

UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO

Engenharia de Produção

Eron Martins Xavier

**ESTUDO DE CASO DE UM PROBLEMA PROGRAMAÇÃO DE
HORÁRIOS: *timetabling problem* na Escola de Minas – UFOP**

Ouro Preto

2013

Eron Martins Xavier

**ESTUDO DE CASO DE UM PROBLEMA PROGRAMAÇÃO DE
HORÁRIOS: *timetabling problem* na Escola de Minas – UFOP**

Monografia apresentada ao Curso de Engenharia de Produção da Universidade Federal de Ouro Preto, como requisito parcial para obtenção do título de Bacharel em Engenharia de Produção.

Orientador: André Luís Silva

Ouro Preto

2013

RESUMO

Os investimentos recentes de ampliação e reestruturação têm trazido novos desafios para setores administrativos das universidades federais. Dentro da Universidade Federal de Ouro Preto, por exemplo, algumas rotinas que antes eram facilmente tratadas manualmente, hoje necessitam de ferramentas computacionais. A alocação de salas de aula do prédio da Escola de Minas requer a utilização de softwares que utilizam em modelos matemáticos para realizar esse sortimento. É importante ressaltar que o Problema de Alocação de Salas (PAS) ou Problema de Programação de Horários (PPH) é bastante discutido na literatura internacional através do termo “*timetabling problem*” e será apresentado nesse trabalho. O presente trabalho buscará, para solução de tal problema, aplicar um modelo matemático ao software Lingo com suporte do software Excel para coleta e apresentação de resultados. Por fim, serão apresentados os resultados e propostas para futuros trabalhos correlacionados.

Palavras-chave: *Timetabling problem*. Problema de alocação de recursos. Programação de horários.

ABSTRACT

Recent investments in expansion and restructuring have brought new challenges to administrative sectors of the federal universities. At the Universidade Federal de Ouro Preto, for example, some procedures that were easily handled manually today require computational tools. The allocation of "classrooms" of the building of the School of Mines requires the use of software that uses mathematical models to perform this distribution. Importantly, the problem of classrooms allocation or problem of programming schedules is widely discussed in the international literature by the term "timetabling problem" and will be presented in this work. This work aims to solve this problem apply a mathematical model to the software Lingo supported by Excel software for collection and presentation of results. Finally, we present the results and proposals for future work related.

Keywords: Timetabling problem. Problem of classrooms allocation. Problem of programming schedules.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	
1.1 Contextualização	
1.2 Questão Problema	
1.3 Objetivo	
1.4 Justificativa	
2 REVISÃO DE LITERATURA	
2.1 Problema de Alocação de Recursos	
2.2 Problema de Programação de Horário (PPH)	
3 METODOLOGIA	
3.1 Classificações da Pesquisa	
3.2 Área da Pesquisa	
4 ESTUDO DE CASO	
4.1 Alocação de Salas da Escola de Minas	
4.2 Regras Iniciais	
4.2.1 Tipos de alocação diferentes	
4.2.2 Disponibilidade das salas	
4.2.3 Disciplinas com múltiplas aulas na mesma sala	
4.2.4 Disciplinas com mais alunos matriculados	
<i>alocadas em salas maiores</i>	
4.2.5 Priorização da alocação de disciplinas maiores, caso	
<i>não haja possibilidade de alocar todas as disciplinas</i>	
4.3 Formulação Matemática	
4.3.1 Função Objetivo	
4.3.2 Restrições	

4.4 Ferramentas Utilizadas.....

4.5 Aplicação.....

5 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES.....

5.1 Conclusões.....

5.2 Recomendações.....

REFERÊNCIAS.....

1. INTRODUÇÃO

1.1 Contextualização

Pesquisa Operacional (PO) é um método científico que auxilia a tomada de decisões em organizações no que se refere aos problemas envolvendo a condução e coordenação de operações (atividades). Hillier e Lieberman (2010) afirmam que a natureza dessas organizações é essencialmente secundária e, de fato, a PO tem sido largamente aplicada em áreas tão distintas como:

- Manufatura (SANTOS, ARAÚJO e RANGEL, 2011; KHOURY e RAUPP, 2013; SILVA, MARINS e SANTOS, 2013; BITRAN e MORABITO, 2009);
- Transportes (JÚNIOR e OLIVEIRA, 2012; MENEZES et al., 2012; CALDAS e SANTOS, 2009);
- Construção (SOUZA et al., 2010; BORGES, BRANDÃO e MARINHO, 2010; ROZENTAL PIZZOLATO, 2009);
- Telecomunicações (AVELLAR et al., 2002; HOFFMAN e GÓMEZ, 2006);
- Planejamento financeiro (SOUZA et al., 2009; FREITAS, 2011);
- Assistência médica (LOPES, SCHULZ e MAURI, 2011; CHAVES, 2012);
- Militar (SILVA, 2004; PASTORE e PIZZOLATO, 2011);
- Serviços públicos (TOLEDO et al., 2009; NEGREIROS *et al.*, 2009).

