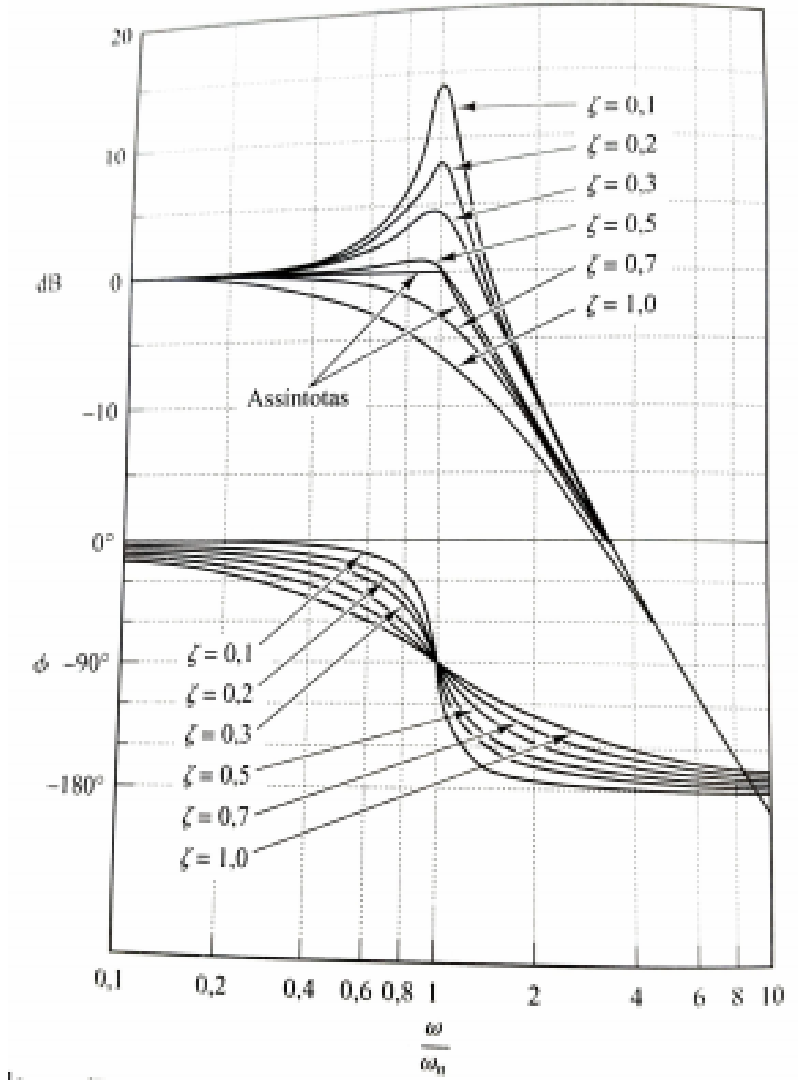
Projeto de Controladores no Domínio da Frequência



Projeto de Controladores no Domínio da Frequência

A medida que ζ tende a zero, $|G(j\omega)|$ tende a infinito. O valor de $|G(j\omega)|$ máximo é chamado **valor de pico de ressonância M_r**. Assim, se o sistema não amortecido ($\zeta \to 0$) for excitado em sua fre de a infinito.

$$M_r = \frac{1}{2\zeta\sqrt{1-\zeta^2}}$$

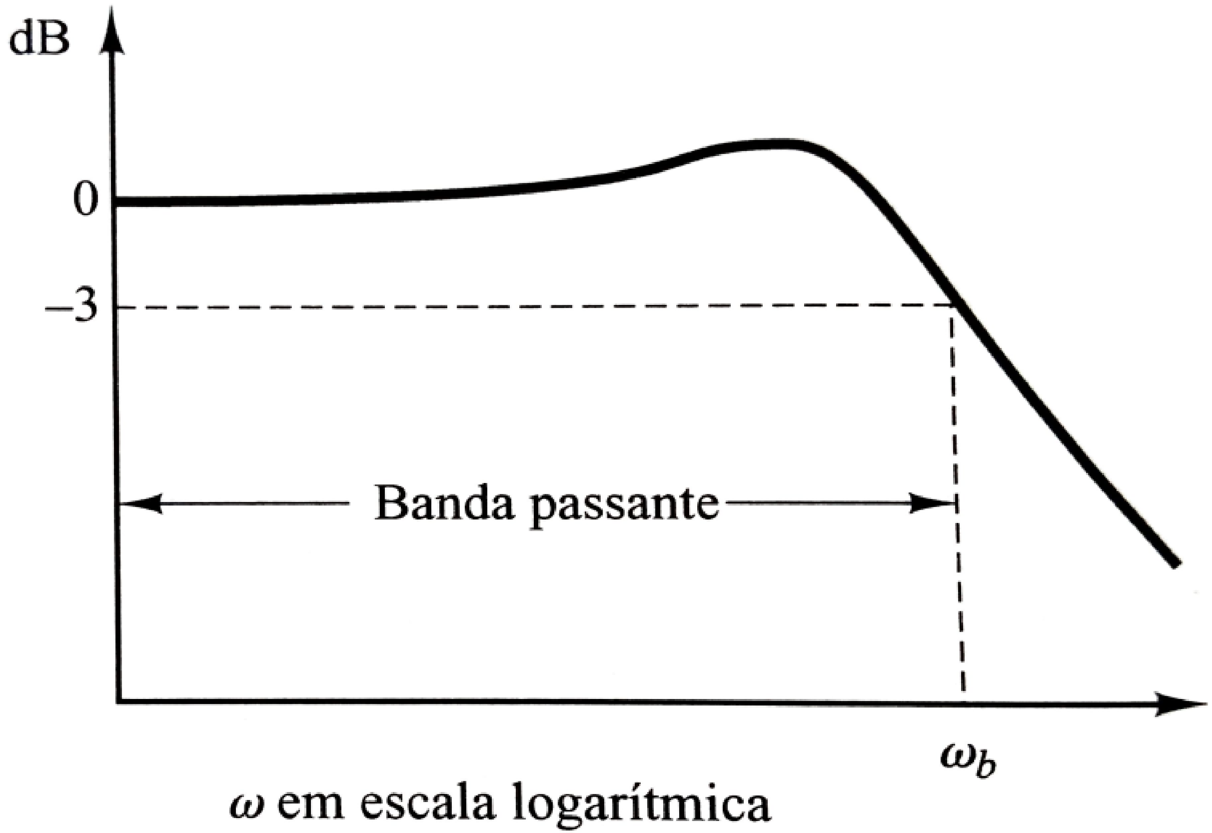
A frequência em que esse valor de pico ocorre é a **frequência de ressonância ω_r.** Para sistemas de segunda ordem ou de ordem superior dominados por um par de polos complexos conjugados de malha fechada se:

