

Projeto de Compensador de Atraso de Fase

Projeto no domínio da frequência

Adrielle de Carvalho Santana

Universidade Federal de Ouro Preto

18 de Outubro de 2019



Schedule

- 1 Problema
- 2 Compensador
- 3 Sistema atual
- 4 Projeto
- 5 Análise dos resultados

Problema

Seja o sistema não compensado:

$$G(s) = \frac{1}{s(s+1)} \quad (1)$$

Desja-se: $e(\infty) = 0.02$

$\phi = 50^\circ$

Compensador

Projetaremos um controlador do tipo:

$$C(s) = K_c \frac{Ts + 1}{aTs + 1} \quad a > 1 \quad (2)$$

Constante de erro de velocidade:

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s) \quad (3)$$

Substituindo $G(s)$ tem-se $K_v = 1$

$$e_v(\infty) = \frac{1}{K_v} = 1 \quad (4)$$

Logo K_v precisa ser 50X maior.



$$\text{novo } K_v = 50 = \lim_{s \rightarrow 0} sC(s)G(s)$$

$$K_v = 50 = \lim_{s \rightarrow 0} s \left(K_c \frac{Ts + 1}{aTs + 1} \right) \left(\frac{1}{s(s + 1)} \right) = K_c \quad (5)$$

