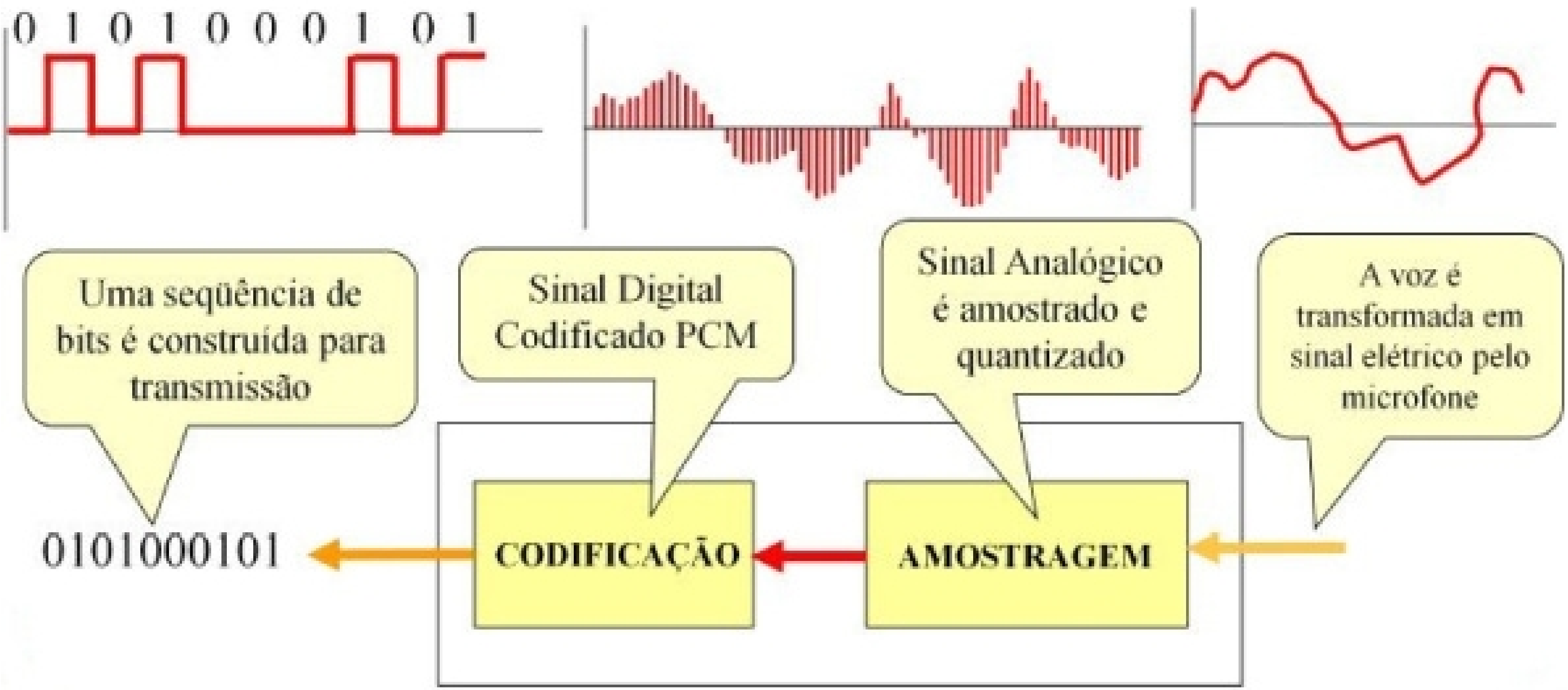
Teoria de Controle II
Aula 4

Adrielle C. Santana

Sistemas Amostrados

O processo de amostragem, quantização e codificação também é denominado de modulação por código de pulso (Pulse Code Modulation – PCM)



Sistemas Amostrados

Exemplo: Teste no Audacity.

