tensão induzida e_p se o fluxo ϕ_p variar à razão de 450 mWb/s.
- Determine a tensão induzida e_s para a mesma taxa de variação do fluxo ϕ_p do item (b).
- Determine as tensões induzidas e_p e e_s se a corrente i_p variar à razão de 0,2 A/ms.

- 0,24 H
- 22,5V
- 27V
- $e_s=48V$ $e_p=40V$



Transformador de Núcleo de Ferro

Vimos que as linhas de fluxo sempre pegam o caminho de menor **relutância** que no caso do transformador abaixo é o núcleo de ferro o qual aumenta as linhas de fluxo do primário que passam pelo secundário.



Transformador de Núcleo de Ferro

Vamos analisar esse transformador considerando primeiramente que ele é um transformador ideal, ou seja, $\phi_m = \phi_p = \phi_s$ e $k=1$. Se ϕ_m é o fluxo criado pela corrente i_p e se esta é máxima então o fluxo também é máximo. Se i_p é senoidal então:

$$i_p = \sqrt{2}I_p \text{ sen } \omega t$$

$$\phi_m = \Phi_m \text{ sen } \omega t$$

Onde I_p é a corrente média (RMS)

Transformador de Núcleo de Ferro

Assim a tensão no primário:

$$e_p = N_p \frac{d\phi_p}{dt} = N_p \frac{d\phi_m}{dt}$$

Caso ideal!

E substituindo ϕ_m pelo seu valor senoidal,

$$e_p = N_p \frac{d}{dt}(\Phi_m \text{ sen } \omega t)$$

Transformador de Núcleo de Ferro

Fazendo a derivada,

$$e_p = \omega N_p \Phi_m \cos \omega t$$

$$e_p = \omega N_p \Phi_m \text{sen}(\omega t + 90^\circ)$$

Tensão induzida está adiantada de 90 graus da corrente no primário (indutor).

O valor eficaz ou RMS é dado fazendo:

$$E_p = \frac{\omega N_p \Phi_m}{\sqrt{2}} = \frac{2\pi f N_p \Phi_m}{\sqrt{2}}$$

$$E_p = 4,44 f N_p \Phi_m$$

Transformador de Núcleo de Ferro

Como o fluxo é o mesmo no primário e no secundário (caso ideal) a fórmula da tensão induzida eficaz no secundário é:

$$E_s = 4,44fN_s\Phi_m$$

Relacionando ambas temos,

$$\frac{E_p}{E_s} = \frac{4,44fN_p\Phi_m}{4,44fN_s\Phi_m}$$

$$\frac{E_p}{E_s} = \frac{N_p}{N_s}$$

Transformador de Núcleo de Ferro

A relação entre os módulos das tensões induzidas no primário e no secundário é igual à relação entre o número de enrolamentos correspondentes.

Da mesma forma podemos relacionar e_p e e_s :

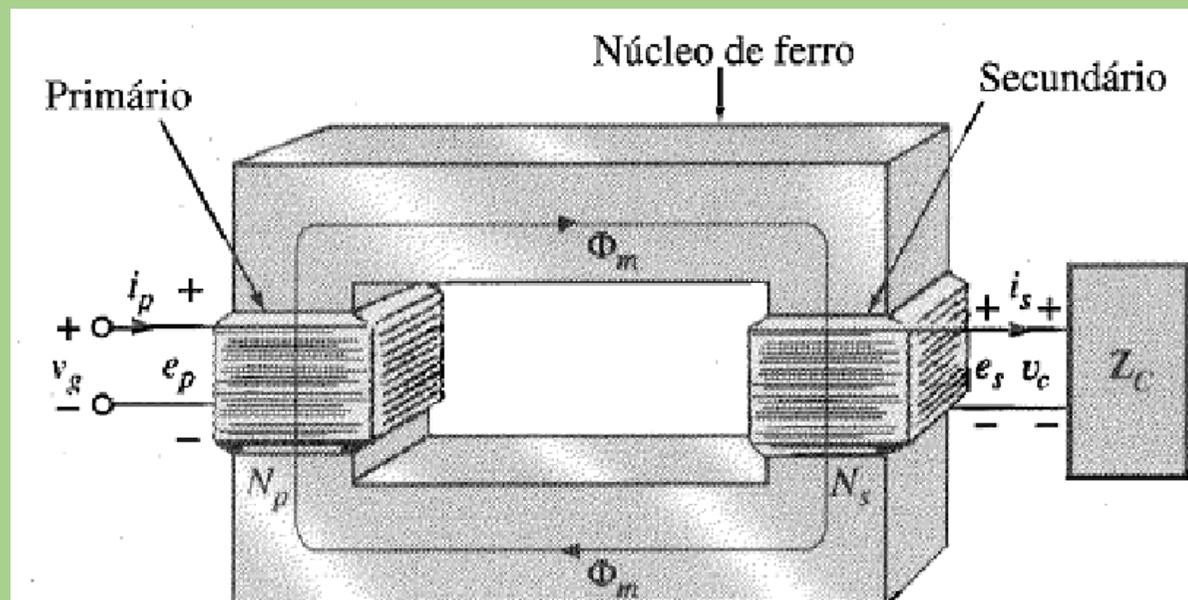
$$\frac{e_p}{e_s} = \frac{N_p(d\phi_m/dt)}{N_s(d\phi_m/dt)}$$