Para Hillier e Lieberman (2010), a PO teve um impacto impressionante na melhoria da eficiência de inúmeras organizações pelo mundo. Além disso, impressiona ainda a amplitude da aplicabilidade da PO. O mesmo autor elenca algumas dessas aplicações, tal como observado na Tabela 1.

Tabela 1 – Algumas aplicações de PO e seus resultados

Organização	Natureza da Aplicação	Economia Anual (US\$)
United Airlines	Programar turnos de trabalho nos balcões de reserva para atender às necessidades dos clientes a um custo mínimo.	6 milhões
Texaco, Inc.	Misturar, de forma otimizada, produtos da gasolina, componentes disponíveis, visando atender às exigências de qualidade e de comercialização.	30 milhões
IBM	Integrar uma rede nacional de inventários de peças de reposição para melhorar os serviços de suporte.	20 milhões + 250 milhões em decorrência de inventários menores.
AT&T	Desenvolver um sistema baseado em PCs para orientar clientes comerciais no projeto de <i>call centers</i> .	750 milhões
China	Selecionar e programar, de forma otimizada, projetos em grande escala para atender às necessidades futuras de energia do país.	425 milhões
Força de defesa da África do Sul	Redesenhar, de forma otimizada, o tamanho e o formato das forças de defesa e seus sistemas de armamentos.	1,1 bilhão
Sears, Roebuck	Desenvolver um sistema de programação e rotas de veículos para as frotas de entrega e de atendimento domiciliar.	42 milhões

Fonte: Hillier e Lieberman (2010)

Uma das principais finalidades da PO é a otimização. Como o próprio nome diz, otimizar significa alcançar o ótimo: o melhor cenário possível (meta), dentro de um universo limitado previamente determinado, a partir das decisões (valores) tomadas sobre as variáveis em questão. Esses valores, por sua vez, são limitados por um conjunto de restrições – como regras ou finitude de recursos, por exemplo. Através de uma definição extremamente abrangente, Ferreira (2010) define “otimizar” como: “Dar a algo (uma máquina, uma empresa) um rendimento ótimo, criando-lhe as condições mais favoráveis ou tirando-lhes o melhor partido possível; tornar (algo) ótimo ou ideal.”

Em grande parte das vezes, a quantidade de variáveis relevantes para o processo (sistema) é extremamente exacerbada, por isso é comum restringir seu número utilizando apenas as mais importantes, ou seja, as que possuem correlação com o resultado final. Dessa forma, a complexidade das questões é reduzida sem grande perda de veracidade do resultado. Taha (2008) afirma que é rara a ocorrência de modelos que são exatamente representações verdadeiras de situações reais. De fato, a maioria das aplicações envolve graus variados de aproximação.

O mesmo autor ainda explica que normalmente abstrai-se do mundo real considerado da situação real, concentrando-se nas variáveis dominantes que controlam o comportamento do sistema real. A figura 1 ilustra a afirmação do autor:

Figura 1 – Criação de modelo matemático



Fonte: Taha (2008)

Para solucionar os modelos matemáticos criados existem diversas técnicas diferentes. O que determina, segundo Taha (2008), qual a natureza do método de solução é o tipo e a complexidade desses modelos. Em alguns casos, uma simples

enumeração de todas as alternativas possíveis e a escolha da que retorna o melhor resultado já é suficiente. Entretanto, grande parte dos problemas é solucionada através de técnicas heurísticas.

Em PO, uma técnica muito utilizada é a Programação Linear (PL) ou Otimização Linear (ARENALES et al. 2007) . Ela é aplicada a modelos dos quais as funções objetivo e restrição são lineares. Ser linear implica que a PL deve satisfazer três propriedades básicas: proporcionalidade, aditividade e certeza (TAHA, 2008).