ω_d

$$0 \le \zeta \le 0{,}707 \qquad \omega_r = \omega_n\sqrt{1-2\zeta^2}$$

Projeto de Controladores no Domínio da Frequência

$\boldsymbol{\omega_b}$ é a frequência na qual o ganho cai de 3dB abaixo do seu valor na frequência 0. Chamada **frequência de canto.** O intervalo de frequências até essa queda é a **banda passante.**



O tempo de subida aumenta com o ζ e cai com a $\boldsymbol{\omega_b}$.

Uma banda passante grande corresponde então a um tempo de subida pequeno, ou seja, resposta mais rápida do sistema.

Ex.: para reduzir o t_r de 2x, deve-se aumentar $\boldsymbol{\omega_b}$ de 2X.

O overshoot se relaciona com o coeficiente de amortecimento ζ conforme vimos em aulas passadas. Por sua vez, esse coeficiente se relaciona com a margem de fase pela relação:

$$\Phi = \operatorname{tg}^{-1} \frac{2\zeta}{\sqrt{\sqrt{1 + 4\zeta^4} - 2\zeta^2}}$$

Para sistemas de segunda ordem, se $0 <= \zeta <= 0.6$:

$$\zeta = \frac{\Phi}{100}$$

Compensador em avanço de fase

Seja o sistema não compensado:

$$G(s)=\frac{5}{s(s+1)}$$

Deseja-se:

$$e_v(\infty)=0{,}02 \qquad \Phi\approx 50^o$$

Projetaremos um controlador do tipo:

$$C(s)=k_c\frac{Ts+1}{aTs+1}$$

0<a<1

Constante de erro de velocidade:

$$k_v=\lim_{s\to 0} sG(s)$$

Substituindo G(s) tem-se que k_v=5

$$e_v=\frac{1}{k_v}=0,2$$

k_v precisa ser 10x maior!

Projeto de Controladores no Domínio da Frequência

$$\text{novo } K_v = 50 = \lim_{s \to 0} s.C(s).G(s)$$

$$= \lim_{s \to 0} \cancel{s}\left(K_c \frac{Ts+1}{aTs+1}\right)\left(\frac{5}{\cancel{s}(s+1)}\right) = K_c . 5$$

$$K_v = 50 = K_c . 5 \quad \text{logo} \quad \boxed{K_c = \frac{50}{5} = 10}$$

$$20 \log_{10} K_c = 20 \log_{10} 10 = \boxed{20 \text{ dB}}$$

Plotando o diagrama de Bode de G(s):