Frequência de amostragem f_a=44100 Hz

Período de amostragem $T_a=1/f_a=22{,}67\ \mu s$

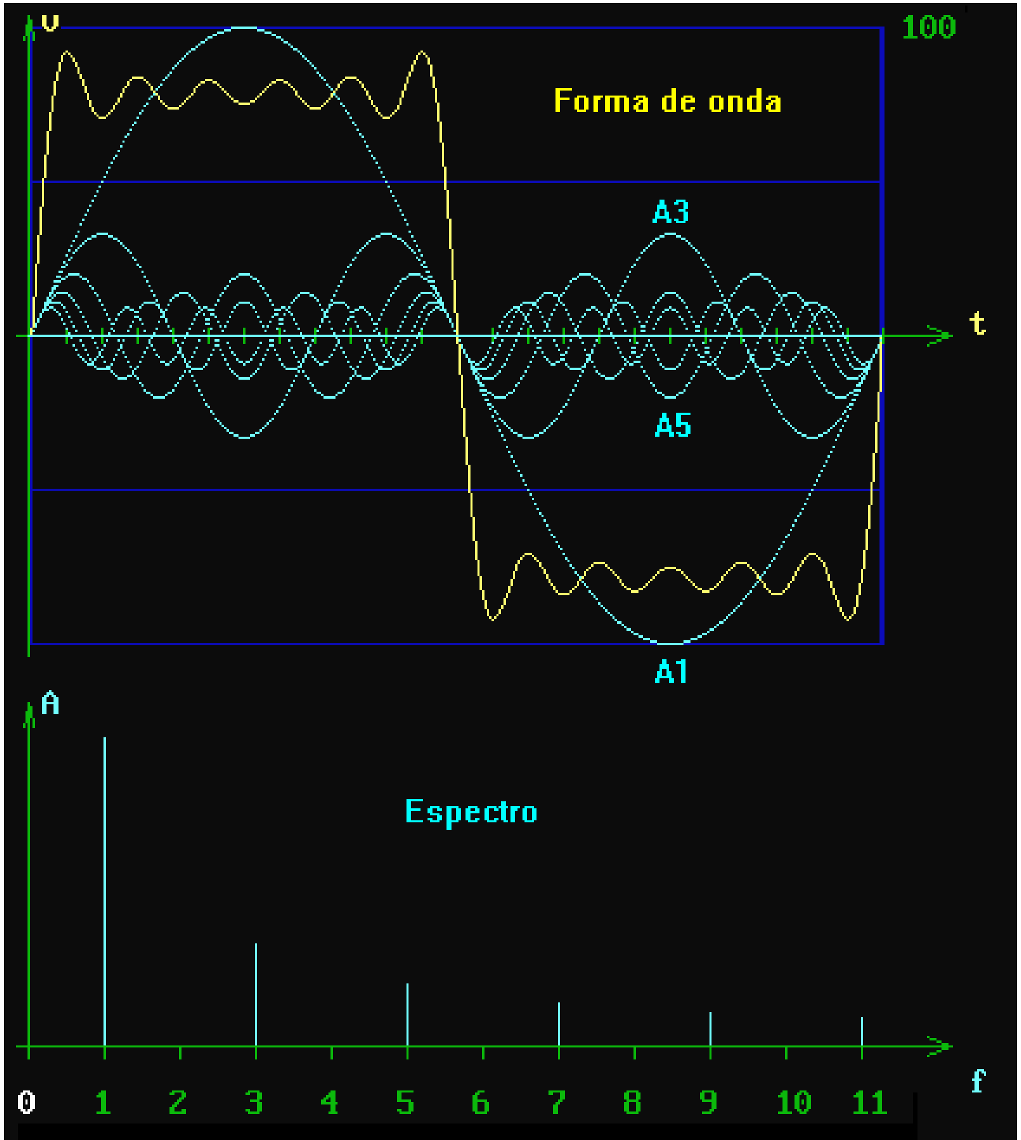
Ouvido humano => 20 Hz a 20 KHz

Teorema da Amostragem

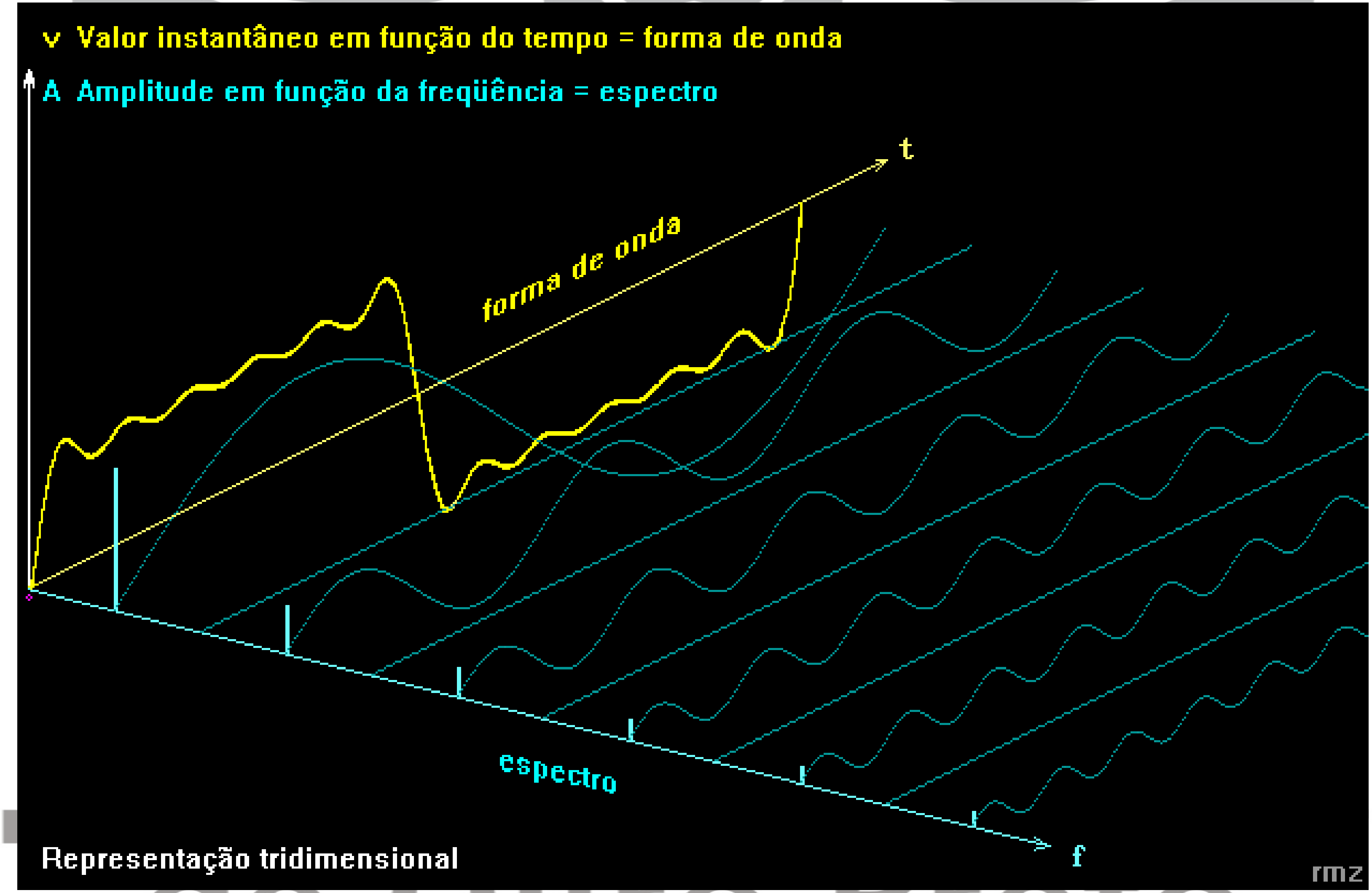
Para que um sinal original seja reconstruído a partir de um sinal amostrado, a frequência de amostragem utilizada no sinal original deve obedecer a frequência mínima especificada pelo ***Teorema da Amostragem***.

Em geral, a amostragem é um processo não-inversível. Ou seja, dada uma sequência x(n) ou x*(t), não é possível reconstruir o sinal original x(t). Muitos sinais diferentes podem gerar a mesma sequência de amostras de saída.