Dentre os modelos solucionados por PL, os mais comuns são os que se referem a Problemas de Alocação de Recursos. De acordo com Andrade (2004), os Problemas de Alocação de Recursos dizem respeito à atribuição e distribuição de recursos entre as diversas tarefas ou atividades que devem ser realizadas. Esse tipo de modelo é o mais comum em Programação Linear e pode ser encontrado em praticamente todas as atividades empresariais.

Geralmente deseja-se maximizar o lucro de um setor de produção no qual os recursos disponíveis estão sujeitos à restrições (capacidade produtiva, disponibilidade de mão-de-obra, estoque, etc.) e produtos estão sujeitos à condições de mercado (demanda máxima, contratos de suprimento, etc.) (PRADO, 2007).

Para Andrade (2004), Alocação de Recursos é atribuir recursos entre tarefas ou atividades que devem ser realizadas.

1.2 Questão Problema

Dentro das organizações, alocar recursos significa disponibilizá-los para que as atividades, tanto de produção de itens, quanto de prestação de serviços, sejam realizadas. Como na maioria dos casos os recursos são finitos e limitados, existe o interesse em otimizar a utilização desses recursos visando atender as necessidades dessas organizações.

A partir desses preceitos, pode-se incluir esses Problemas de Alocação de Recursos como uma classe de problemas de otimização. Passos (2008) afirma que esses problemas de alocação podem ser usados para distribuição de tarefas e empregados de uma firma, localização de máquinas e equipamentos em empresas, distribuição de leitos hospitalares, destinos em empresas de transporte, distribuição

de pessoal de vendas, seleção de atletas, entre outros. O mesmo autor ainda afirma que a finalidade principal da resolução de problemas de alocação é a minimização do custo (ou tempo) empregado nas tarefas.

Mais especificamente, o Problema de Programação de Horários (PPH) consiste no equacionamento e resolução do problema de alocação de disciplinas em salas de aula, visto um conjunto de regras e restrições a serem respeitadas. Em outras palavras, é um problema que instituições de ensino lidam a cada período letivo, para a distribuição das disciplinas ofertadas às salas de aula disponibilizadas, seguindo restrições – tais como: quantidade de salas, capacidade das mesmas, recursos didáticos necessários, deslocamentos de alunos ou professores, dentre outras. O PPH é mais conhecido na literatura como *Timetabling Problem* (SILVA e SILVA, 2010; SOUZA et al., 2002b; SUBRAMANIAN *et al*, 2006).

Da mesma maneira que ocorre em outras entidades de ensino, existem na Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP) problemas de alocação de salas. O prédio da Escola de Minas possui 23 salas de aula e os departamentos de engenharia e arquitetura são responsáveis por oferecer as aulas. Cria-se, a partir daí, a necessidade de alocar todas ou parte dessas disciplinas ofertadas nas salas disponíveis.

O presente trabalho responderá, portanto, a seguinte questão: Qual modelo matemático a ser utilizado para se fazer a alocação de disciplinas na Escola de Minas da UFOP?

1.3 Objetivo

Objetivo geral

Modelar matematicamente a alocação de disciplinas em salas de aula dentro do prédio da Escola de Minas da UFOP.

Objetivos específicos

São metas pontuais para alcançar o objetivo geral:

- Revisar a literatura acerca de alocação de recursos e modelagem matemática;
- Descrever o modelo matemático desenvolvido;
- Aplicar o modelo e analisar os resultados obtidos na Escola de Minas

1.4 Justificativa

Otimizar uma atividade ou qualquer cenário traz benefícios para as organizações de diversas naturezas. Muitas vezes esses benefícios são financeiros, através de minimização de custos ou através de maximização de lucros. Entretanto, verificam-se, ainda, melhorias adicionais não registradas (por exemplo, melhoria nos serviços aos clientes e melhor controle gerencial) que em algumas ocasiões são consideradas até mais importantes que as vantagens financeiras (HILLIER E LIEBERMAN, 2010).

Alocar eficientemente vem da necessidade de utilização de recursos de maneira ótima, uma vez que esses recursos alocados são parte considerável do custo de produção de itens ou prestação de serviços, por exemplo. Portanto, alocação de recursos é parte importante em uma análise que busca minimizar custos e solucionar outros problemas, principalmente de cunho organizacional.

