Projeto de Compensador de Atraso de Fase Discreto

Projeto no domínio da frequência

Adrielle de Carvalho Santana

Universidade Federal de Ouro Preto

25 de Outubro de 2019

Schedule

Procedimento no tempo discreto

No tempo discreto o projeto de controladores por avanço ou atraso (ou atraso-avanço) de fase segue exatamente os mesmos procedimentos do tempo contínuo.

A única diferença é que agora trabalharemos com a planta discretizada pelo **método do ZOH** no MATLAB.

O controlador encontrado ao final, deve ser discretizado pelo **método de Tustin**.

Problema

Seja o sistema não compensado:

$$G(s) = \frac{1}{s(s+1)} \tag{1}$$

Desja-se: $e(\infty) = 0.02$ $\Phi = 50^o$

Compensador

Projetaremos um controlador do tipo:

$$C(s) = K_c \frac{Ts + 1}{aTs + 1} \qquad a > 1 \qquad (2)$$

Constante de erro de velocidade:

$$K_v = \lim_{s \to 0} sG(s) \qquad (3)$$

Substituindo G(s) tem-se $K_v = 1$

$$e_v(\infty) = \frac{1}{K_v} = 1 \qquad (4)$$

Logo K_v precisa ser 50X maior.

$$\text{novo } K_v = 50 = \lim_{s \to 0} sC(s)G(s)$$

$$K_v = 50 = \lim_{s \to 0} s \left(K_c \frac{Ts+1}{aTs+1} \right) \left(\frac{1}{s(s+1)} \right) = K_c \tag{5}$$

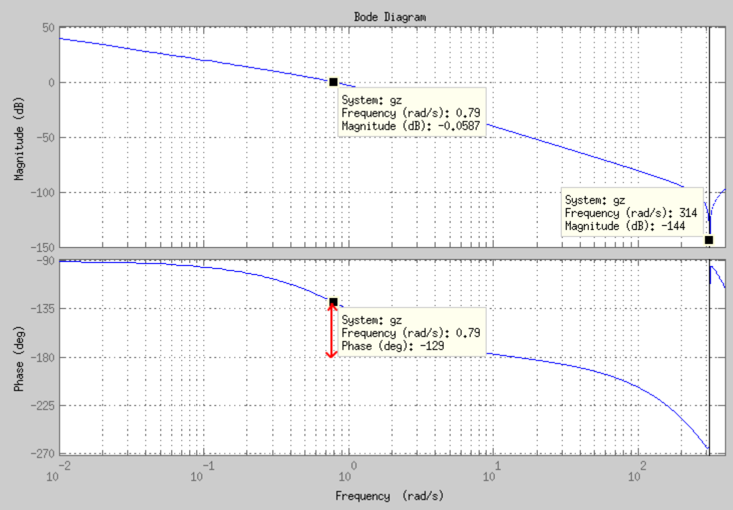
$$\boxed{K_v = K_c = 50}$$

Sistema atual

Fazendo no MATLAB:

```
g=tf([1],[1 1 0])
T=0.01;
gz=c2d(g,T,'zoh')
bode(gz)
grid
```

Fase atual



$$\Phi \approx 51^o$$

T=0.01s então $fs = \frac{1}{T} = 100Hz$

1Hz $\Rightarrow$ 1 ciclo/s $\Rightarrow$ 2π rad/s

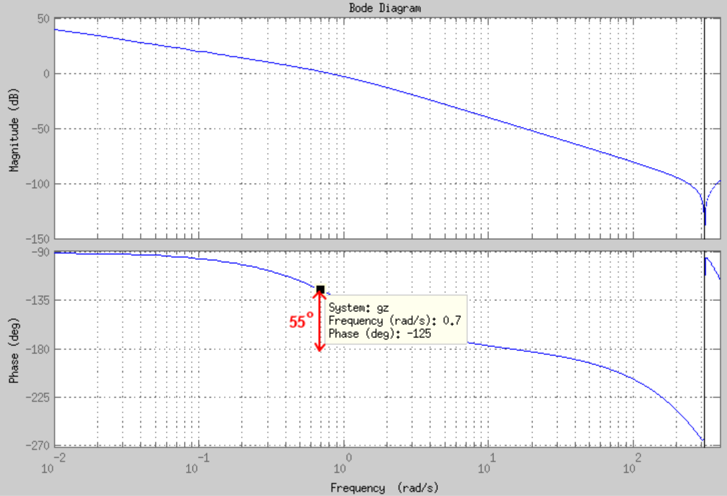
100Hz $\Rightarrow$ 100 ciclo/s $\Rightarrow$ 200π rad/s

