

Projeto de Compensador de Avanço e Atraso de Fase

Projeto no domínio da frequência

Adrielle de Carvalho Santana

Universidade Federal de Ouro Preto

23 de Outubro de 2019



Schedule

- 1 Problema
- 2 Compensador
- 3 Determinar K_C
- 4 Localizando T_2
- 5 Localizando T_1
- 6 Análise dos resultados



Problema

Seja o sistema não compensado:

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)^2(s+10)}$$

Desja-se: $e_p(\infty) = 0.02$

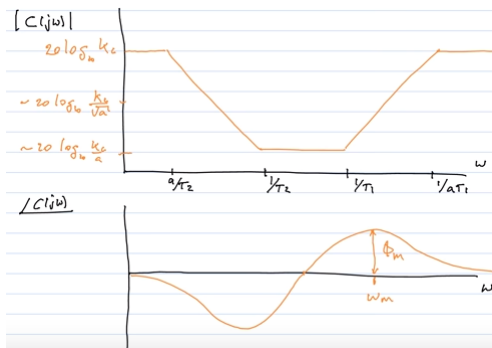
$\Phi \geq 50^\circ$

Compensador

Projetaremos um controlador do tipo:

$$C(s) = K_C \frac{T_1 s + 1}{a T_1 s + 1} \frac{T_2 s + 1}{\frac{T_2}{a} s + 1}$$

$$0 < a < 1$$



Passos

- Determinar $K_c \Rightarrow$ atende especificações do erro ss;
- Determinar Φ_m a ser contribuída pela parte em avanço para atingir a especificação de $\Phi \Rightarrow a$;
- Localizar a parte em atraso (T_2) de modo a influenciar o mínimo possível na Φ_m ;
- Escolher a frequência ω_m em que se medirá Φ_m e assim determinar T_1 .

Determinar K_c

Constante do erro de posição

$$K_p = \lim_{s \rightarrow 0} \left(K_c \frac{T_1 s + 1}{a T_1 s + 1} \frac{T_2 s + 1}{\frac{T_2}{a} s + 1} \right) \left(\frac{1}{(s + 1)^2 (s + 10)} \right)$$

$$K_p = K_c \cdot \frac{1}{10}$$

$$e_p(\infty) = \frac{1}{1 + K_p} = \frac{1}{1 + \frac{K_c}{10}} = 0.02$$

$$K_c = 490 = 53.8 \text{ dB}$$

Obs.: $\frac{1}{10}$ é a contribuição de ganho da planta quando $\omega = 0$, ou seja, $G(0)$



Fase do projeto

$$G(0) = \frac{1}{10}$$

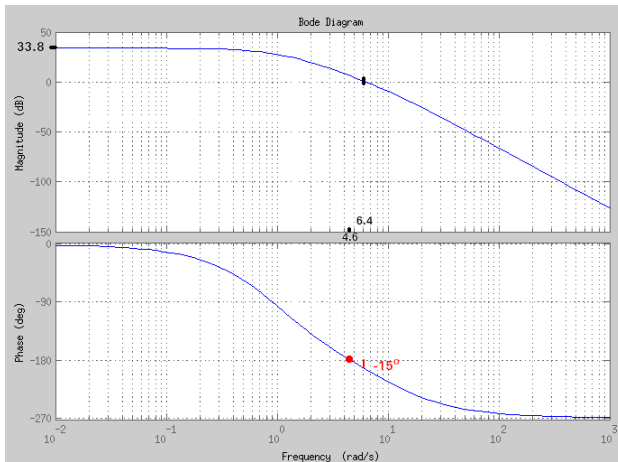
$$20 \log_{10} \frac{1}{10} = -20 \text{ dB}$$

$$-20 \text{ dB} + 53.8 \text{ dB} = 33.8 \text{ dB}$$

No MATLAB, diagrama de Bode da planta compensada com K_c

```
a=conv([1 1],[1 1]);  
b=conv([1 2 1],[1 10])  
g=tf([1],[b])  
Kc=490;  
bode(g*Kc)  
grid
```

Considerando que o compensador por atraso de fase vai puxar a fase um pouco para a esquerda, vamos considerar (e projetar) que a frequência de cruzamento não estará sobre 6.4 rad/s mas sim em 4.6 rad/s onde se dá exatamente uma margem de fase de 0° .