Teorema da Amostragem

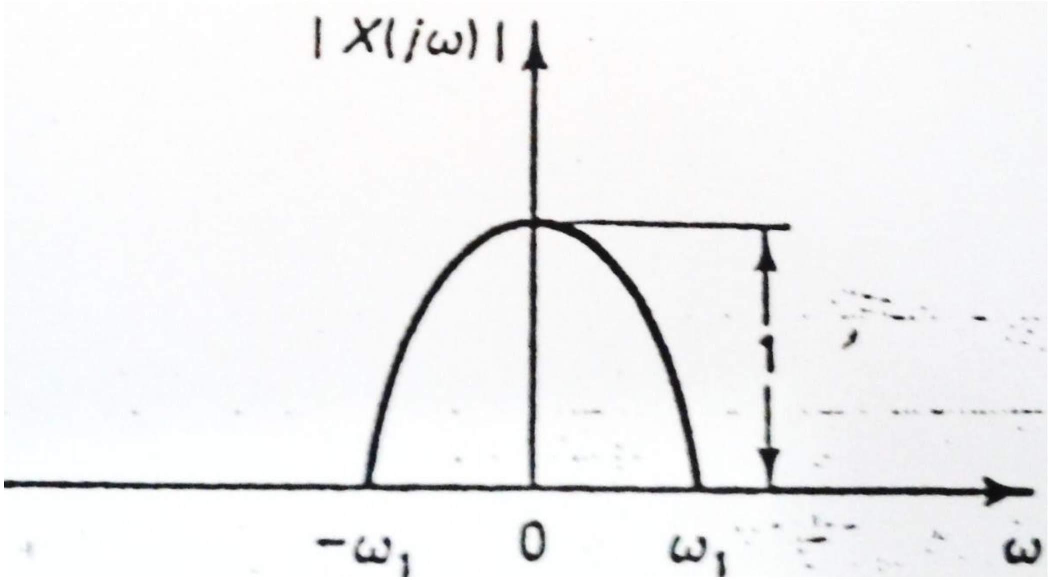


Teorema da Amostragem



Teorema da Amostragem

Seja um sinal contínuo x(t) com o seguinte espectro de frequência.



Teorema da Amostragem

Teorema de Shannon-Nyquist

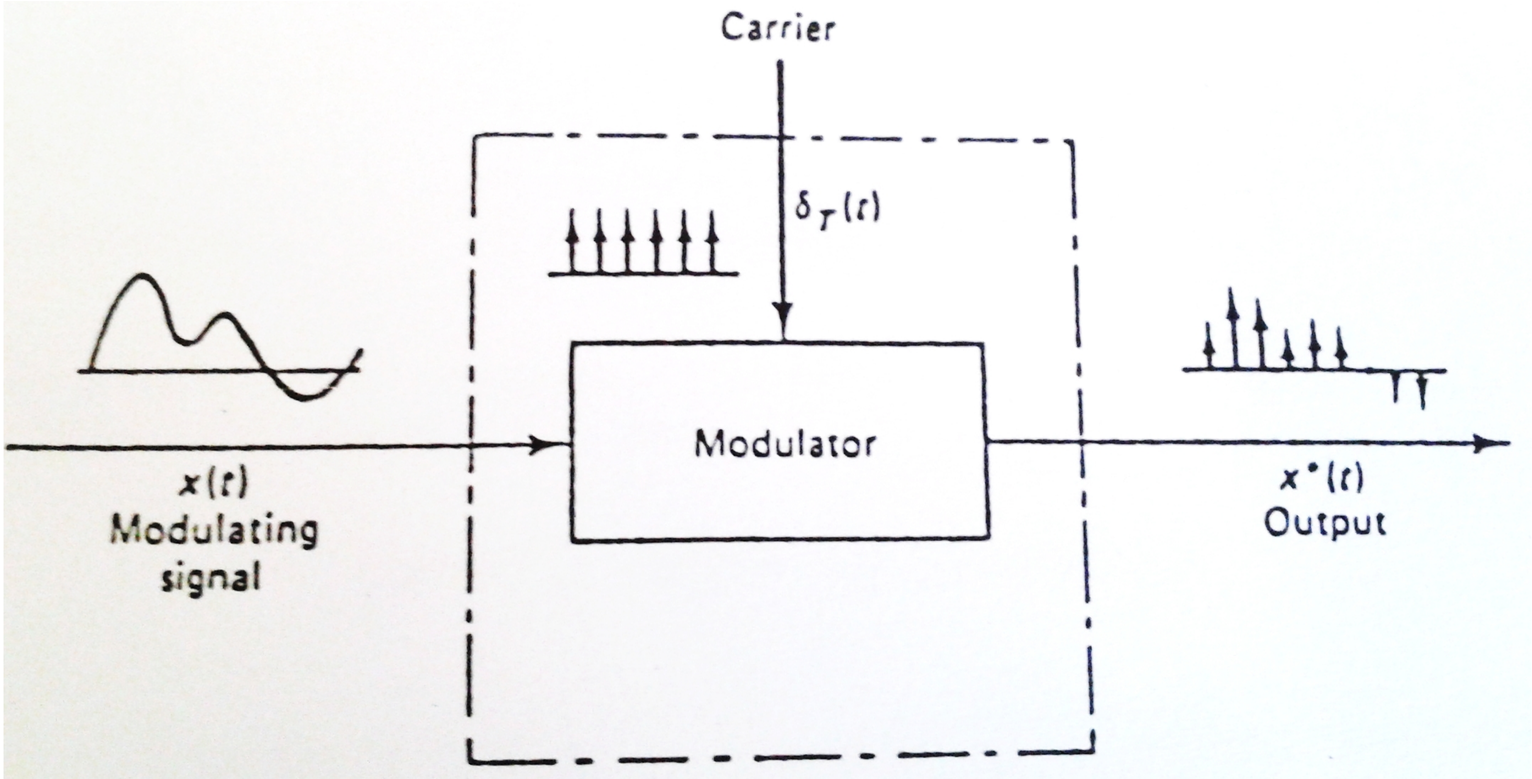
Se ω_s (frequência angular de amostragem), definida como $\frac{2\pi}{T}$ (onde T é o período de amostragem) é maior que $2\omega_1$, ou