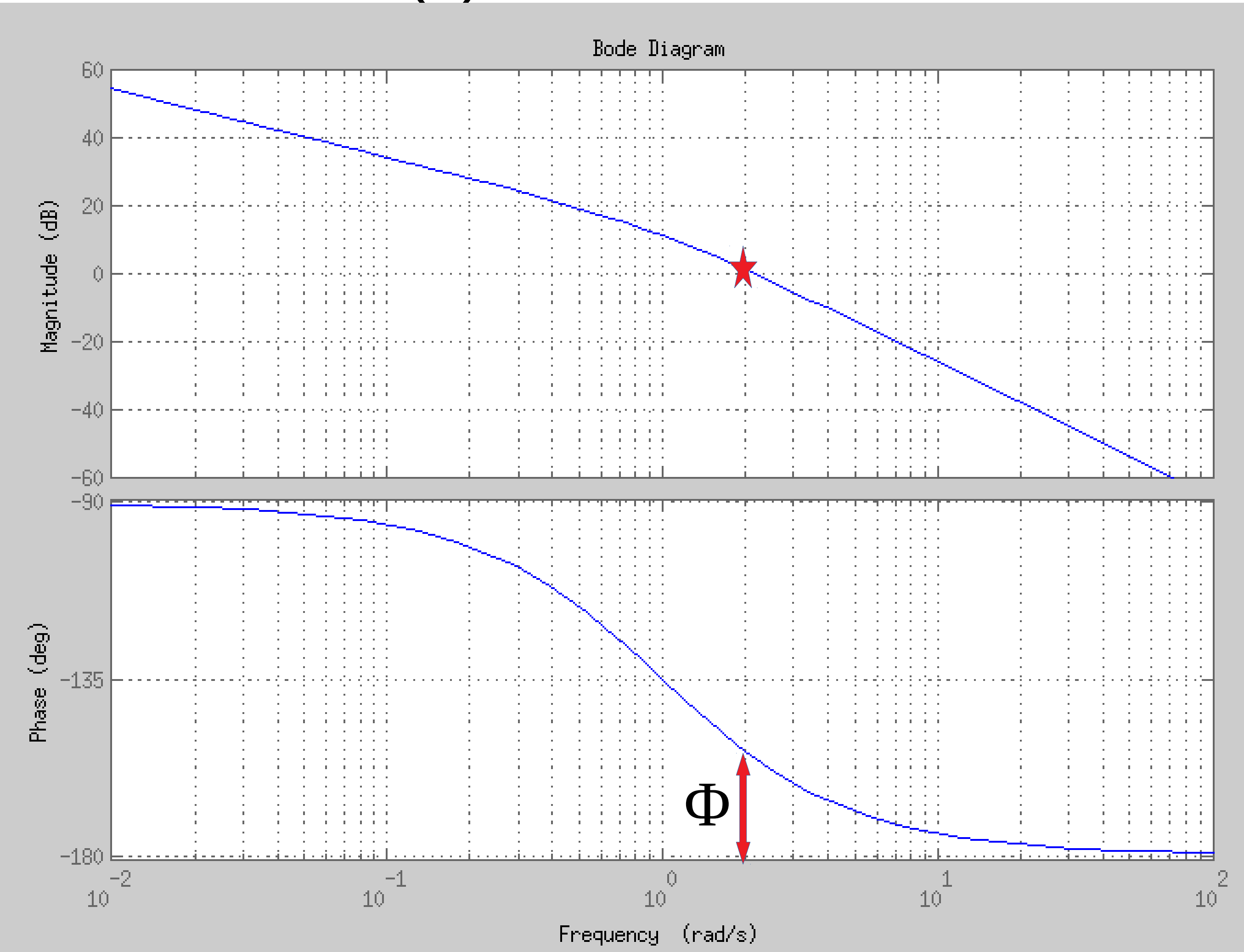
No MATLAB

```
>> g=tf([5],[1 1 0])

>> bode(g)
>> grid
```