$$\frac{e_p}{e_s} = \frac{N_p}{N_s}$$

Transformador de Núcleo de Ferro

E considerando $V_g = E_p$ e $V_c = E_s$ (valores eficazes ou RMS) temos também,

$$\frac{V_g}{V_c} = \frac{N_p}{N_s}$$



Transformador de Núcleo de Ferro

Da relação de N_p com N_s temos a **relação de transformação “a”**:

$$a = \frac{N_p}{N_s}$$

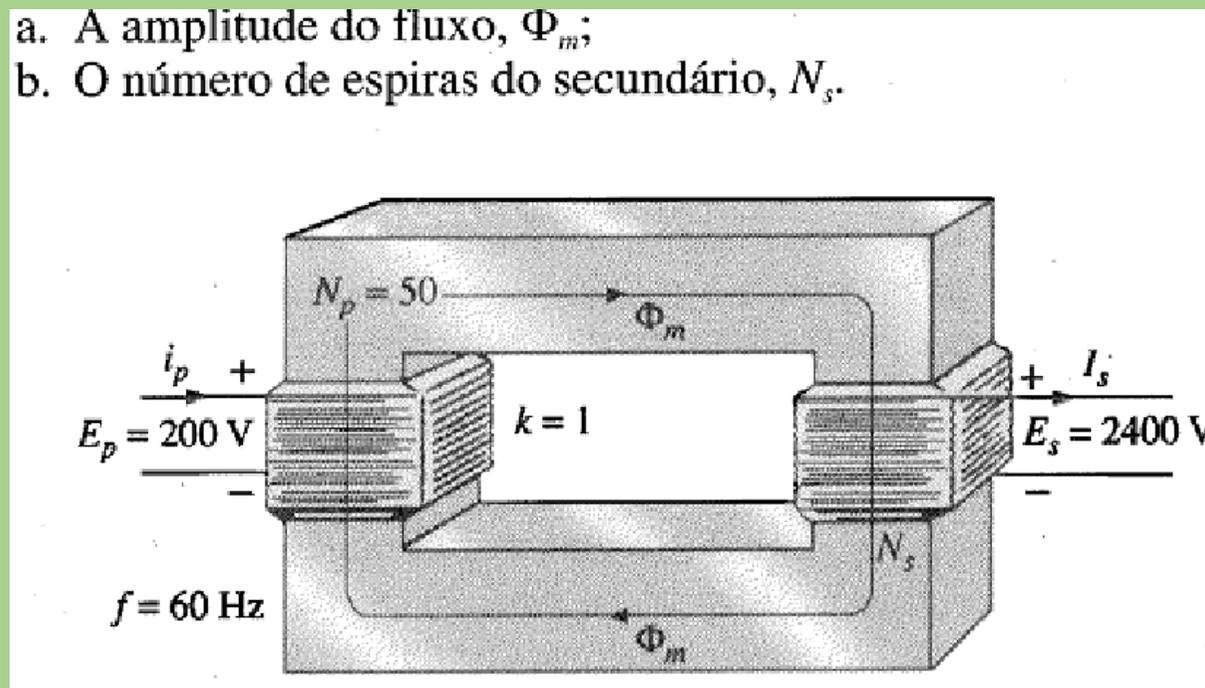
Onde se $a < 1$ temos um **transformador elevador de tensão** e se $a > 1$ temos um **transformador abaixador de tensão**.

Transformador de Núcleo de Ferro

Exemplo 2: Considerando o transformador abaixo responda:

- A amplitude do fluxo, Φ_m ;
- O número de espiras do secundário, N_s .

- 15,02 mWb
- Aprox. 600 espiras



Transformador de Núcleo de Ferro

É possível também estabelecer uma relação entre os valores eficazes das correntes induzidas no primário e no secundário com o número de espiras dado por:

$$\frac{I_p}{I_s} = \frac{N_s}{N_p}$$

Impedância

Das relações vistas anteriormente pode-se obter uma relação entre a impedância do primário Z_p e a impedância da carga Z_c .

