Universidade Federal de Ouro Preto

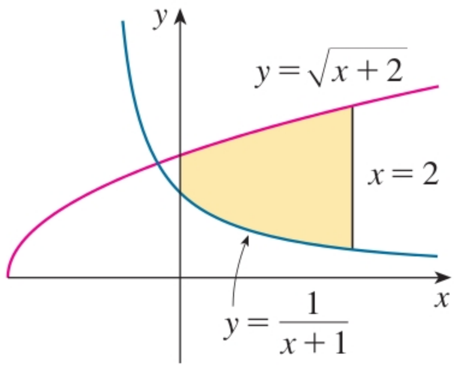
Departamento de Matemática

MTM123 - Cálculo Diferencial e Integral II

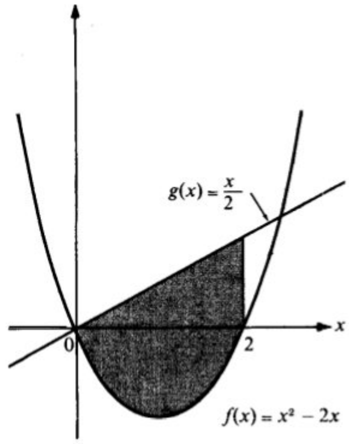
Lista de Exercícios 1 - Errata

1. Calcule a área das regiões sombreadas abaixo:

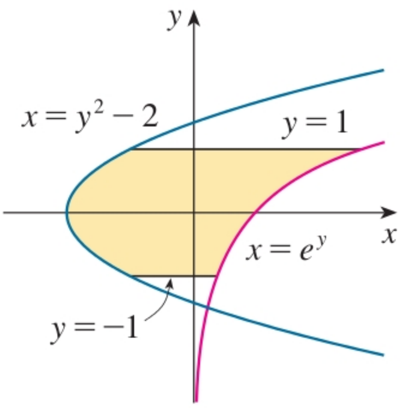
(a)



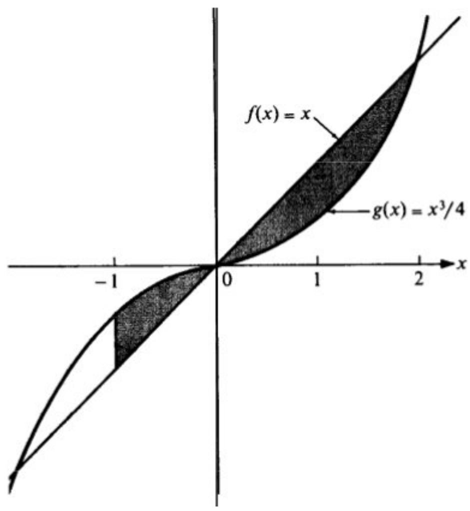
(b)



(c)



(d)



2. Esboce e calcule a área da região limitada pelas curvas:

(a) $y=x^2, y=\dfrac{2}{x^2+1}$.

(b) $y=x^2, y^2=x$.

(c) $y=e^x, y=e^{2x}, x=0, x=\ln(2)$.

(d) $y=\cos(x), y=\operatorname{sen}(2x), x=0, x=\dfrac{\pi}{2}$.

(e) $y=12-x^2, y=x-6$.

(f) $y=x^2, y=x+6$.

(g) $x=2y^2, y+x=1$.

(h) $x=y^2, y-x=-2$.

(i) $y=2+|x-1|, y=-\dfrac{1}{5}x+7$.

(j) $y=12-x^2, y=x+6$.

(k) $y=12-x^2, y=x-8$.

3. Encontre a reta horizontal $y=c$ que divide a área entre as curvas $y=x^2$ e $y=16$ em duas partes iguais. E a vertical?

4. Encontre a reta vertical $x=k$ que divide a área delimitada pelas curvas $y=\ln(x), y=1$ e $x=e^5$ em duas partes iguais.

5. Encontre o volume dos sólidos obtidos pela rotação das regiões ao longo do eixo x:

(a) $y=x^2, x=1, y=0$.

(b) $y=\sqrt{x}, x=1, x=4$.

(c) $y=2-x^2, x=\sqrt{2}, y=x$.

(d) $y=\sqrt{x-1}, x=2, y=0$.

(e) $y=x^2, x=y^2$.

(f) $y=e^x, x=0, y=0, x=\ln(3)$.

6. Obtenha o volume do sólido obtido pela rotação da região limitada pelas curvas $y = x$ e $y = \sqrt{x}$ ao longo da reta $y = 1$.

7. Encontre o volume dos sólidos obtidos pela rotação das regiões ao longo do eixo y:
   (a) $x = y^2, x = 2y$.
   (b) $x = y - y^2, x = 0$.
   (c) $x = \sqrt{1+y}, x = 0, y = 3$.
   (d) $x = 1 - y^2, x = 2 + y^2, y = -1, y = 1$.

8. Obtenha o volume do sólido obtido pela rotação da região limitada pelas curvas $x = y^2$ e $x = 1$ ao longo da reta $x = 1$.

9. Utilizando a técnica de cascas cilíndricas, calcule o volume dos sólidos obtidos pela rotação das regiões ao longo do eixo x.
   (a) $x = y^2, x = 1, x = 0$.
   (b) $x = 1 + y^2, x = 0, y = 1, y = 2$.
   (c) $y = x^2, x = 1, y = 0$.
   (d) $y = 4x^2, 2x + y = 6$.

10. Utilizando a técnica de cascas cilíndricas, calcule o volume dos sólidos obtidos pela rotação das regiões ao longo do eixo y.
    (a) $y = x^3, x = 1, y = 0$.
    (b) $y = x^2, x = 1, y = 0$.
    (c) $y = 2x - 1, y = -2x + 3, x = 2$.
    (d) $y = 4(x-2)^2, y = x^2 - 4x + 7$.

Respostas dos exercícios:

1. (a) $\frac{1}{3}(16 - 4\sqrt{2}) - \ln(3)$ (b) $\frac{7}{3}$ (c) $e - \frac{1}{e} + \frac{10}{3}$
(d) $\frac{23}{16}$
2. (a) $\pi - \frac{2}{3}$ (b) $\frac{1}{3}$
(c) $\frac{1}{2}$ (d) $\frac{1}{2}$ (e) $\frac{37\sqrt{73}}{4}$
(f) $\frac{125}{6}$ (g) $\frac{9}{8}$ (h) $\frac{9}{2}$
(i) 24 (j) $\frac{125}{6}$ (k) $\frac{243}{2}$
3. $y = 8\sqrt[3]{2}; x = 0$
4. k satisfaz a equação $k(\ln(k) - 2) = \frac{1}{2}(3e^5 - 1)$
5. (a) $\frac{\pi}{5}$
(b) $\frac{15\pi}{2}$ (c) $\frac{2\pi}{15}[\sqrt{2} + 19]$ (d) $\frac{\pi}{2}$
(e) $\frac{3\pi}{10}$ (f) 4π
6. $\frac{\pi}{6}$
7. (a) $\frac{64\pi}{15}$ (b) $\frac{\pi}{30}$ (c) 8π
(d) 10π
8. $\frac{16\pi}{15}$
9. (a) $\frac{\pi}{2}$
(b) $\frac{21\pi}{2}$ (c) $\frac{\pi}{5}$ (d) $\frac{250\pi}{3}$
10. (a) $\frac{2\pi}{5}$ (b) $\frac{\pi}{2}$ (c) $\frac{20\pi}{3}$
(d) 16π