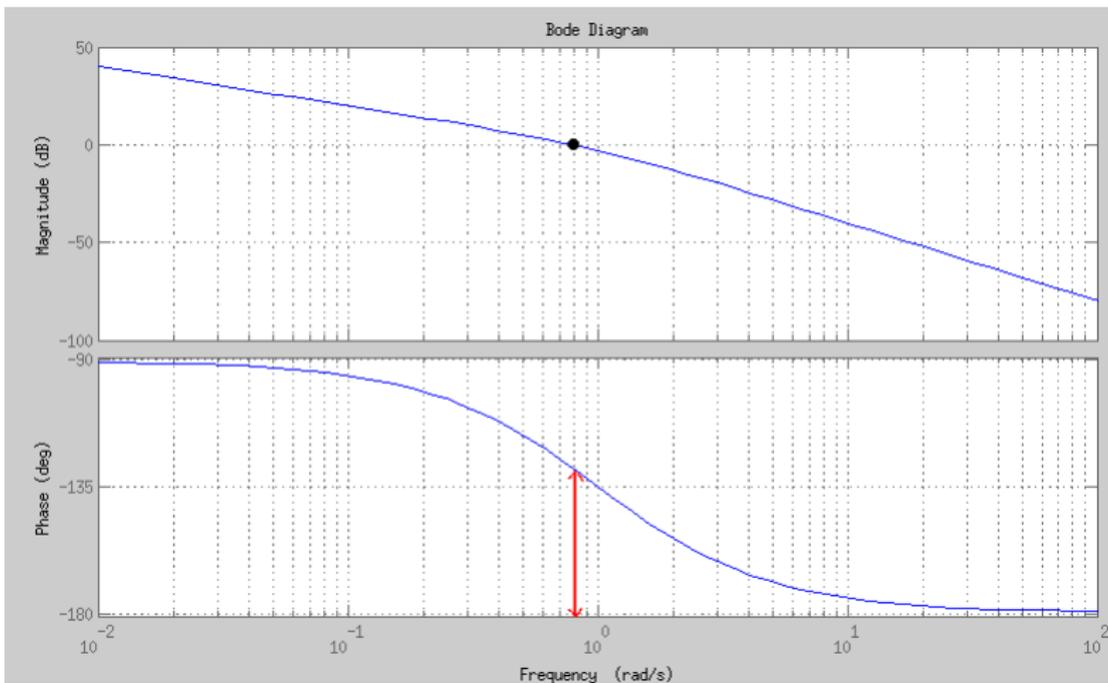
$$K_v = K_c = 50$$

Sistema atual

Fazendo no MATLAB:

```
1      g=tf([1],[1 1 0])
2      bode(g)
3      grid
```

Fase atual



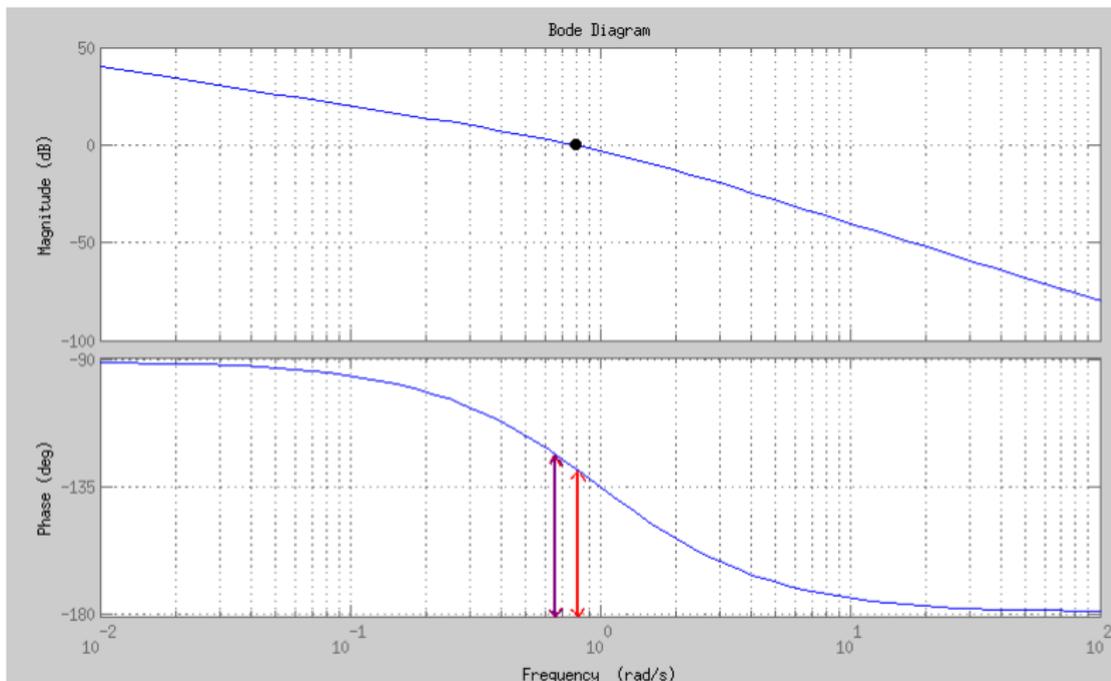
$\Phi \approx 51^\circ$



Discussão

- A margem de fase já se encontra muito próxima da desejada.
- Queremos um controlador que não afete muito a fase atual do sistema.
- O ganho precisará ainda ser alterado para atender à especificação do $e(\infty)$.
- Isso vai alterar a frequência de cruzamento fazendo a nova margem de fase ser menor.
- Projetaremos um controlador em atraso de fase para compensar isso adicionando uma folga entre 3° e 5° .
- Vamos trabalhar com o novo Φ , com folga de 4° , no valor de 55° .