O projeto apresentado nesse texto tratará da alocação ótima de recursos em uma instituição de ensino superior em Ouro preto. Mais especificamente, no que diz respeito à Escola de Minas, a escolha se deve à necessidade de se obter maiores vantagens organizacionais – como maior controle gerencial e melhor emprego dos recursos disponíveis.

A citada necessidade de alocar salas justifica-se principalmente pelo aumento do grau de complexidade nos últimos anos. A também crescente disponibilidade de cursos e número de vagas oferecidas foi responsável por esse incremento no grau de dificuldade de alocar salas enfrentado pela administração do prédio. Além disso, atender a algumas especificidades de algumas aulas, como quantidade elevada de alunos e disponibilidade de reprodutores de imagem, por exemplo, diminui ainda mais a chance de que alocações feitas instintivamente tenham bons resultados.

Portanto, o desenvolvimento e utilização de ferramentas que auxiliem nessas tarefas é fundamental. Para isso, a criação de um novo modelo matemático que represente a situação a ser trabalhada será parte essencial durante a resolução da PL do problema de alocação de salas na EM.

A resolução do problema foi realizada através de PL, pois como foi apresentado anteriormente, o Problema de Alocação de Recursos é uma das áreas abrangidas pela Programação Linear. Por sua vez, o Problema de Programação de

Horário (PPH) se inclui como um dos Problemas de Alocação de Recursos já bastante abordados pela literatura.

O software utilizado para solucionar o modelo foi o Lingo, versão 11.0, o qual aplica o método de *Branch & Bound* para obtenção da solução ótima. A sua escolha se deu pela facilidade viabilizada de se programar o modelo matemático, bem como resolvê-lo.

2. REVISÃO DE LITERATURA

2.1 Problema de Alocação de Recursos

Alocar recursos em atividades é algo tratado – tanto no setor industrial, quanto na academia – devido à sua grande aplicação. Na literatura especializada, essa alocação é denominada como Problema de Alocação, por alguns autores, e por outros como Problema de Designação.

Andrade (2004) usa o termo “Problema de Alocação” e a define da seguinte forma: “Os problemas de alocação de recursos dizem respeito à atribuição de recursos entre tarefas ou atividades que devem ser realizadas”.

Não muito diferente desse autor, Taha (2008) utiliza o termo “Problema de Designação” e faz uma definição menos formal: “A melhor pessoa para a tarefa” é uma descrição adequada do problema de alocação. É interessante observar que em sua definição são colocadas somente pessoas a serem designadas, porém essa designação também se refere aos recursos a serem alocados em atividades e ou tarefas.

Outra definição é apresentada por Hillier e Lieberman (2010). Esses autores são mais generalistas em sua definição, cujo termo descrito é o “Problema de Designação”: Esse problema é um tipo especial de problema de programação linear em que os designados estão sendo indicados para a realização de tarefas.

Arenales et al. (2007) também usam o termo “Problema de Designação”. A definição dada por esses não diferem das colocadas até agora: esse tipo de problema envolve a designação (ou atribuição) de tarefas a agentes, que são termos genéricos com significado específico em cada problema prático.

Além das definições, um item relevante na descrição do Problema de Alocação (ou designação, tal com preferem alguns) refere-se às questões que envolvem o problema.

Andrade (2004) diz que, de maneira geral, os recursos disponíveis não são suficientes para que todas as atividades sejam executadas no nível mais elevado que se possa desejar. Dessa maneira, o que se procura, nesses casos, é encontrar

a melhor distribuição possível dos recursos entre as diversas tarefas ou atividades, de modo a atingir um valor ótimo do objetivo estabelecido.

Esse mesmo autor ainda caracteriza os problemas de alocação de recursos pelos seguintes fatos:

- Existência de um objetivo que possa ser explicado em termos das variáveis de decisão do problema;
- Existência de restrições à aplicação dos recursos, tanto com relação às quantidades disponíveis, quanto com relação à maneira de empregá-los;
- Pode ser representado por um modelo de otimização, no qual todas as relações matemáticas são lineares.

Arenales et al. (2007) também debatem sobre a restrição imposta ao problema referente ao número de tarefas e recursos a serem alocados.

O cenário criado pelo Problema de Alocação viabiliza diversas aplicações práticas, tais como: alocação de berços (MAURI, OLIVEIRA, e LORENA, 2005), alocação em transporte público (CASTRO ARAGON e LEAL, 2003), alocação em atividades esportivas (AL-YAKOOB e SHERALI, 2006), alocação de empregados (RASMUSSEN e TRICK, 2008) e programação de horários (SANTOS et al., 2012).