$$\omega_s > 2\omega_1$$

Onde ω_1 é o maior componente de frequência presente no sinal contínuo x(t), este sinal contínuo poderá ser completamente reconstruído a partir do sinal amostrado.

Teorema da Amostragem

Sabe-se que o sinal amostrado x*(t) é obtido pela modulação de um trem de impulsos distanciados de T segundos um do outro, em que cada impulso tem como amplitude o valor do sinal contínuo x(t).



Teorema da Amostragem

De modo que:

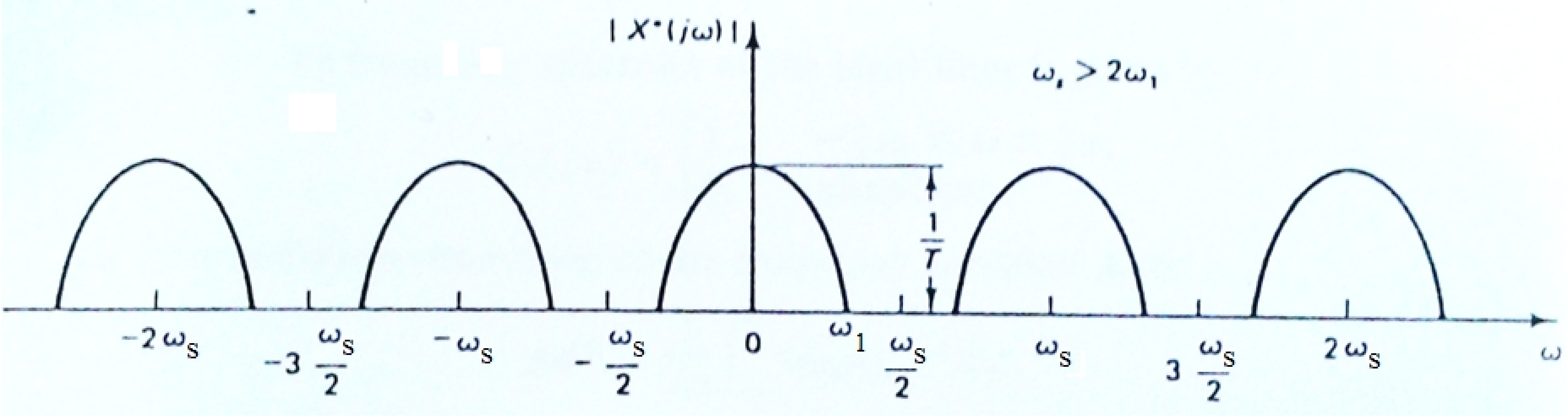
$$x^*(t) = x(t) \sum_{n=0}^{\infty} \delta(t - nT)$$

Fazendo a transformada de Laplace de x*(t) e substituindo s por jω, é possível obter o espectro de frequência de x*(t) ,

$$X^*(j\omega) = \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} X(j\omega + j\omega_s n)$$

Teorema da Amostragem

Assim, o espectro de frequência de x*(t) uma função de ω periódica que consiste de uma sobreposição de réplicas deslocadas de X*(jω) e atenuadas pelo fator $\frac{1}{T}$. Variando n=0,1,2,3,... tem-se,



Teorema da Amostragem

Observe que $\omega_1<(\omega_s- \omega_1)$ ou $\omega_s> 2\ \omega_1$.