$f_N = \frac{fs}{2} \Rightarrow 100\pi$ rad/s = $100 * 3,14 = 314$ rad/s

Discussão

- A margem de fase já se encontra muito próxima da desejada.
- Queremos um controlador que não afete muito a fase atual do sistema.
- O ganho precisará ainda ser alterado para atender à especificação do $e(\infty)$.
- Isso vai alterar a frequência de cruzamento fazendo a nova margem de fase ser menor.
- Projetaremos um controlador em atraso de fase para compensar isso adicionando uma folga entre 3^o e 5^o.
- Vamos trabalhar com o novo Φ, com folga de 4^o, no valor de 55^o.

Fase do projeto

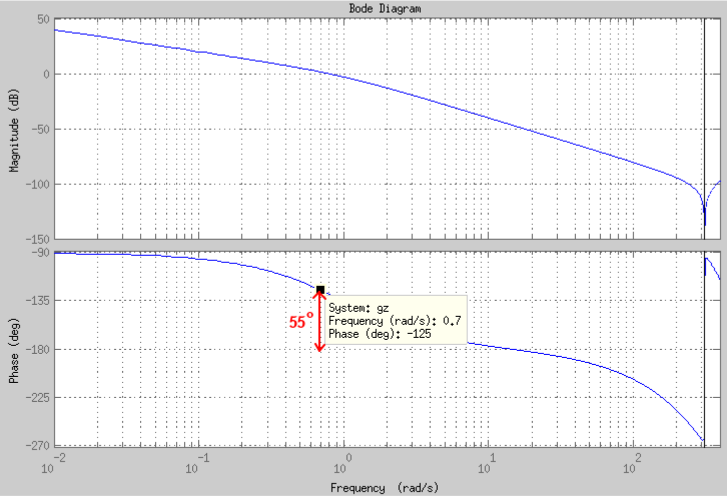


$$\Phi \approx 55^o$$

Projeto

Nova frequência de cruzamento

Localizar a nova frequência de cruzamento para o $\Phi \approx 55^o$



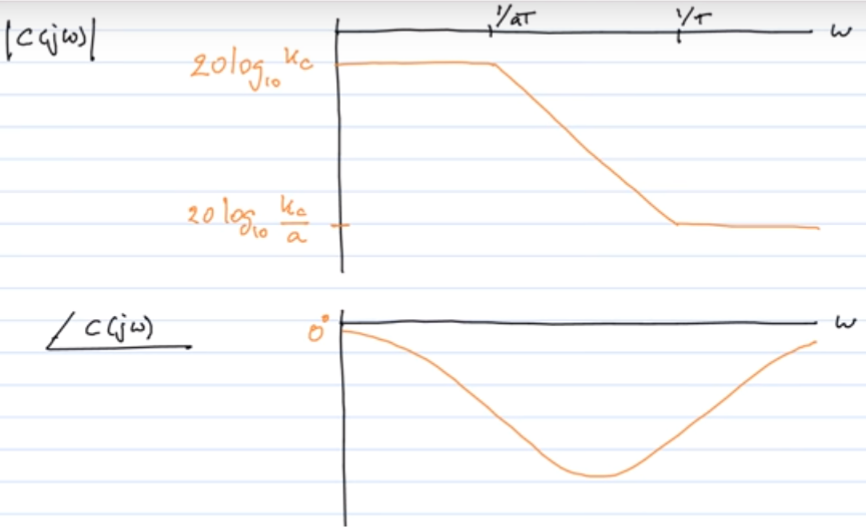
Deseja-se então um controlador:

- Com um ganho maior nas baixas frequências, melhorando desempenho em estado estacionário;
- Com baixo ganho de fase na região em que Φ é lida já que não queremos afetar muito seu valor.