Fase do projeto

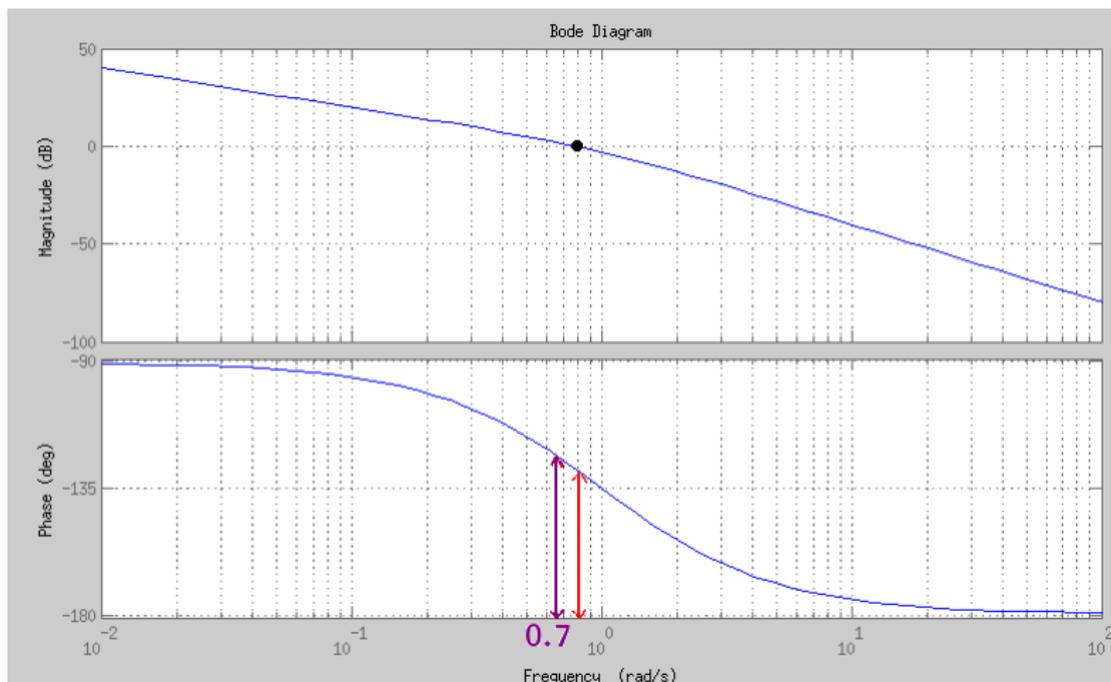


$$\Phi \approx 55^\circ$$

Projeto

Nova frequência de cruzamento

Localizar a nova frequência de cruzamento para o $\Phi \approx 55^\circ$



Deseja-se então um controlador:

- Com um ganho maior nas baixas frequências, melhorando desempenho em estado estacionário;
- Com baixo ganho de fase na região em que Φ é lida já que não queremos afetar muito seu valor.

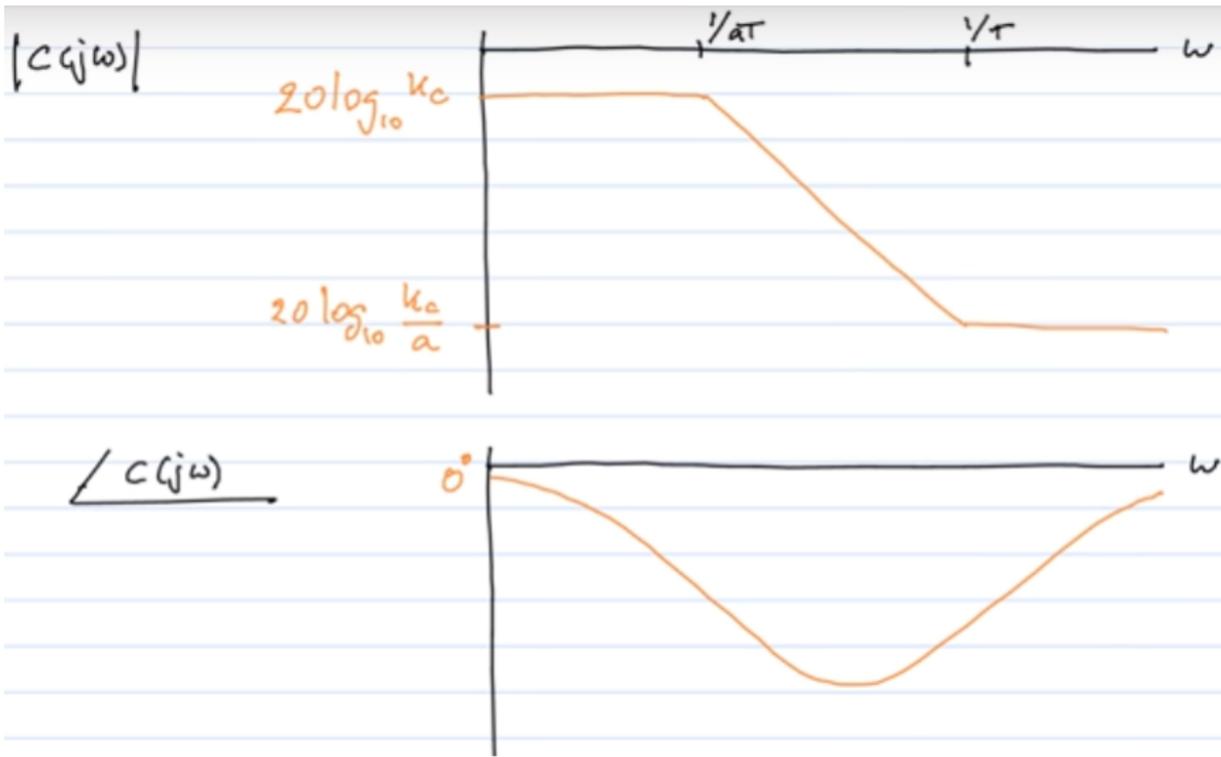
Vamos trabalhar nas altas frequências porque aí o ganho é pequeno e a contribuição de fase (atrasada) é pequena também.