2.2 Problema de Programação de Horário (PPH)

No contexto dessas aplicações existe uma que chama a atenção: o Problema de Programação de Horário (PPH). Segundo Abramson (1991), o PPH envolve alocar um número de dados formado por disciplinas, turmas, professor e salas em horários previamente fixados.

De maneira similar, Raghavjee e Pillay (2008) descrevem o PPH de forma mais simplificada. Segundo esses autores o PPH diz respeito da alocação de professores às turmas de disciplinas em horários determinados, satisfazendo restrições obrigatórias.

Burke, Newell e Weare (1998) descrevem os elementos destacados pelos autores anteriores de maneira mais genérica e sofisticada. Os autores incluem em

sua definição que o PPH consiste em combinar um número finito de eventos em um número de períodos e que, conseqüentemente, um indivíduo (entidade) não poderá estar presente em dois ou mais eventos simultaneamente. Eles ainda acrescentam que normalmente haverá restrições e limitação de recursos.

É interessante observar que, de maneira geral, as três definições convergem entre si. Apesar dos autores utilizarem um vocabulário algumas vezes variado, as definições sempre envolvem alocar turmas de alunos em salas a partir de um quadro pré-definido de horários.

Vale ressaltar que o PPH é um problema NP-difícil, pois não possui, ou pelo menos não é conhecida, uma solução que o resolva em tempo polinomial (GAREY e JONHSON, 1979; SANTOS, OCHI e SOUZA, 2005).

Com definição equivalente, Even, Itai e Shami (1976) afirmam que esse é um problema NP-completo, pois não se conhece algoritmos polinomiais para resolvê-lo na maioria das situações em que se apresenta. Além disso, sua tratabilidade por técnicas exatas de otimização demanda muito tempo e esforço computacional.

Diversos métodos têm sido propostos para a solução de PPH. Algumas heurísticas e metaheurísticas foram aplicadas, tais como algoritmos de coloração de grafos (SILVA e SILVA, 2010; SILVA et al, 2006), Recozimento Simulado (SOUZA et al, 2002b), Busca Tabu (SUBRAMANIAN et al, 2006) e Pesquisa em Vizinhança Variável (SOUZA et al, 2002a). Uma comparação de desempenho de heurísticas é descrita em Oliveira (2006) que mensurou os resultados do Algoritmo Genético e Recozimento Simulado ao problema em questão.

Além das abordagens supracitadas, alguns métodos exatos de resolução de problemas também foram aplicados. Tripathy (1984) aplicou o método da Relaxação Lagrangeana. Kis e Kovács (2011) e Mokotoff e Chrétienne (2002) empregaram o método de Plano de Corte, enquanto que Zhou e Zhong (2007) e Liaw (1999) aplicaram o algoritmo de *Branch & Bound* para a resolução dos PPH.

Já a aplicação do PPH é observada em diferentes localidades e cenários. Um exemplo dessa aplicação vem de Raghavjee e Pillay (2008) que utilizaram um

algoritmo genético para solucionar esse problema na África do Sul. Já Sousa, Moretti e Podestá (2008) solucionaram a grade de horário em escolas de ensino fundamental e médio no Estado de São Paulo.

Além da aplicação, há um debate sobre o modelo matemático a ser utilizado. Existem alguns modelos que variam conforme à restrição a ser atendida. Um dos modelos que pode ser utilizado para ilustrar o PPH é descrito por Werra (1997). Segundo esse autor, tem-se:

Sejam: $T = \{t_1; t_2; \dots; t_t\}$ o conjunto de turmas, $P = \{p_1; p_2; \dots; p_p\}$ o conjunto de professores e $H = \{h_1; h_2; \dots; h_h\}$ o conjunto de horários, R uma matriz de inteiros não negativos, em que $r_{ij} \in R$ é a carga horária do professor j na turma i .