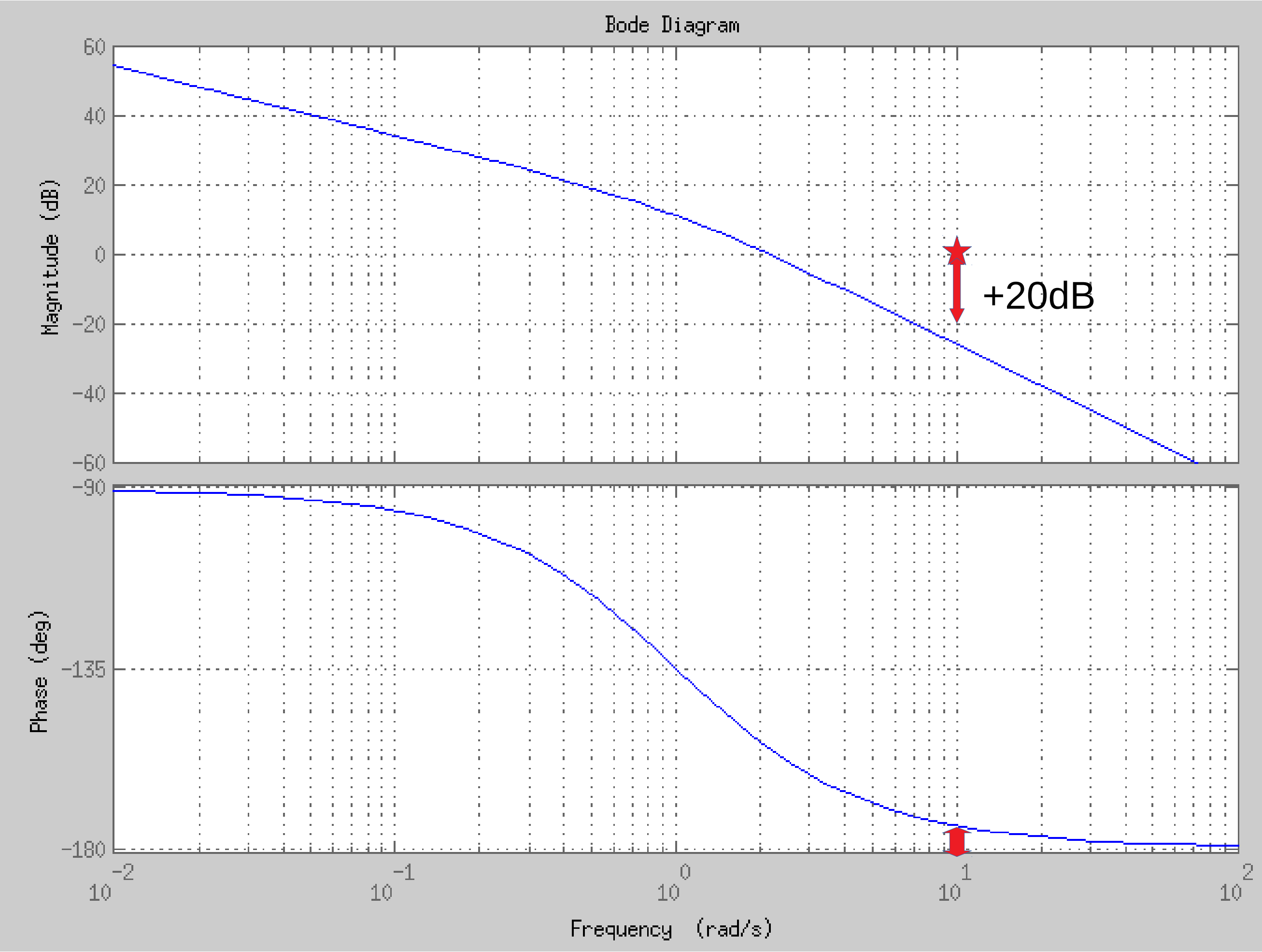
★ Frequência de cruzamento

$$\Phi \approx 25^o$$



Projeto de Controladores no Domínio da Frequência

Mas vimos que K_v vai contribuir fazendo o ganho subir 20dB de fora a fora. Isso mudará a marge de fase.



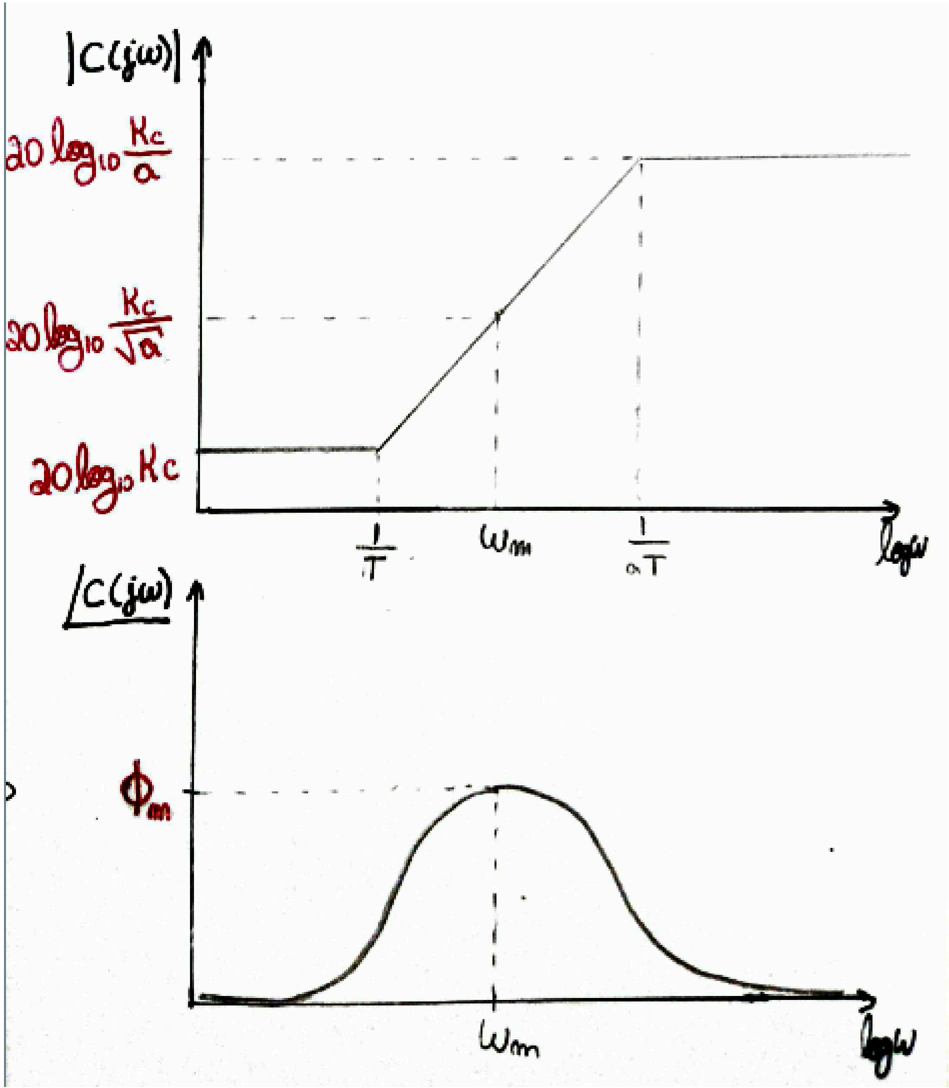
$$\Phi \approx 8^o$$

Para os 50^o solicitados falta então um avanço de fase de 42^o. Mas, essa não será a fase que realmente devemos avançar.