O ganho que K_c causará no sistema também será compensado com o ganho negativo do controlador por atraso de fase nessas altas frequências.

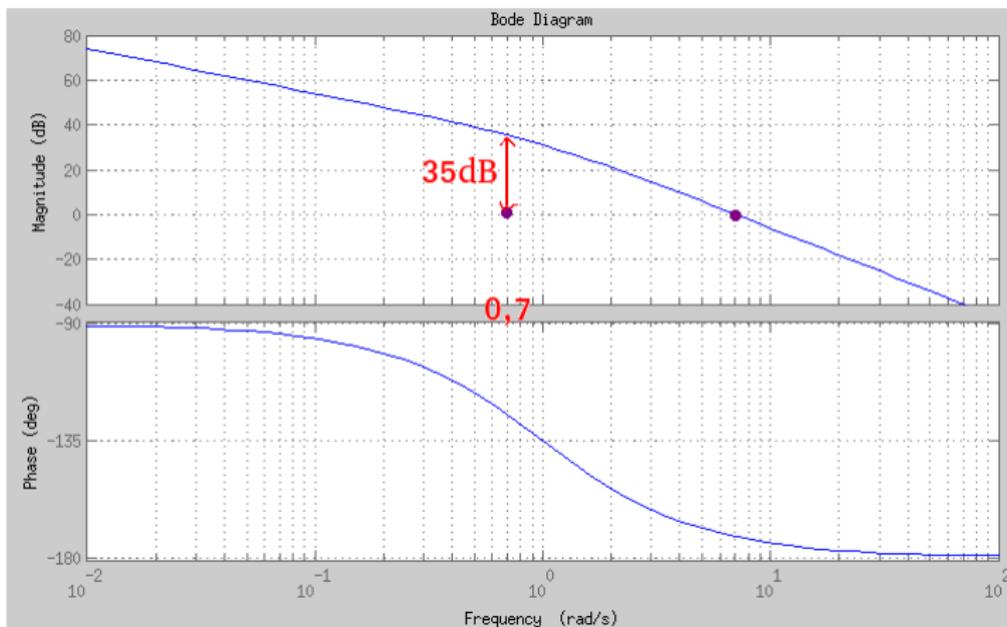
O ganho nessa região vale:

$$20 \log_{10} \frac{K_c}{a} \quad (6)$$





Multiplicando a tf do sistema pelo ganho K_C já conhecido obtemos o novo traçado de Bode com ganho dado por $|K_C G(j\omega)|$:



- Queremos um controlador que na frequência $0,7 \text{ rad/s}$, faça o ganho descer até o ponto indicado.
- Assim Φ fica dentro do valor predeterminado de $\approx 55^\circ$.
- Pela figura anterior, o ganho negativo que o controlador terá de compensar vale -35 dB

Como K_c já está embutido no último diagrama traçado, esse termo sai da equação do controlador de modo que a equação 6 se torna:

$$20 \log_{10} \frac{1}{a} \quad (7)$$

Igualando a equação 7 ao ganho negativo desejado na região definida por essa equação:

$$20 \log_{10} \frac{1}{a} = -35 \quad (8)$$

$$a=56$$

Queremos que a assíntota de alta frequência do controlador esteja na região da frequência de $0,7 \text{ rad/s}$ para que a fase do controlador, pequena nas altas frequência, não altere muito a fase do sistema. Vamos posicionar o zero do controlador uma década para baixo dessa frequência, ou seja, em $0,07 \text{ rad/s}$.