Assim é necessário que o compensador por avanço acrescente:

$$\Phi = 50 + 5 = 55^\circ$$

$$a = \frac{1 - \text{sen}\Phi_m}{1 + \text{sen}\Phi_m}$$
$$a = 0.1$$

$$\omega_p = 4.6 \text{rad/s}$$

Localizando T_2

A ideia é localizar o compensador em atraso de modo que sua fase não influencie muito a região em torno de ω_p não sofra grandes alterações, ou seja, por aí deverá estar a região de alta frequência do compensador em que sua fase é quase nula. Posicionaremos o zero desse compensador (última frequência dele) uma década abaixo de ω_p . Assim:

$$\omega_{zero2} = \frac{1}{T_2} = \frac{1}{\frac{\omega_p}{10}}$$

$$T_2 = 2.17$$

Assim, com a parte do controlador em atraso, o compensador, por enquanto fica:

$$C(s) = 490 \frac{T_1 s + 1}{a T_1 s + 1} \frac{2.17 s + 1}{21.7 s + 1}$$

Localizando T_1



Vamos chamar a parcela do controlador em avanço de C_{av} :

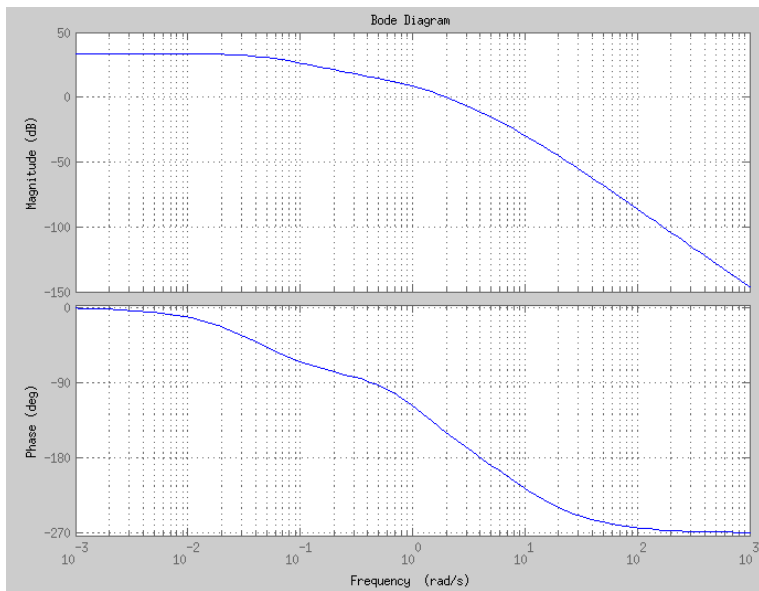
$$C_{av} = \frac{T_1 s + 1}{a T_1 s + 1}$$

Essa parcela precisa fornecer um ganho tal que faça a frequência de cruzamento ser a frequência em que será realizada a leitura do Φ_m calculado. Conforme visto anteriormente, o ponto de máximo valor de Φ_m no compensador em avanço de fase, tem ganho dado por (excluindo o ganho K_C já embutido no diagrama plotado):