Assim é possível trabalhar as impedâncias alterando a relação de espiras.

$$\frac{V_g}{V_c} = \frac{N_p}{N_s} = a \quad e \quad \frac{I_p}{I_s} = \frac{N_s}{N_p} = \frac{1}{a}$$

$$\frac{V_g/V_c}{I_p/I_s} = \frac{a}{1/a}$$

$$\frac{V_g/I_p}{V_c/I_s} = a^2 \quad e \quad \frac{V_g}{I_p} = a^2 \frac{V_c}{I_s}$$

$$Z_p = \frac{V_g}{I_p} \quad e \quad Z_c = \frac{V_c}{I_s}$$

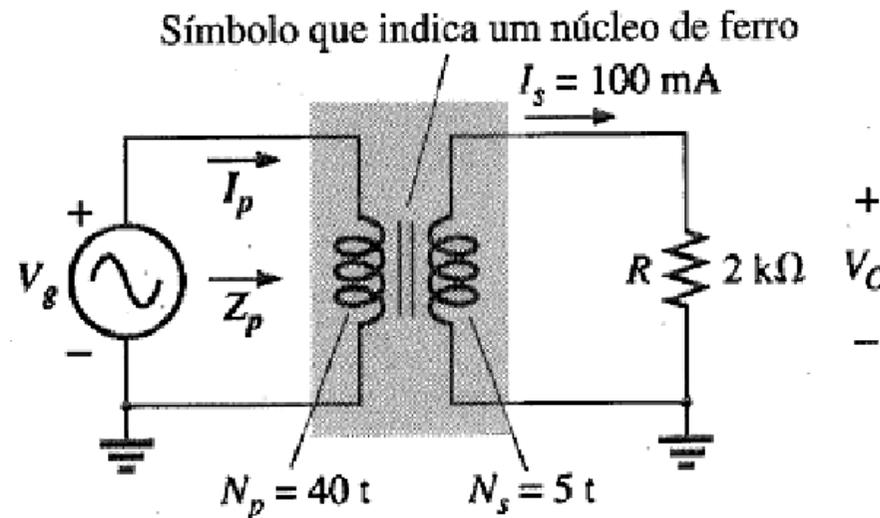
$$Z_p = a^2 Z_c$$

Impedância

Exemplo 3: Considerando o transformador com núcleo de ferro a seguir:

- Determine o módulo da corrente no primário e da tensão aplicada ao primário.
- Determine a resistência de entrada do transformador.

- a) Da relação de corrente-espiras tem-se
 $I_p = 12,5 \text{ mA}$
Achando V_c e usando a relação tensão-espiras tem-se $V_g = 1600 \text{ V}$
b) $Z_p = 128 \text{ k}\Omega$



Potência

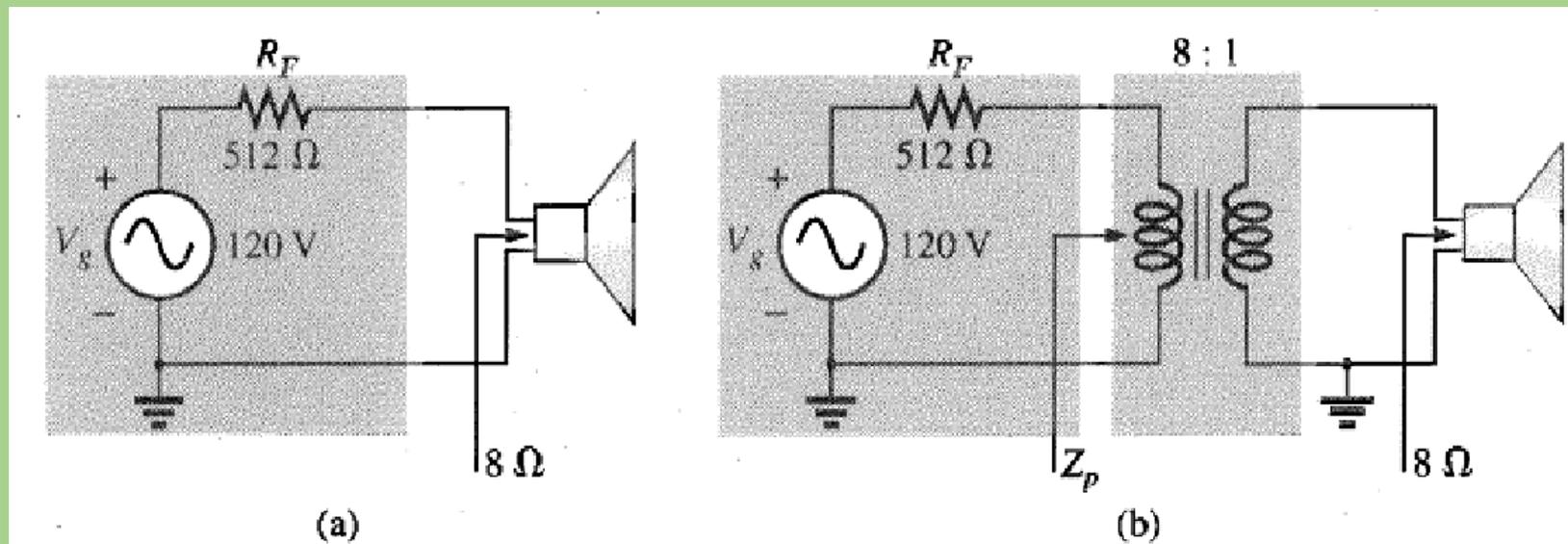
Em transformadores a potência sempre se mantém a mesma. A potência que entra deve ser a mesma que sai (desconsiderando perda).