Sabendo que a frequência do zero é dada por:

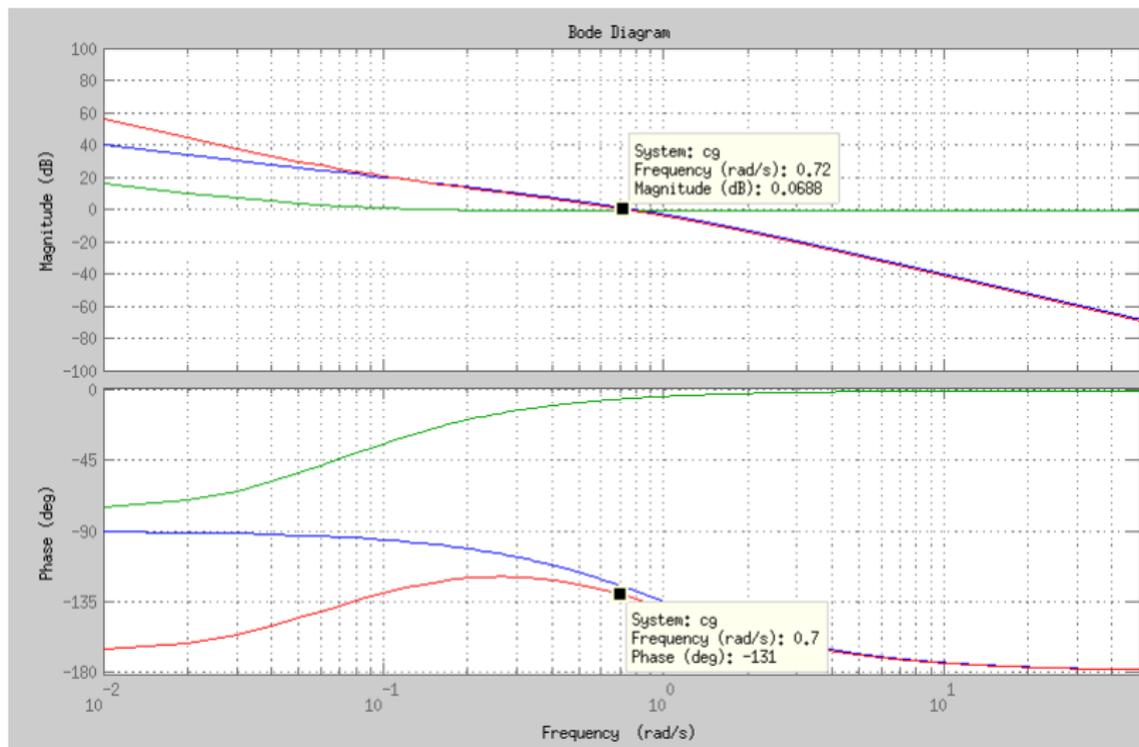
$$\frac{1}{T} = 0,07 \qquad T = 14,3 \qquad (9)$$

De onde podemos obter o valor do polo e assim fechar o projeto do controlador.

$$C(s) = K_c \frac{Ts + 1}{aTs + 1} = 50 \frac{14,3s + 1}{803,3s + 1} \qquad (10)$$

Análise dos resultados

Gerando os diagramas de Bode para o sistema $G(s)$ (azul), o controlador $C(s)$ (verde) e o sistema controlado $G(s)C(s)$ (vermelho) tem-se:



- Observe que os valores ficam próximos daqueles desejados devido à folga dada na fase no início do projeto e;
- mesmo nas altas frequências o controlador dá uma pequena contribuição negativa para a fase.