Um avanço de fase causa um aumento de ganho nesse caso dado pela soma do ganho da parte dinâmica do controlador (a rampa de inclinação +20dB nesse caso) ao ganho do sistema. Isso move novamente a frequência de cruzamento mudando a margem de fase atual.

Nesse caso adicionaremos uma fase extra de 3^o ou 5^o aos 42^o. Adotaremos aqui $\Phi_m=42+3=45^o$

Projeto de Controladores no Domínio da Frequência



$$\operatorname{sen}\phi_m = \frac{1-a}{1+a} \Rightarrow \boxed{a = \frac{1-\operatorname{sen}\phi_m}{1+\operatorname{sen}\phi_m}}$$

$$0 < a < 1$$

$$\omega_m = \frac{1}{\sqrt{a}\,T}$$

Com os valores conhecidos de K_c e Φ_m, é possível encontrar "a" e o ganho do controlador na frequência ω_m.

Φ_m=45º

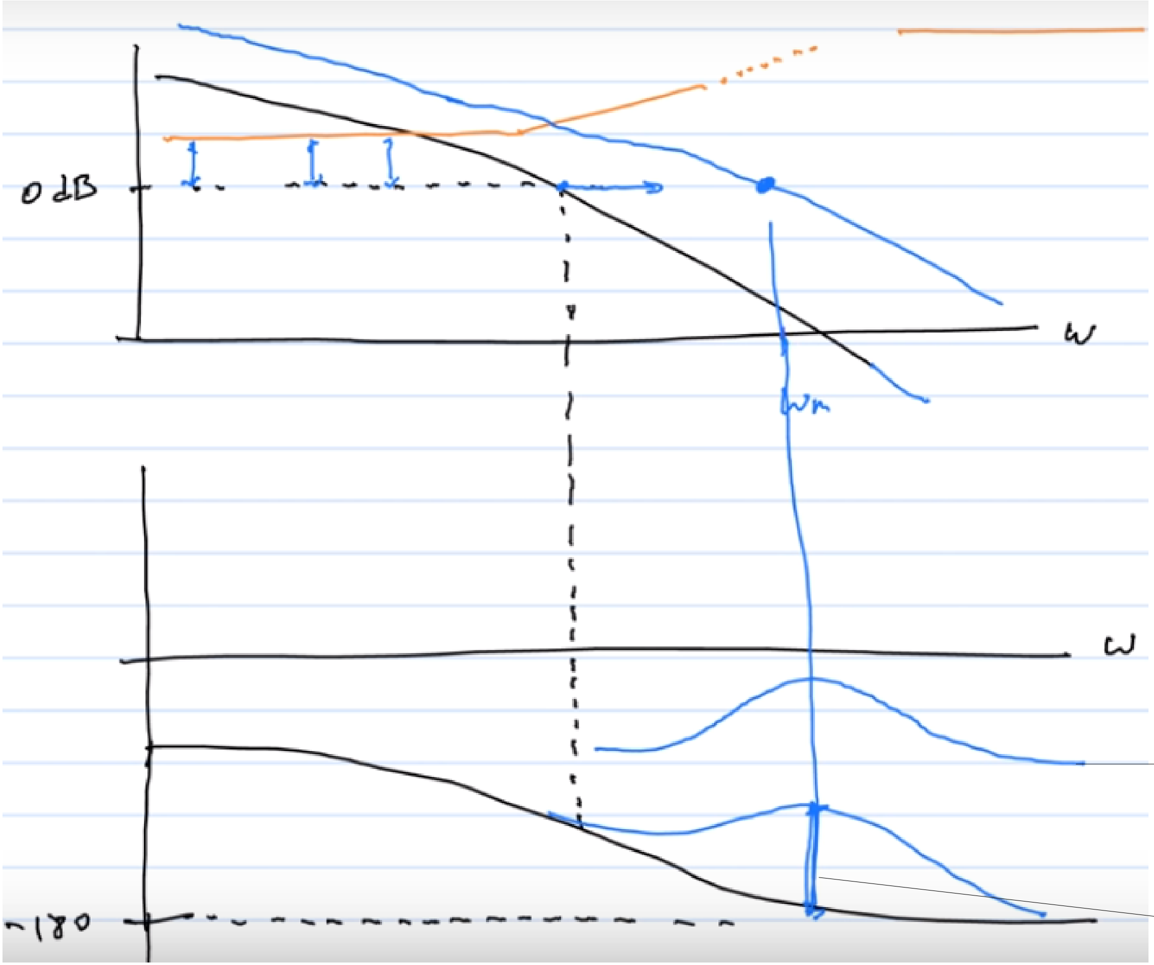
a=0,172

$$20\log_{10}\frac{k_c}{\sqrt{a}}=20\log_{10}\frac{10}{\sqrt{0{,}172}}=27{,}6\,dB$$

O parâmetro “a” relaciona o valor do polo com o do zero e influencia no valor da fase contribuída. Se a=1, o polo é igual ao zero, o ganho se torna uma linha reta e não há contribuição de fase.