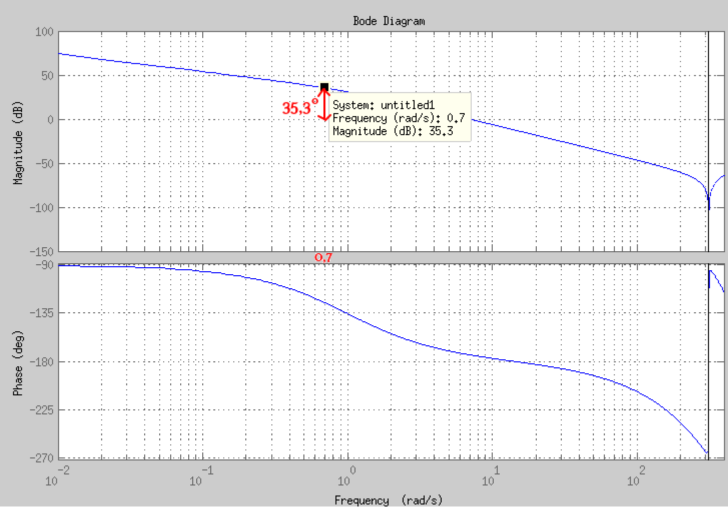
Vamos trabalhar nas altas frequências porque aí o ganho é pequeno e a contribuição de fase (atrasada) é pequena também.
O ganho que K_c causará no sistema também será compensado com o ganho negativo do controlador por atraso de fase nessas altas frequências.

O ganho nessa região vale:

$$20 log_{10} \frac{Kc}{a} \tag{6}$$


$|C(j\omega)|$
$1/aT$
$1/T$
ω
$20\log_{10} K_c$
$20\log_{10} \frac{K_c}{a}$
$\angle C(j\omega)$
$0°$
ω

Multiplicando a tf do sistema pelo ganho K_c já conhecido obtemos o novo traçado de Bode com ganho dado por $|K_c G(j\omega)|$:



- Queremos um controlador que na frequência 0,7 rad/s, faça o ganho descer até o ponto indicado.
- Assim Φ fica dentro do valor predeterminado de $\approx 55^o$.
- Pela figura anterior, o ganho negativo que o controlador terá de compensar vale $-35,3dB$

Como K_c já está embutido no último diagrama traçado, esse termo sai da equação do controlador de modo que a equação 6 se torna:

$$20log_{10}\frac{1}{a} \tag{7}$$

Igualando a equação 7 ao ganho negativo desejado na região definida por essa equação:

$$20log_{10}\frac{1}{a} = -35,3 \tag{8}$$

a=58,2

Queremos que a assíntota de alta frequência do controlador esteja na região da frequência de $0,7rad/s$ para que a fase do controlador, pequena nas altas frequência, não altere muito a fase do sistema. Vamos posicionar o zero do controlador uma década para baixo dessa frequência, ou seja, em $0,07rad/s$.

Sabendo que a frequência do zero é dada por:

$$\frac{1}{T} = 0,07 \qquad\qquad T = 14,3 \tag{9}$$

De onde podemos obter o valor do polo e assim fechar o projeto do controlador.

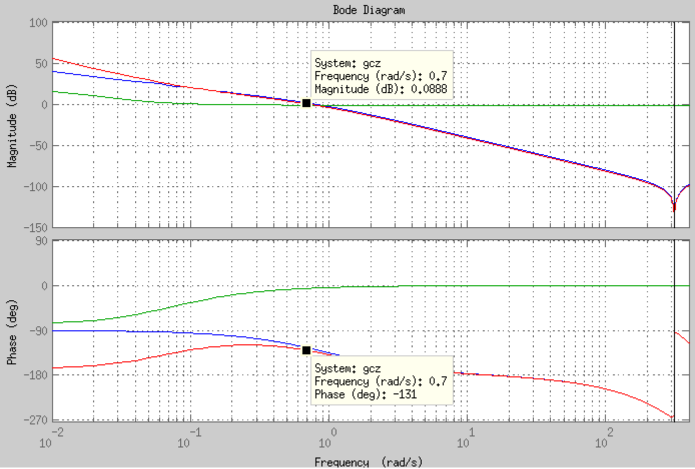
$$C(s) = K_c \frac{Ts + 1}{aTs + 1} = 50 \frac{14,3s + 1}{832,4s + 1} \tag{10}$$