$$|C_{av}(j\omega_m)| = 20 \log_{10} \frac{1}{\sqrt{a}} = 10.03 \text{ dB}$$

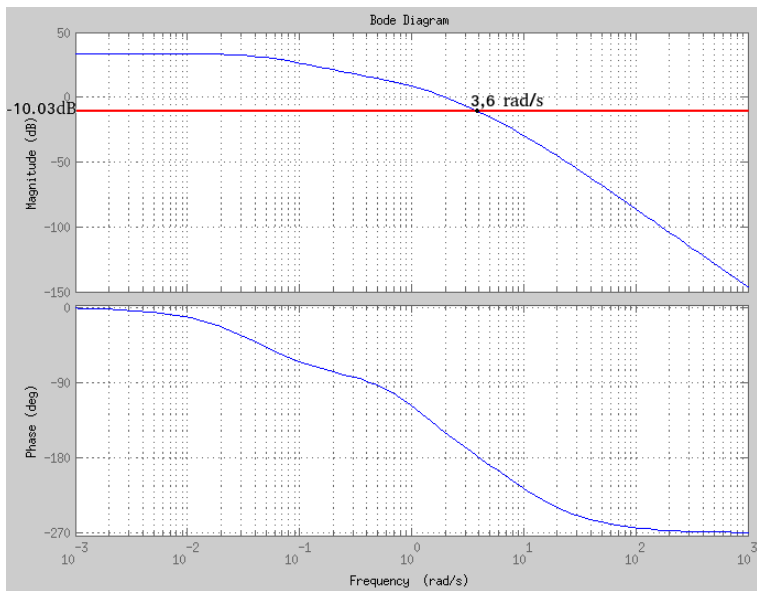
Juntando a função de transferência do controlador em atraso já conhecido, ao $G(s)$, tem-se o Bode a seguir:

```
c2=tf([2.17 1],[21.7 1]);  
gc2=490*g*c2;  
bode(gc2)  
grid
```



Na frequência ω_m o compensador por avanço vai compensar(somar) 10.03dB ao ganho do sistema atual.

Assim, a frequência ω_m é aquela em que, o sistema atual está "ainda"10.03dB abaixo do valor final.



$$T_1 = \frac{1}{\sqrt{a}\omega_m} = 0.881$$

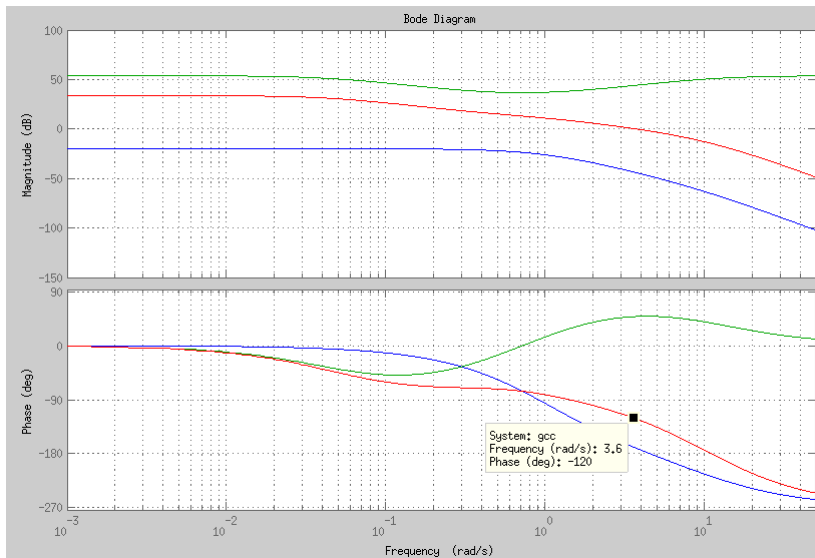
O compensador por avanço fica então:

$$\frac{0.88s + 1}{0.088s + 1}$$

Análise dos resultados

No MATLAB:

```
c1=tf([0.88 1],[0.088 1])
gcc=gc2*c1;
C=490*c1*c2;
bode(g,C,gcc,0:0.001:50)
grid
```

Script degrau

Comandos em MATLAB para traçar a resposta ao degrau:

```
gf=feedback(g,1);  
gccf=feedback(gcc,1);  
step(gf,15)  
hold on  
step(gccf,15)  
grid
```

