

Universidade Federal de Ouro Preto  
 Departamento de Matemática  
 MTM123 - Cálculo Diferencial e Integral II  
 Lista de Exercícios 2

1. Ache o comprimento de arco de cada curva abaixo nos intervalos especificados:

- (a)  $y = \frac{x^5}{6} + \frac{1}{10x^3}$ ,  $x \in [1, 2]$ .      (b)  $y = 3x^{\frac{3}{2}} - 1$ ,  $x \in [0, 1]$ .  
 (c)  $y = \ln(\sec(x))$ ,  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}$ .      (d)  $2y = e^x + e^{-x}$ ,  $x \in [0, 3]$ .  
 (e)  $y = e^x$ ,  $0 \leq x \leq 1$ .

2. Calcule a área da superfície gerada pela rotação das regiões ao longo do eixo- $x$ .

- (a)  $9x = y^2 + 18$ ,  $2 \leq x \leq 6$ .      (b)  $y = x^3$ ,  $0 \leq x \leq 2$ .  
 (c)  $y = 7x$ ,  $1 \leq x \leq 4$ .

3. Calcule a área da superfície gerada pela rotação das regiões ao longo do eixo- $y$ .

- (a)  $y = \sqrt[3]{x}$ ,  $1 \leq y \leq 2$ .      (b)  $x = \sqrt{9 - y^2}$ ,  $-2 \leq y \leq 2$ .  
 (c)  $x = \sqrt{a^2 - y^2}$ ,  $0 \leq y \leq \frac{a}{2}$ .

4. Em cada caso, avalie se a integral é divergente ou convergente:

- (a)  $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{1+x^2} dx$ .  
 (b)  $\int_0^1 \ln(x) dx$ .  
 (c)  $\int_0^3 \frac{1}{x-1} dx$ .  
 (d)  $\int_1^{+\infty} \frac{1}{(3x+1)^2} dx$ .  
 (e)  $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x}{1+x^2} dx$ .  
 (f)  $\int_1^{+\infty} \frac{\ln(x)}{x} dx$ .  
 (g)  $\int_1^{+\infty} \frac{\cos^2(x)}{1+x^2} dx$ .  
 (h)  $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x+e^x}$ .

5. Determine para quais valores de  $p$  as seguintes integrais são convergentes:

- (a)  $\int_0^1 \frac{1}{x^p} dx$ .      (b)  $\int_0^1 x^p \ln(x) dx$ .

**Respostas dos exercícios:**

1. (a)  $\frac{1241}{240}$       (b)  $\frac{85\sqrt{85}-8}{243}$       (c)  $\ln(\sqrt{2} + 1)$   
 (d)  $\frac{1}{2}(e^3 - e^{-3})$       (e)  $\sqrt{1+e^2} - \sqrt{2} + \ln(\sqrt{1+e^2} - 1) - 1 - \ln(\sqrt{2} - 1)$       2. (a)  $49\pi$   
 (b)  $\pi \frac{(145\sqrt{145}-1)}{27}$       (c)  $525\pi\sqrt{2}$       3. (a)  $\pi \frac{(145\sqrt{145}-10\sqrt{10})}{27}$   
 (b)  $24\pi$       (c)  $\pi a^2$       4. (a) Convergente  
 (b) Convergente      (c) Divergente      (d) Convergente  
 (e) Divergente      (f) Divergente      (g) Convergente  
 (h) Convergente      5. (a)  $p < 1$       (b)  $p > -1$