$$P_{in} = P_{out}$$

(condições ideais)

Transformador para Casamento de Impedâncias

A potência máxima possibilitada pela fonte só é transferida para a carga se esta tiver uma impedância igual à impedância interna da fonte. Veja pelo exemplo como usar o transformador para resolver problemas de baixa potência na carga.



Transformador para Casamento de Impedâncias

- a) Potência fornecida ao alto-falante nas condições apresentada na figura “a”.

$$I_F = \frac{E}{R_T} = \frac{120 \text{ V}}{512 \Omega + 8 \Omega} = \frac{120 \text{ V}}{520 \Omega} = 230,8 \text{ mA}$$

$$P = I^2 R = (230,8 \text{ mA})^2 \cdot 8 \Omega = 426,15 \text{ mW} \cong 0,43 \text{ W}$$

Sendo que a fonte forneceu: $P = (230,8 \text{ mA})^2 \cdot 512 = 27,27 \text{ W}$

Transformador para Casamento de Impedâncias

b) Na figura “b” um transformador de casamento de impedâncias de 8:1 foi inserido. Calculando a impedância de entrada do transformador e a potência fornecida para a carga.

$$Z_p = a^2 Z_c \quad a = \frac{N_p}{N_s} = \frac{8}{1} = 8$$

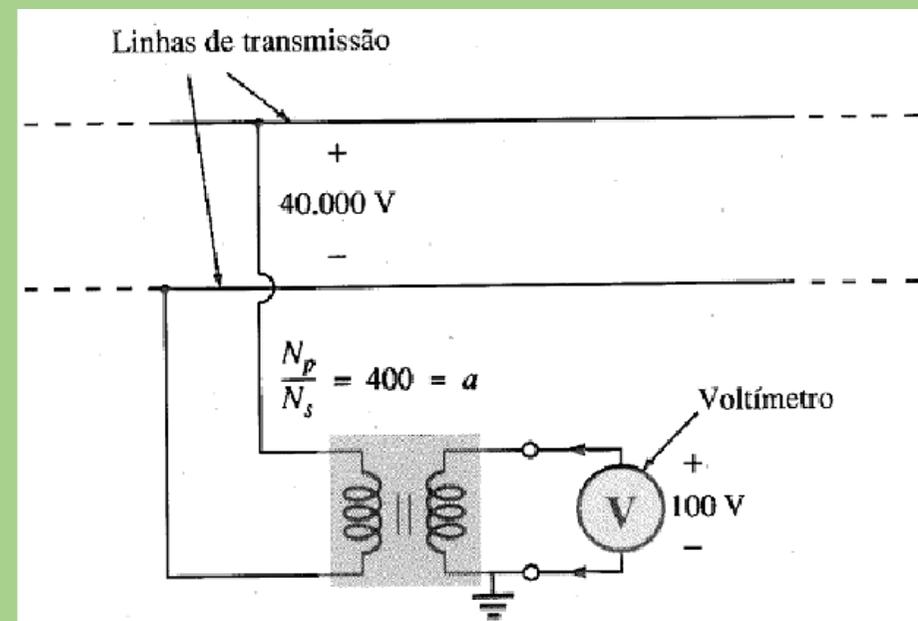
$$Z_p = (8)^2 8 \Omega = 512 \Omega$$

$$I_p = \frac{E}{R_T} = \frac{120 \text{ V}}{512 \Omega + 512 \Omega} = \frac{120 \text{ V}}{1024 \Omega} = 117,19 \text{ mA}$$