O parâmetro T influencia na localização do polo e zero e portanto de ω_m sobre o eixo das frequências.

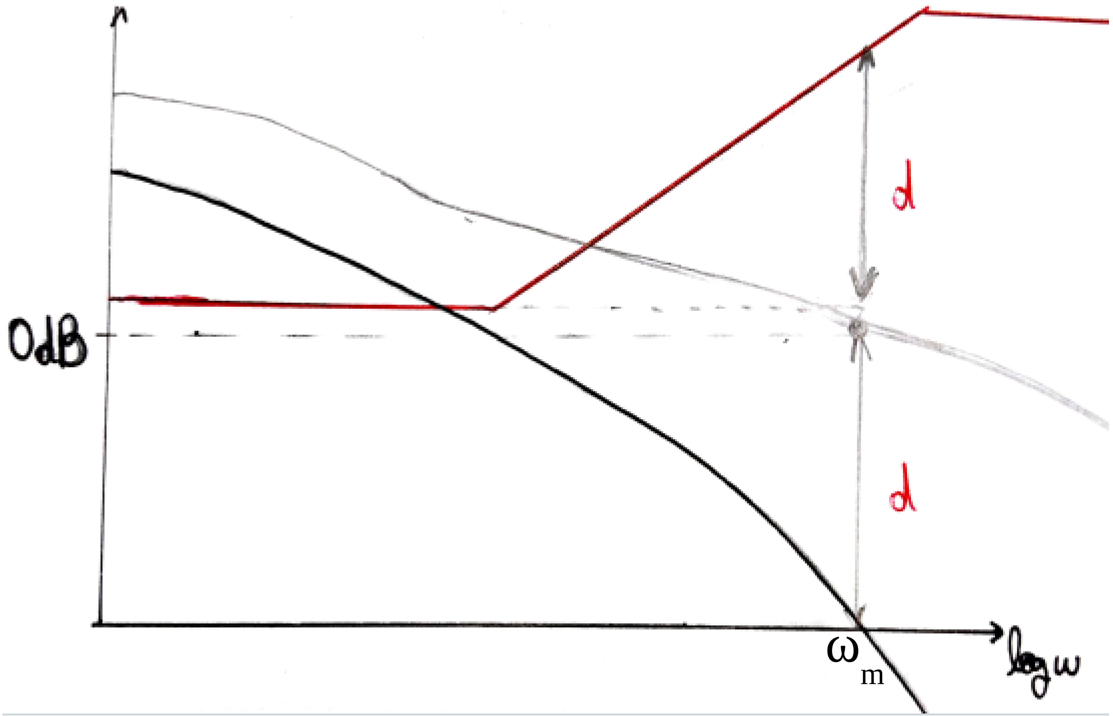
Projeto de Controladores no Domínio da Frequência



O ganho do controlador (preto) + ganho do sistema sem controle (laranja) resultarão em um gráfico de ganho novo (azul).

Deseja-se que a nova frequência de cruzamento desse novo gráfico de ganho seja a ω_m.

Nessa frequência, teremos o ganho de fase máximo que ao se somar com a fase atual do sistema sem controle resulta na margem de fase desejada.



O ganho “d” do controlador terá de ser o mesmo “d” necessário para fazer a nova curva de ganho cruzar o 0dB.

Projeto de Controladores no Domínio da Frequência

Em 0dB o ganho vale 1

$20 \log_{10} 1 = 0\,dB$

Ou seja:

$$|C(j\omega)|\,|G(j\omega)| = 1$$

que em dB fica,

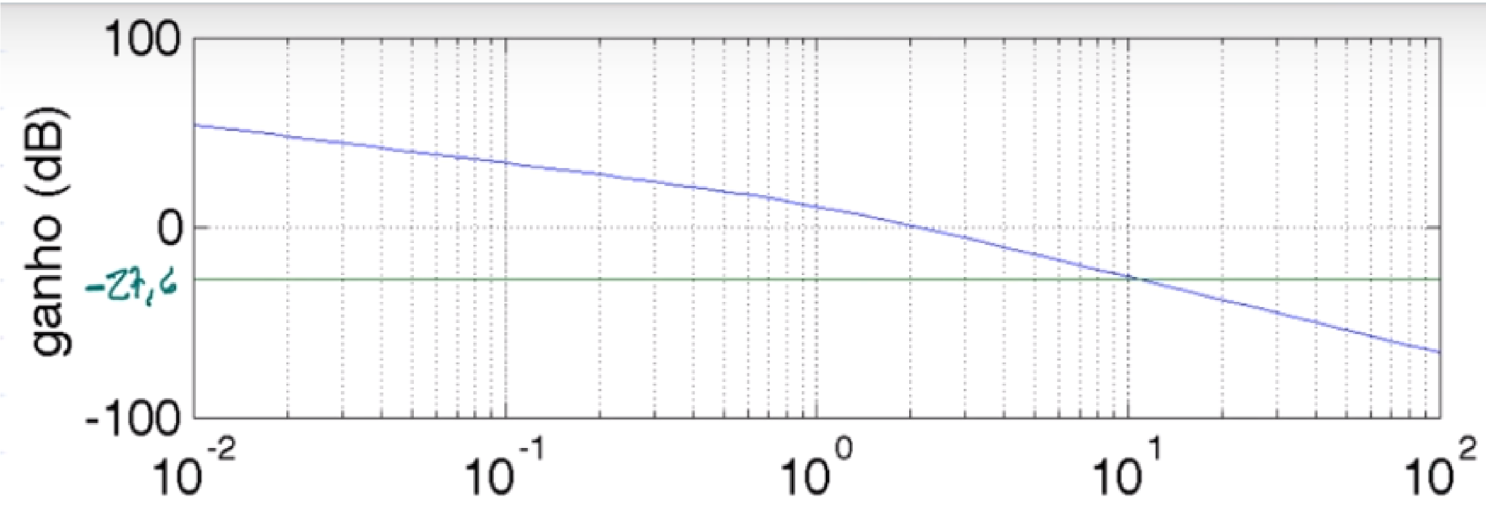
$$|C(j\omega)|_{dB} + |G(j\omega)|_{dB} = 0$$

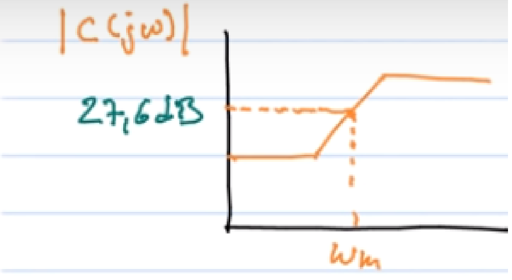
$$|C(j\omega)|_{dB} = -\,|G(j\omega)|_{dB}$$

Deseja-se então encontrar a frequência ω_m que faz o ganho da planta ser igual ao negativo do ganho do controlador.

O ganho do controlador por sua vez já é conhecido e vale 27,6dB.

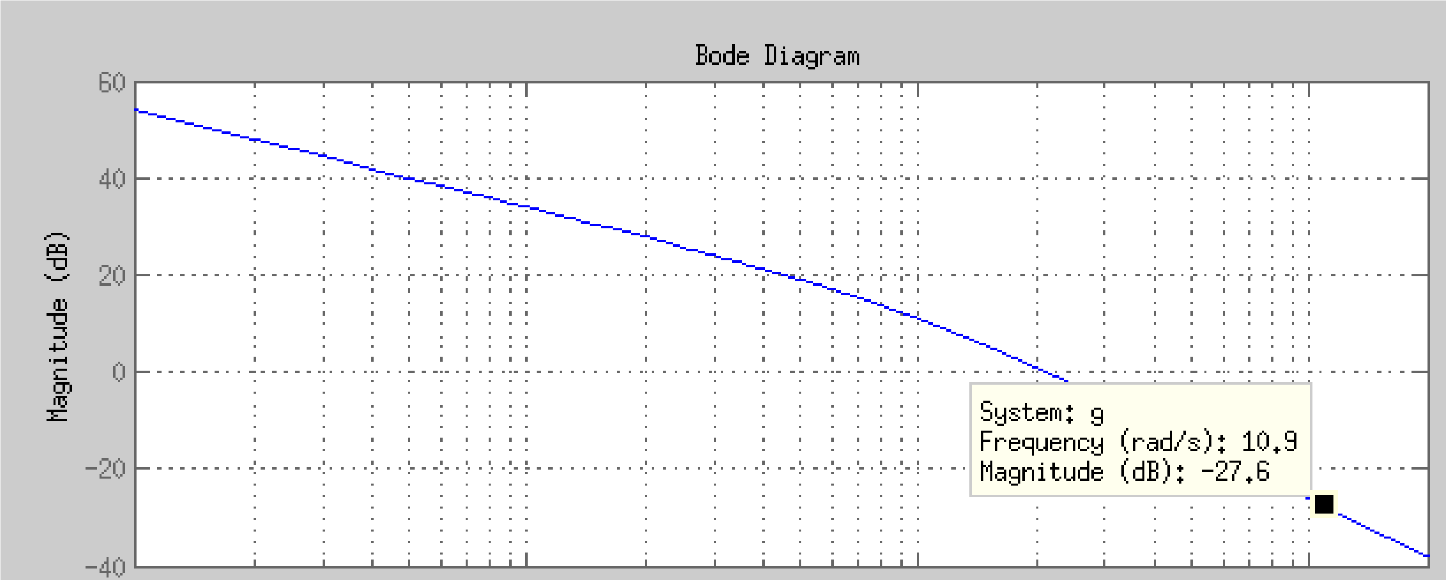
Projeto de Controladores no Domínio da Frequência