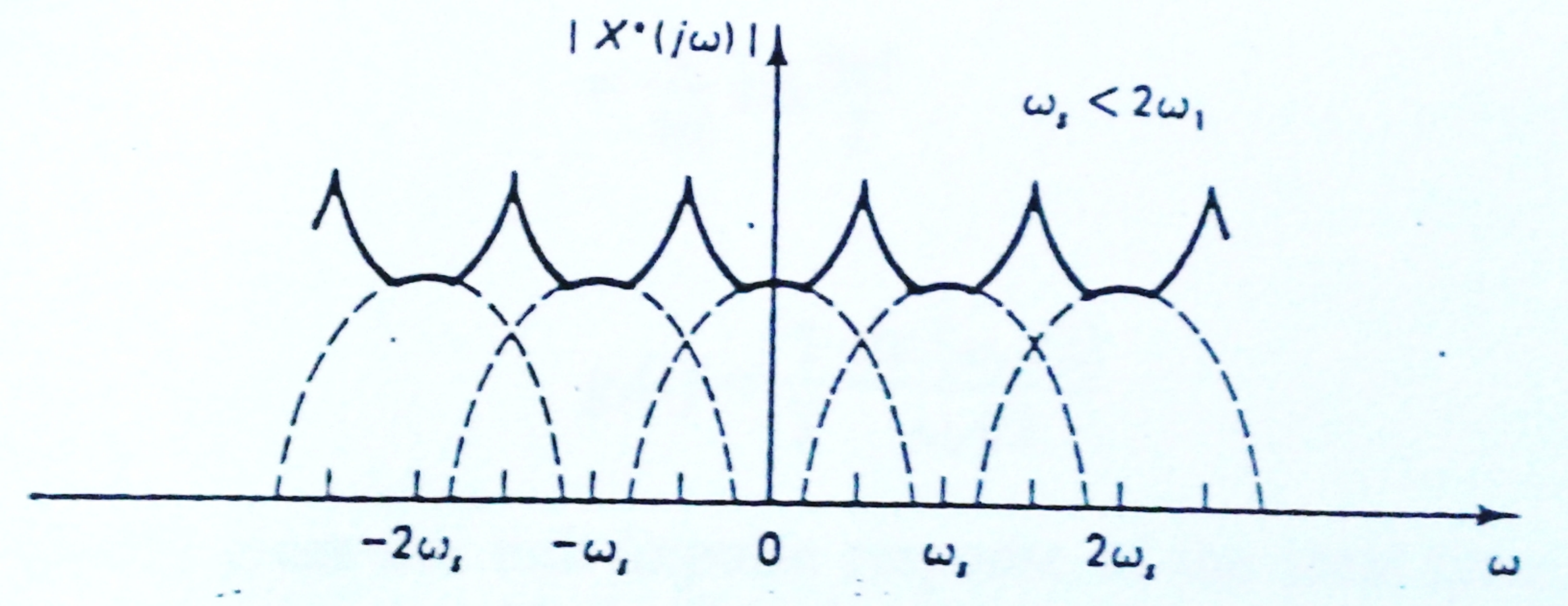
Não existe sobreposição entre as réplicas deslocadas de $X^*(j\omega)$ sendo este sinal fielmente reproduzido a cada múltiplo inteiro de ω_s. Dessa forma se $\omega_s> 2\ \omega_1$ o sinal $x(t)$ pode ser exatamente reconstruído a partir das amostras de $x^*(t)$.

Obs1.:A frequeência $\omega=2\ \omega_1$ é conhecida com "frequência de Nyquist"