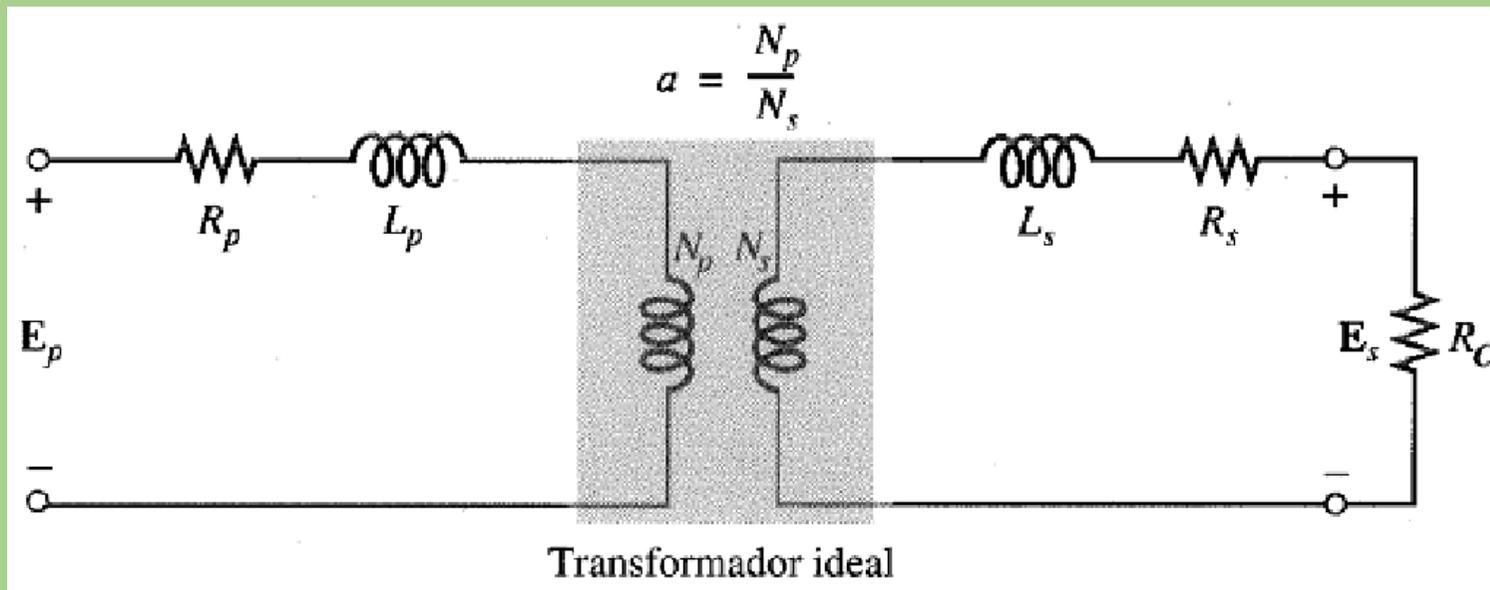
$$P = I^2 R = (117,19 \text{ mA})^2 512 \Omega = 7,032 \text{ W}$$

Transformador para Isolamento Elétrico

O isolamento elétrico significa a ausência de conexão física direta entre circuitos. Um exemplo de aplicação do transformador para isolamento elétrico é na medição de tensão numa linha de alta tensão. A medição pode ser feita seguramente pelo técnico usando um transformador no projeto original da linha que **abaixa** a tensão a um nível segura para o técnico e que a partir da qual pode-se obter a tensão original usando a relação de espiras que deve ser conhecida.



Circuito Equivalente do Transformador de núcleo de ferro



Circuito Equivalente do Transformador de núcleo de ferro

Onde L_p e L_s são indutâncias que geram reatâncias as quais representam perdas no transformador correspondentes a um **fluxo residual** que passa pelos enrolamentos do primário e secundário mas, não pelo núcleo.

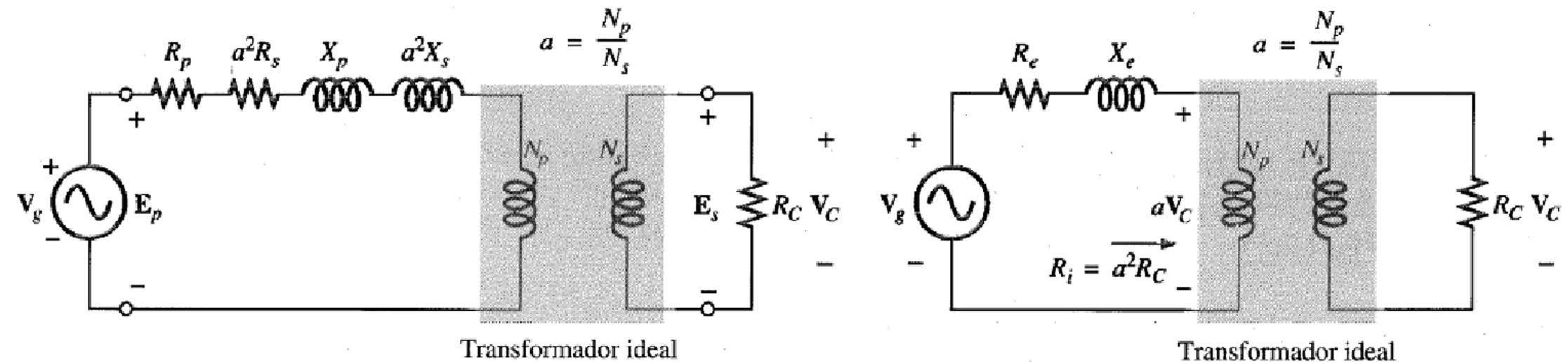
R_p e R_s são as resistências dos respectivos enrolamentos.