Análise dos resultados

Comandos em MATLAB para trançar diagrama de Bode:

```
c=50*tf([14.3 1],[832.4 1]); %função de transferência do controlador
cz=c2d(c,T,'Tustin')
gcz=cz*gz; %junta função do controlador com a da planta
bode(gz, cz, gcz,0:0.01:400) %resposta ao degrau por 50 segundos
grid
```

Gerando os diagramad de Bode para o sistema G(s)(azul), o controlador C(s)(verde) e o sistema controlado G(s)C(s)(vermelho) tem-se:



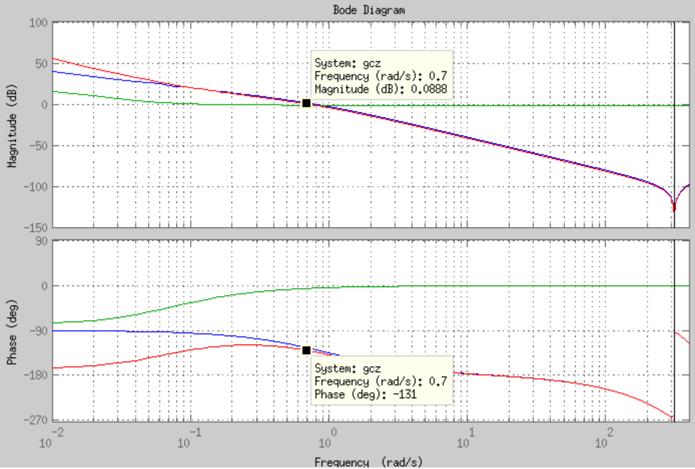
- Observe que os valores ficam próximos daqueles desejados devido à folga dada na fase no início do projeto e;
- mesmo nas altas frequências o controlador dá uma pequena contribuição negativa para a fase.

Script degrau

Comandos em MATLAB para trançar a resposta ao degrau:

```
c=50*tf([14.3 1],[832.4 1]); %função de transferência do controlador
cz=c2d(c,T,'Tustin')
gcz=cz*gz; %junta função do controlador com a da planta
fgz=feedback(gz,1); %implementa a malha fechada do sistema
fgcz=feedback(gcz,1);
step(fgz,fgcz,50) %resposta ao degrau por 50 segundos
grid
```

Resposta ao degrau:

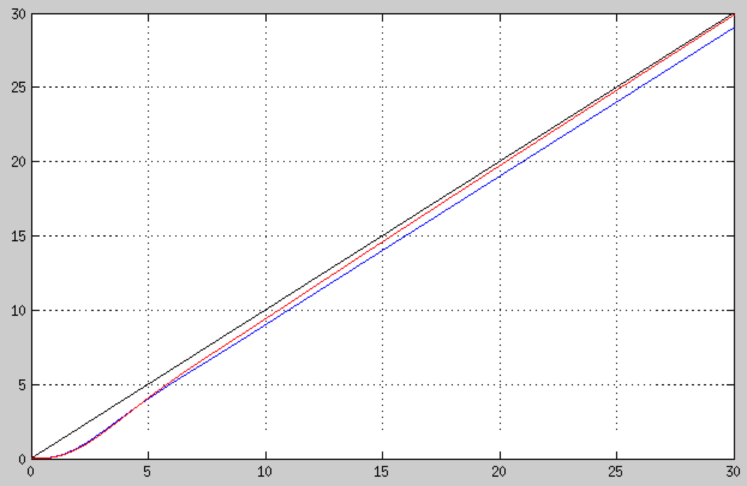


Script rampa

Comandos em MATLAB para implentar a resposta à rampa unitária para o sistema sem controle e com controle:

```
t=0:0.01:100;
gr=lsim(fgz,t,t);
gcr=lsim(fgcz,t,t);
plot(t,t,'k',t,gr,'b',t,gcr,'r')
grid
```

Resposta à rampa



Erro em regime estacinário

$$e(\infty) = t(end) - cgr(end) \approx 0.02$$