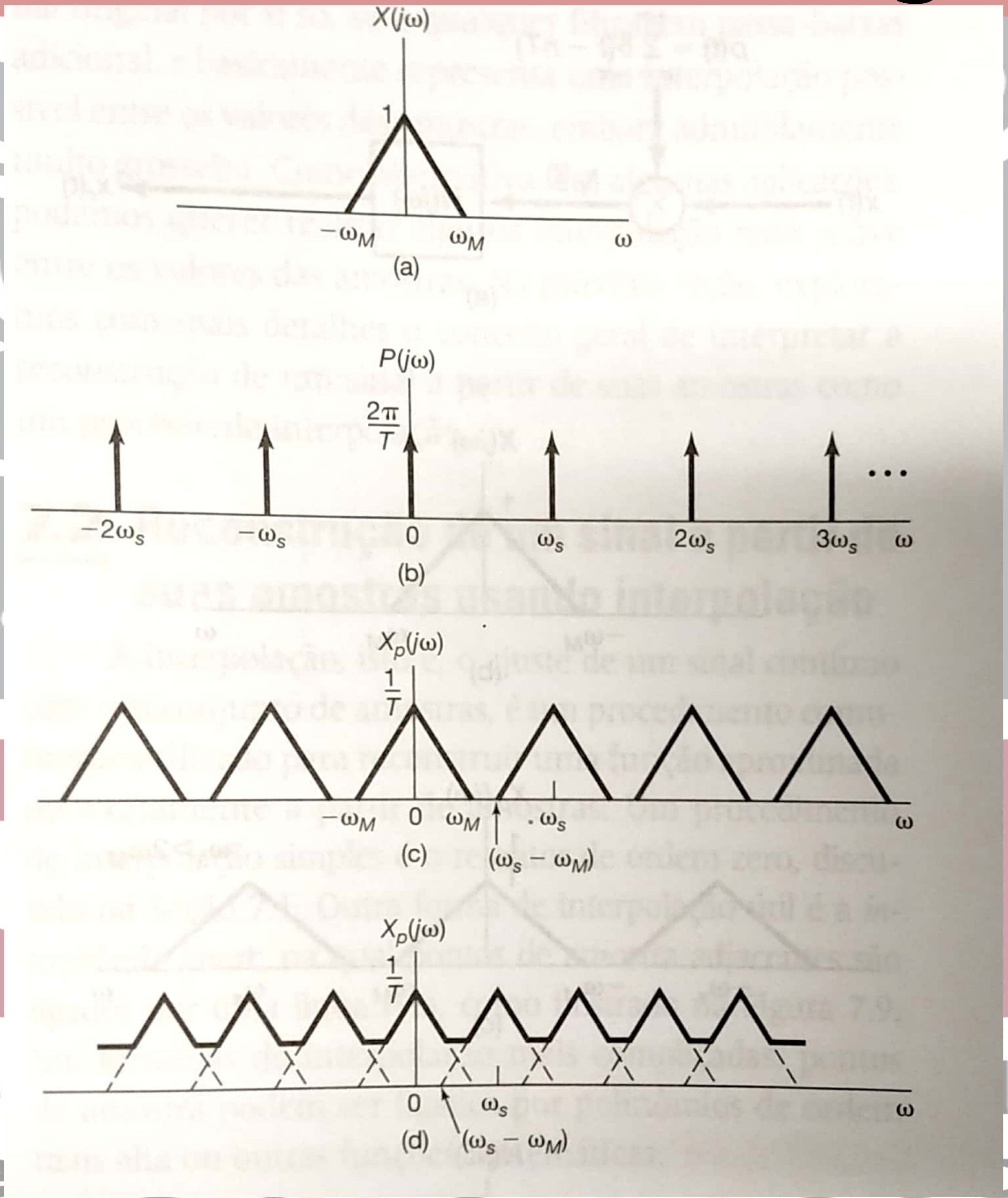
Obs2.: A freq. De corte do filtro na reconstrução do sinal deve ser $\omega_1< \omega_C<(\omega_s- \omega_1)$.

Teorema da Amostragem

Se $\omega_s < 2\omega_1$, ocorre o Aliasing onde a sobreposição do espectro de frequência resulta em um sinal reconstruído distorcido.



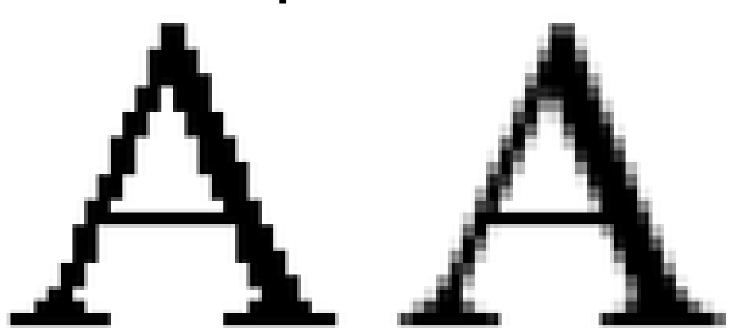
Teorema da Amostragem



Efeito do Aliasing

O aliasing dito temporal ocorre em amostragem de áudio e vídeo. Já o aliasing espacial ocorre em imagens amostradas (por uma câmera digital por exemplo).

Filtros anti-aliasing tendem a eliminar as componentes abaixo da frequência de Nyquist. No caso de imagens, interpolações podem ser feitas para melhorá-las



Efeito do Aliasing