$$R_{\text{equivalente}} = R_e = R_p + a^2 R_s$$

$$X_{\text{equivalente}} = X_e = X_p + a^2 X_s$$

Circuito Equivalente do Transformador de núcleo de ferro

Usando do coeficiente a pode-se reescrever o circuito equivalente como:



Circuito Equivalente do Transformador de núcleo de ferro

Do segundo circuito é possível estabelecer uma fórmula para encontrar V_c .

$$aV_c = \frac{(R_i)V_g}{(R_e + R_i) + jX_e}$$

$$V_c = \frac{a^2 R_C V_g}{(R_e + a^2 R_C) + jX_e}$$

$$V_g = I_p (R_e + a^2 R_C + jX_e)$$

Note que aV_c é a queda de tensão em $a^2 R_i$ a qual é somente uma parcela da tensão V_g cuja queda ocorre em todas as resistências do circuito inclusive R_i . A corrente é a mesma nos dois casos.

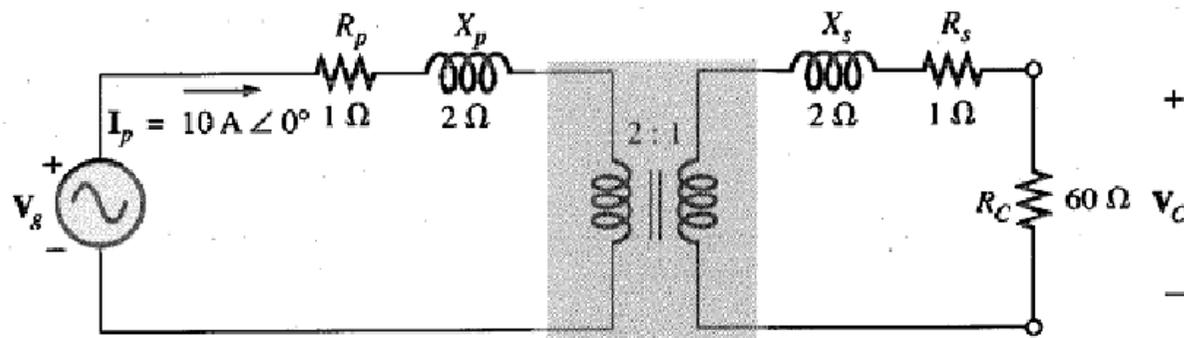
Circuito Equivalente do Transformador de núcleo de ferro

O exemplo a seguir mostra como usar essas fórmulas para facilitar o cálculo das tensões num transformador de núcleo de ferro.

Exemplo 4: Para o transformador com circuito equivalente abaixo faça:

- Determine R_e e X_e .
- Determine os módulos das tensões V_c e V_g .
- Determine o módulo da tensão V_g para que o módulo de V_c seja o mesmo que no item (b) se $R_e = X_e = 0$. Compare com o valor calculado no item (b).

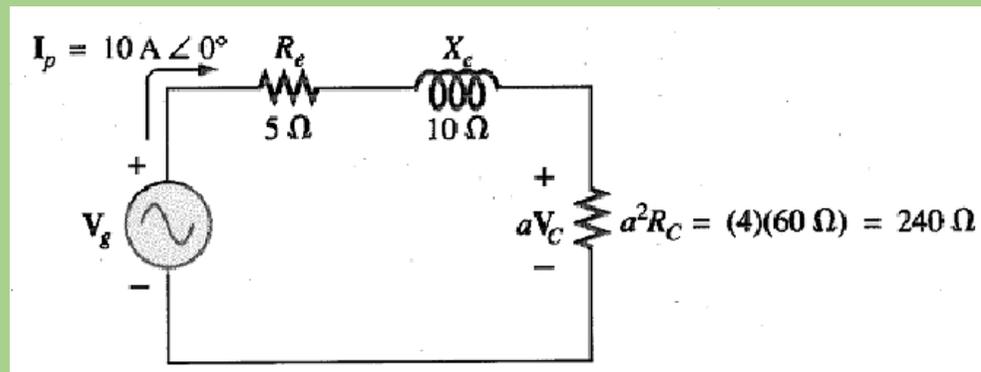
- $R_e = 5 \Omega$
 $X_e = 10 \Omega$
- Fazer o circuito equivalente (prox. slide)



