

Aula 01: Superfícies Cilíndricas e Quádricas - Revisão

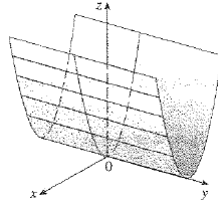
Observação: Nesta aula serão revisadas APENAS as superfícies necessárias para o nosso curso.

Definição 0.1. Fixada uma reta r qualquer no espaço, chamamos de **cilindro** a união de todas as retas (ditas geratrizes) paralelas a r e que passam por uma determinada curva.

Exemplo 0.1. Considere as equações a seguir:

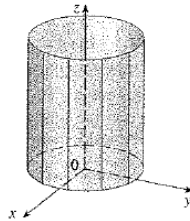
(a) $z = x^2$.

Neste caso as geratrizes são retas paralelas ao eixo y que passam pela parábola $z = x^2, y = 0$. Essa superfície é chamada **cilindro parabólico**.



(b) $x^2 + y^2 = 1$.

Note que para qualquer valor de z temos circunferências centradas na origem e de raio 1. Além disso, as geratrizes da superfície dada pelo gráfico desta equação são retas paralelas ao eixo z . Assim, obtemos o seguinte cilindro (dito **circular**):



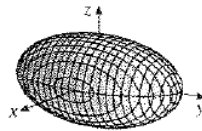
(c) (**Exercício**) Esboce o gráfico do cilindro cuja equação é dada por $x^2 + (y - 1)^2 = 1$.

Definição 0.2. Chamamos de **superfície quádrlica** todo gráfico no espaço de uma equação do segundo grau nas variáveis x, y e z . Isto é, em equações do tipo

$$Ax^2 + By^2 + Cz^2 + Dxy + Eyz + Fxz + Gx + Hy + Iz + J = 0.$$

Exemplo 0.2. A seguir são apresentadas algumas superfícies quádrlicas:

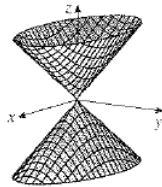
(a) **Elipsóide:** $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$, com a, b e c , não nulos.



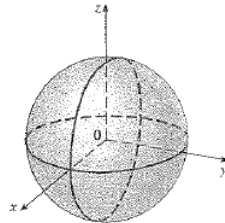
(b) **Parabolóide elíptico:** $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = \frac{z}{c}$, com a, b e c , não nulos.



(c) **Cone:** $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = \frac{z^2}{c^2}$, com a , b e c , não nulos.



(d) **Esfera:** $x^2 + y^2 + z^2 = \rho^2$.



(e) (**Exercício**) Identifique e esboce a superfície dada por $x^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 1$.

Introdução às coordenadas polares e esféricas

Exemplo 0.3. Obtenha novas equações para as circunferências abaixo fazendo as substituições: $x = r \cos \theta$ e $y = r \sin \theta$. Esboce o gráfico de cada uma.

(a) $x^2 + y^2 = 4$. (b) $(x - 1)^2 + y^2 = 1$.

Exemplo 0.4. Obtenha novas equações para as quádricas abaixo fazendo as substituições: $x = \rho \sin \phi \cos \theta$, $y = \rho \sin \phi \sin \theta$ e $z = \rho \cos \phi$. Identifique e esboce o gráfico de cada uma.

(a) $x^2 + y^2 + z^2 = 4$. (b) $z = \sqrt{x^2 + y^2}$.