Projeto de Controladores no Domínio da Frequência

```
>> bode(g,0:0.01:20)
>> grid
```



ω_m =10,9 rad/s

Projeto de Controladores no Domínio da Frequência

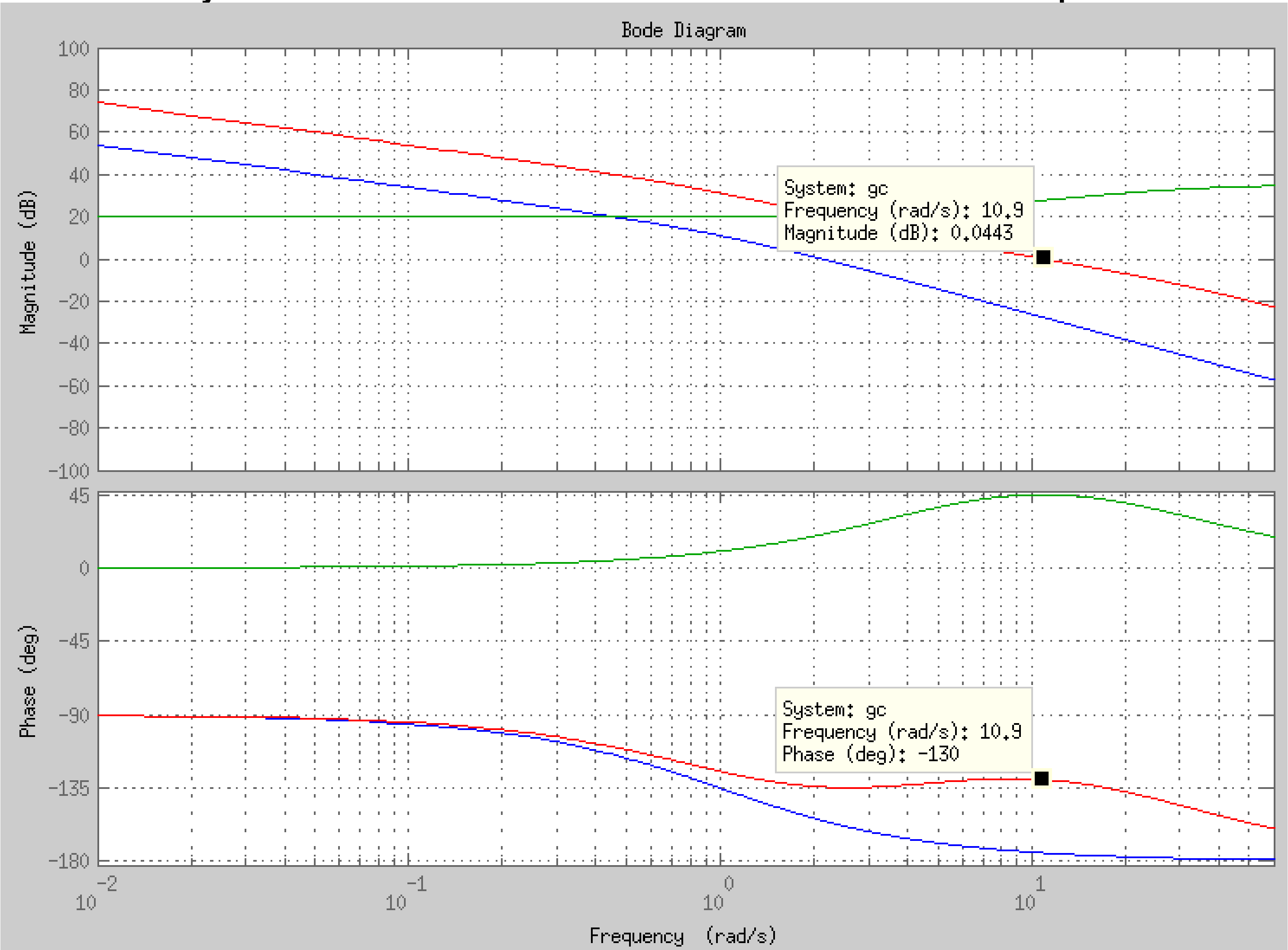
$$w_m = \frac{1}{\sqrt{a}\,T} \therefore$$

$$T = \frac{1}{\sqrt{a}\,w_m} = 0{,}221$$

$$C(s) = k_c \frac{Ts+1}{aTs+1}$$

$$\boxed{C(s) = 10 \cdot \frac{0{,}221s+1}{0{,}038s+1}}$$

Projeto de Controladores no Domínio da Frequência



Resposta à rampa

g=função de transferência da planta

c=função de transferência do controlador

```
t=0:0.01:2;
gf=feedback(g,1);
rg=lsim(gf,t,t);

cf=feedback(c,1);
rc=lsim(cf,t,t);

cgf=feedback(c*g,1);
rcg=lsim(cgf,t,t);

plot(t,t,'k',t,rg,'r',t,rcg,'blue');
```

Erro em regime permanente de velocidade

$$e(\infty) = t(end) - rcg(end)$$