Transformador ideal

Circuito Equivalente do Transformador de núcleo de ferro

b)



$$\begin{aligned} \mathbf{V}_g &= \mathbf{I}_p(R_e + a^2 R_C + j X_e) \\ &= 10 \text{ A}(5 \Omega + 240 \Omega + j 10 \Omega) = 10 \text{ A}(245 \Omega + j 10 \Omega) \\ \mathbf{V}_g &= 2450 \text{ V} + j 100 \text{ V} = 2452,04 \text{ V} \angle 2,34^\circ \\ &= \mathbf{2452,04 \text{ V} \angle 2,34^\circ} \end{aligned}$$

$$aV_C = (I_p)(a^2 R_C) = 2400 \text{ V}$$

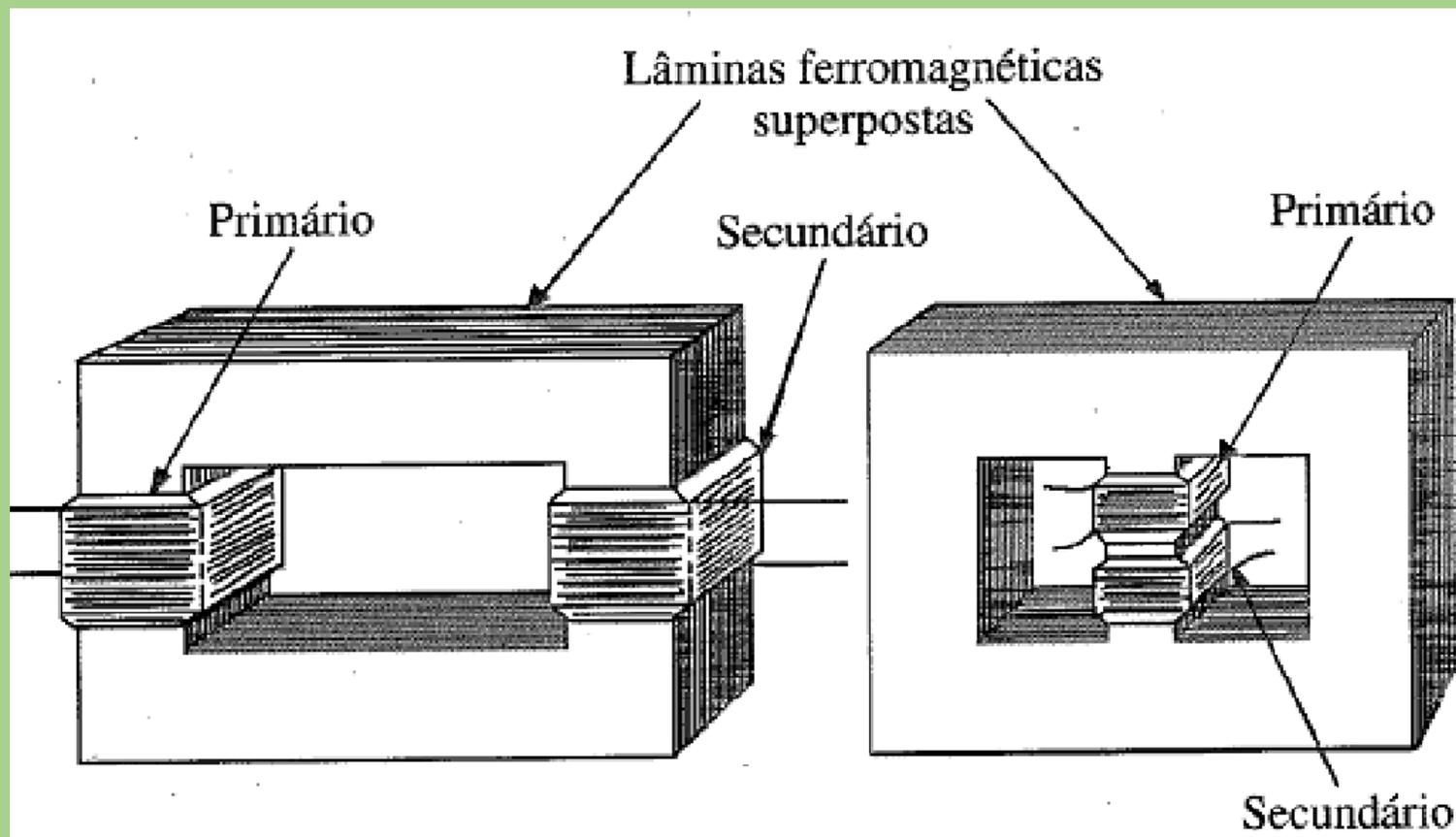
$$\text{Assim, } V_C = \frac{2400 \text{ V}}{a} = \frac{2400 \text{ V}}{2} = \mathbf{1200 \text{ V}}$$