O objetivo é encontrar

$$x_{ijk} \quad \forall i \in T, j \in P, k \in H \quad (2.2)$$

s.a

$$\sum_{k=1}^{|H|} x_{ijk} = r_{ij} \quad \forall i \in T, j \in P \quad (2.3)$$

$$\sum_{j=1}^{|P|} x_{ijk} \leq 1 \quad \forall i \in T, k \in H \quad (2.4)$$

$$\sum_{i=1}^{|T|} x_{ijk} \leq 1 \quad \forall j \in P, k \in H \quad (2.5)$$

$$x_{ijk} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in T, j \in P, k \in H \quad (2.6)$$

Nesse modelo, a equação 2.2 representa a função objetivo cuja variável x_{ijk} diz o seguinte: $x_{ijk} = 1$ caso o professor j tenha aula na turma i no período k , e $x_{ijk} = 0$ caso contrário. As restrições definidas pela equação 2.3 garantem o número de aulas correto entre o professor j e a turma i . A eq. 2.4 garante que não exista sobreposição de turmas e a eq. 2.5 que não ocorra sobreposição de professor. Esse modelo não considera restrições tais como disponibilidade de professores e pré-alocações do tipo: professor p_p leciona na turma t_t em um horário k .

3. METODOLOGIA

Este capítulo tratará da classificação metodológica empregado no projeto. Para tanto serão descritas as classificações possíveis e a área da pesquisa.

3.1 Classificações da Pesquisa

A metodologia utilizada no presente trabalho consiste em um Estudo de Caso sobre o Problema de Programação de Horários.

Gil (1999) afirma que a pesquisa aplicada objetiva conhecer sobre um determinado assunto, visando, geralmente, obter resultados concretos. Visa contribuir para fins práticos acerca do objeto de estudo.

Quanto aos objetivos do trabalho, esta pesquisa pode ser classificada como técnica, pois utiliza de conhecimentos já existentes e objetiva aplica-los em um estudo de caso.

Quanto à forma de abordagem, esta pesquisa pode ser classificada como quantitativa.

A classificação quanto aos métodos de pesquisa empregados, pode-se afirmar que se trata de um Estudo de Caso.

O Estudo de Caso é um trabalho de caráter empírico que investiga um dado fenômeno dentro de um contexto real contemporâneo por meio de análise aprofundada de um ou mais objetos de análise (casos) (MIGUEL, FLEURY, 2012).

3.2 Área da Pesquisa

A presente pesquisa foi embasada na abordagem da Pesquisa Operacional, com enfoque no Problema de Programação de Horário, sendo esse um problema ligado aos horários e restrições referentes à ocupação de salas. Buscou-se maximizar a ocupação das salas mediante o atendimento a todas as restrições analisadas.

4 ESTUDO DE CASO

4.1 Alocação de Salas da Escola de Minas

Até 2010, o Problema de Programação de Horários da Escola de Minas, na Universidade Federal de Ouro Preto, foi realizado manualmente por um funcionário. De fato, o número menor de salas e disciplinas ofertadas até então viabilizavam a resolução do problema sem o uso de ferramentas computacionais. O responsável recebia as condicionantes de forma não sistêmica, concentrando um grande esforço do funcionário para atender a todas as especificações passadas.

Entretanto, o número de vagas e cursos ascendente disponibilizado na universidade aos cursos de engenharia, público alvo do prédio tratado, potencializou a necessidade de aplicação de uma metodologia mais pragmática para o processo de alocação de salas.

4.2 Regras iniciais

Apesar de triviais, algumas demandas iniciais devem ser explanadas:

- Cada sala tem apenas uma aula em um determinado horário;
- Cada aula tem apenas uma sala;
- O tamanho da turma deve ser inferior à capacidade da sala na qual está alocada.

Além das restrições inerentes ao problema básico, algumas considerações precisam ser abordadas. Elas apresentarão as particularidades do cenário visualizado no PPH da Escola de Minas. Todas serão descritas no modelo matemático, pois são importantes para a compreensão da questão.

4.2.1 Tipos de alocação diferentes

Existem diferentes tipos de salas, tais como laboratórios de disciplinas específicas, salas de aula comuns ou com recursos específicos (exemplo: pranchetas). Assim, o modelo deve abordar diferentes tipos de alocação, de tal forma que essas especificidades sejam atendidas. Deve ser possível, por exemplo, restringir as salas para uma dada aula.

4.2.2 Disponibilidade das salas

Antes do início do período letivo, algumas salas são previamente ocupadas. Essa afirmação se justifica pelo fato da universidade possuir alguns projetos que necessitam de salas específicas em determinados períodos da semana. Assim, o modelo aplicado também apresentará meios de considerar a disponibilidade das salas nos períodos analisados, de tal forma que não sejam alocadas aulas em salas cujos horários estejam ocupados com projetos da universidade.