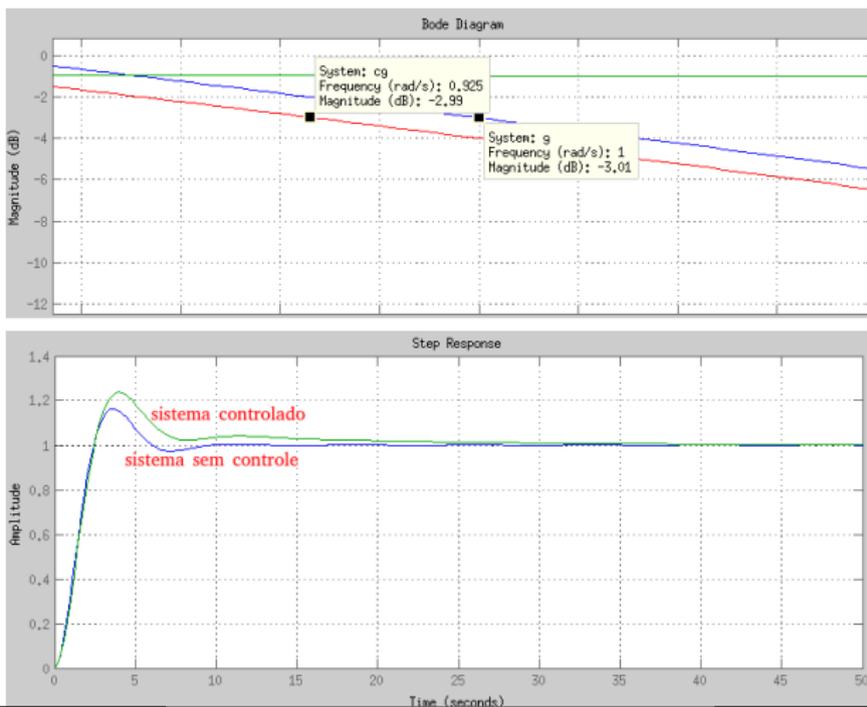
Script degrau

Comandos em MATLAB para traçar a resposta ao degrau:

```
c=50*tf([14.3 1],[803.3 1]); %função de
transferência do controlador
cg=c*g; %junta função do controlador com
a da planta
fg=feedback(g,1); %implementa a malha
fechada do sistema
fcg=feedback(cg,1);
step(fg,fcg,50) %resposta ao degrau por
50 segundos
grid
```

Banda passante e velocidade de resposta

A banda passante é reduzida por compensadores por atraso de fase, isso torna a resposta do sistema controlado mais lenta. Isso se deve ao polo mais lento desse compensador.

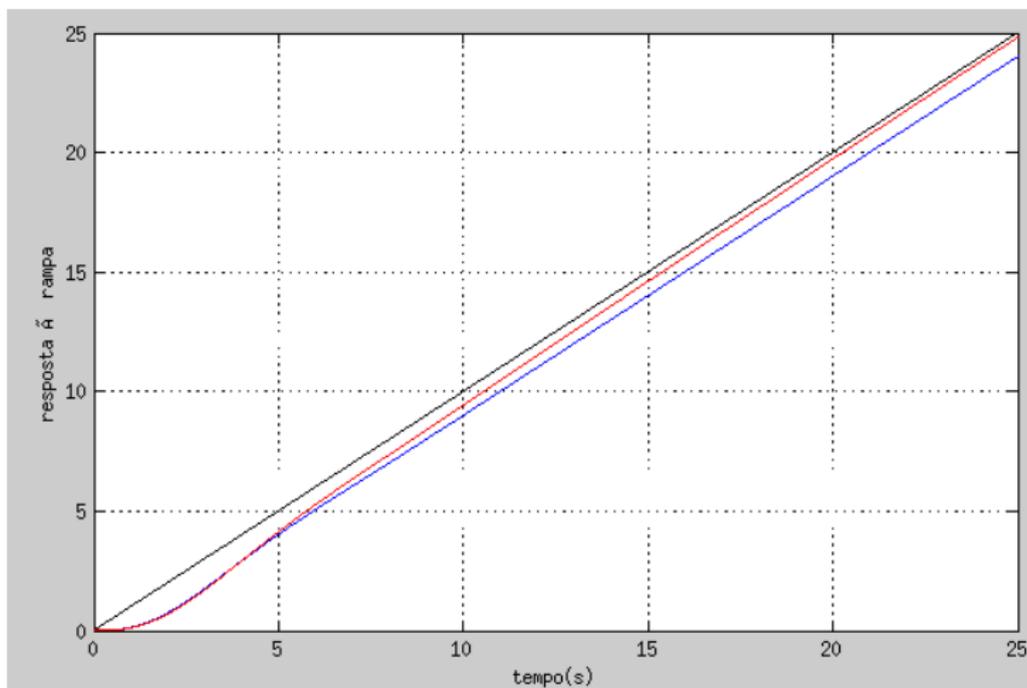


Script rampa

Comandos em MATLAB para implementar a resposta à rampa unitária para o sistema sem controle e com controle:

```
t=0:0.01:100;  
gr=lsim(fg,t,t);  
cgr=lsim(fcg,t,t);  
plot(t,t,'k',t,gr,'b',t,cgr,'r')  
grid
```

Resposta à rampa



Erro em regime estacionário

$$e(\infty) = t(\text{end}) - cgr(\text{end}) \approx 0.02$$