Circuito Equivalente do Transformador de núcleo de ferro

c)
$$\mathbf{V}_g = \mathbf{I}_p(R_e + a^2 R_C + j X_e)$$

$$R_e \text{ e } X_e = 0, V_g = aV_C = (2)(1200 \text{ V}) = 2400 \text{ V.}$$

Tipos de transformadores



Tipos de transformadores

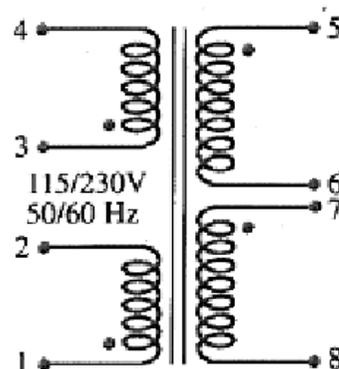
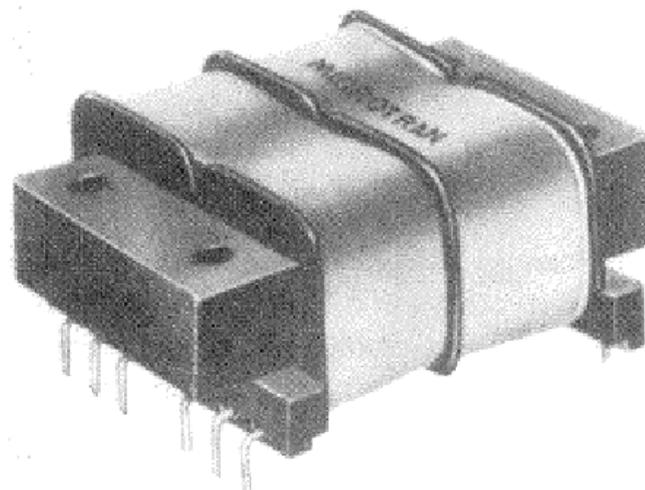
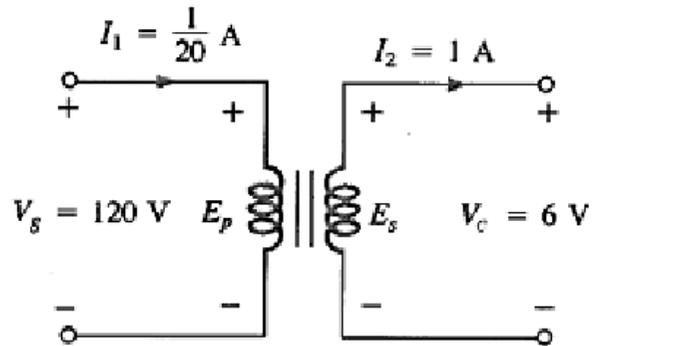


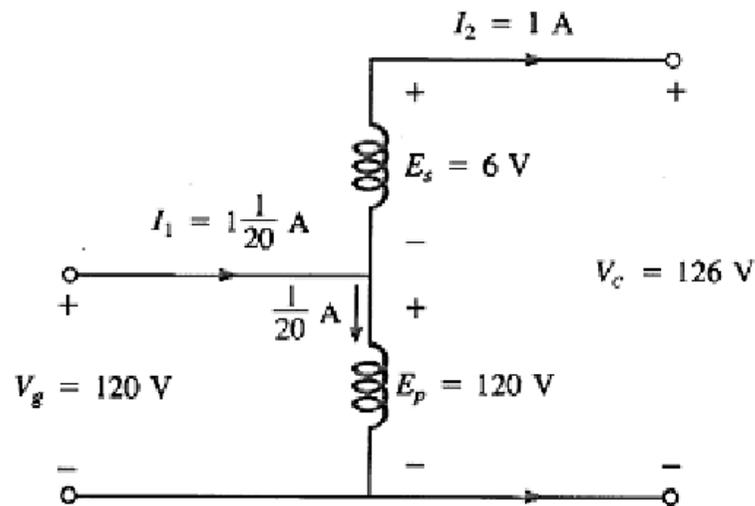
Fig. 25.38 Transformador de pequenas dimensões com dois primários e dois secundários. (Cortesia da Microtran Company, Inc.)

Se o sentido de referência para a corrente é tal que a corrente **entra** no enrolamento pelo terminal assinalado pelo ponto, a tensão induzida nesse terminal é **positiva**. E virse-versa.

Tipos de transformadores - autotransformador



(a)



(b)

Fig. 25.39 (a) Transformador comum; (b) autotransformador.

A desvantagem desse transformador é a perda da característica de isolamento de circuitos.

A vantagem é trabalhar com potência aparente maior:

$$\text{No caso (a)} \quad S = \left(\frac{1}{20} * 120\right) = 6VA$$

$$\text{No caso (b)} \quad S = \left(1 \frac{1}{20} * 120\right) = 126VA$$

O primário induz tensão no secundário mas a saída é a soma das duas tensões => $E_p + E_s$

Tipos de transformadores