4.2.3 Disciplinas com múltiplas aulas seguidas na mesma sala

As disciplinas com mais de uma aula seqüenciada, ou seja, que ocupam dois ou mais horários do dia, devem estar alocadas na mesma sala. É impraticável que em aulas sequenciais os alunos e o professor devam deslocar-se para outra sala para uma mesma aula. As disciplinas devem ser consideradas, portanto, como composição de aulas e não aulas separadas.

4.2.4 Disciplinas com mais alunos matriculados alocadas em salas maiores

As disciplinas que possuem grande quantidade de alunos matriculados devem estar alocadas em salas maiores e vice-versa. Essa proposição é feita para nivelar o tamanho das disciplinas à capacidade das salas, visto que turmas pequenas em salas grandes geram desconfortos, bem como turmas grandes em salas menores também.

4.2.5 Priorização da alocação de disciplinas maiores, caso não haja possibilidade de alocar todas as disciplinas.

Em situações que as salas disponibilizadas não sejam capazes de atender a todas as disciplinas do prédio, o modelo alocará as maiores turmas, deixando aquelas com menor número de alunos sem alocar. Dessa forma, o modelo facilita uma posterior busca por salas em outros prédios para as disciplinas não distribuídas.

4.3 Formulação Matemática

Nessa seção, será apresentada a formulação matemática que consiste em um modelo de Programação Linear Inteira, o qual aborda todas as premissas citadas na seção anterior. É importante mencionar que este modelo matemático foi proposto inicialmente em Andrade *et al.* (2011).

Assim, primeiramente serão especificados os dados e variáveis relevantes ao problema para, em seguida, apresentar as equações do modelo.

- Conjuntos

- S: conjunto de salas, incluindo laboratórios, salas de pranchetas e salas gerais;
- A: conjunto de aulas a serem alocadas;
- H: conjunto de horários da Escola de Minas.

- Dados

- c_j : capacidade sala j ;
- m_i : número de matriculados na aula i ;
- t_i : tipo de alocação da aula i ;
- $t_{s_j,t(i)}$: especifica se a sala j pertence ao tipo de alocação t_i ; é igual a “1” quando pertence ou “0” quando não;
- $d_{j,k}$: representa se a sala j está disponível no horário k . Vale “1” se disponível ou “0” se indisponível;
- $h_{i,k}$: especifica se a aula i é abrangida pelo horário k . Recebe “1” caso sim ou “0” caso contrário.

- Variável

- $x_{i(q),j}$: indica se a aula i é alocada à sala j no dia x . Recebe “1” quando é alocada ou “0” quando não.
- $x_{i(q),j}$: indica se a aula i é alocada à sala j no dia y . Recebe 1 quando é alocada ou 0 quando não.

4.3.1 Função Objetivo

$$\max \sum_{i \in A} \sum_{j \in S} (x_{i,j} * c_j * m_i) \quad (1)$$

A equação (1) representa a função objetivo. Através de tal formulação, as disciplinas são niveladas de acordo com a capacidade das salas, ou seja, salas maiores são alocadas a turmas maiores e vice-versa.

Através do somatório do produto entre a quantidade de matriculados da disciplina pela capacidade da sala na qual é alocado, o modelo decide pela alocação das turmas maiores enquanto houver salas disponíveis, nos horários almejados. A Tabela 2 apresenta uma exemplificação do comportamento de tal função objetivo para aulas em um mesmo horário, seguida de uma breve explicação.

Tabela 2

Cenário 1				Cenário 2			
Aulas/Salas	1	2	Matriculados	Aulas/Salas	1	2	Matriculados
1	X		50	1		X	50
2		X	60	2	X		60
Capacidade	70	80		Capacidade	70	80	
Função Objetivo: 8300				Função Objetivo: 8200			

Fonte: Criado pelo autor

De acordo com a tabela apresentada, a Função Objetivo recebe valores superiores quando aplicada ao Cenário 1. Portanto, o modelo optará por esse cenário como solução ao problema devido à condição de maximização da função objetivo. Pode-se notar que, dessa forma, as 40 vagas ociosas são distribuídas homogeneamente nas 2 salas, enquanto que o outro cenário proporciona 10 vagas na Sala 1 e 30 na Sala 2. Evidentemente, a partir dos preceitos apresentados, torna-se mais interessante ao modelo optar pelo primeiro cenário, como realmente o faz.

4.3.2 Restrições

As equações de 2 a 6 especificam as restrições do modelo.

$$\sum_{j \in S} x_{i,j} \leq 1 \quad \forall i \in A \quad (2)$$

$$x_{i,j} * m_i \leq x_{i,j} * c_j \quad \forall (i,j) \in (A,S) \quad (3)$$

$$\sum_{i \in A} (x_{i,j} * h_{i,k}) \leq d_{i,k} \quad \forall (j,k) \in (S,H) \quad (4)$$

$$x_{i,j} \leq ts_{i,j} \quad \forall (i,j) \in (A,S) \quad (5)$$

$$x_{i,j} \in \{0,1\} \quad \forall (i,j) \in (A,S) \quad (6)$$

Em (2) é especificado que cada aula pode ser alocada apenas em uma sala. Obviamente, uma mesma turma não pode ocupar duas ou mais salas simultaneamente.

Tirar para a equação (3) limita o número de alunos à capacidade da sala. Ou seja, a quantidade de matriculados em cada aula não pode superar a capacidade da sala.

Em (4) especifica-se que em cada horário, numa mesma sala, só pode possuir uma única aula alocada, se essa encontrar-se disponível nesse instante. Isso garante que turmas diferentes não ocupem a mesma sala em um determinado horário.

Já a equação (5) limita a alocação de uma disciplina ao conjunto de salas caracterizadas pelo tipo de alocação da disciplina considerada. Dessa forma, tipos distintos de salas são utilizados para aulas de acordo com suas classificações. Por exemplo, aulas de desenho serão lecionadas em salas de pranchetas, devido à necessidade de recursos específicos presentes nas mesmas.

Por fim, em (6) é definida a natureza binária da variável de decisão.

4.4 Ferramentas Utilizadas

O algoritmo proposto foi implementado para cada dia da semana. Não convém principalmente no que diz respeito a tempos computacionais, realizar uma única execução que abordasse todos os dias da semana.

A entrada de dados do modelo foi feita através da planilha eletrônica Microsoft Excel, versão 2007. O modelo de otimização linear inteira foi implementada no software Lingo, versão 11.0, o qual aplica o método de *Branch & Bound* para obtenção da solução ótima.

O software foi executado em um computador com as seguintes especificações:

- Sistema operacional Windows 7 Ultimate;
- Processador Core i5;
- Memória RAM de 4 GB.

As soluções são armazenadas no software Excel 2007, no qual o usuário pode acompanhar em qual sala cada disciplina está alocada, bem como as ocupações das salas para cada horário de um dia específico.

4.5 Aplicação

A partir das equações descritas na seção 4.1, o modelo proposto abrange todas as premissas citadas na seção anterior. Dessa forma, o método foi aplicado para alocação de salas da Escola de Minas no primeiro semestre de 2013.

Cada dia da semana foi executado separadamente para evitar tempos elevados de execução. O tempo para resolução foi inferior a 1 segundo para cada dia da semana. A Tabela 3 apresenta alguns dados dessa aplicação:

Tabela 3 – Descritivo da Aplicação do Método

<i>Descrição</i>	<i>Segunda</i>	<i>Terça</i>	<i>Quarta</i>	<i>Quinta</i>	<i>Sexta</i>
Disciplinas	116	118	117	138	86
Aulas	251	230	226	283	177
Soma de Matriculados	3319	2983	2915	3521	2317
Salas Disponíveis	25	25	25	25	25

Fonte: Criado pelo autor

5 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Neste capítulo é apresentado um resumo das principais considerações advindas da realização deste trabalho e, em seguida, são apontadas as recomendações para a realização de trabalhos futuros.

5.1 Conclusões

Inicialmente, é importante lembrar os objetivos (geral e específico) para confronto com os resultados obtidos. Conforme apresentado no início desse texto, o objetivo geral do trabalho foi modelar matematicamente a alocação de disciplinas em salas de aula dentro do prédio da Escola de Minas da UFOP. De fato, esse objetivo foi alcançado com emprego do modelo descrito em Andrade et al. (2011) no capítulo 4.

Pode-se, com intuito de facilitar a apresentação dos resultados, enumerar os objetivos específicos:

- I. Revisar a literatura acerca de alocação de recursos e modelagem matemática;
- II. Descrever o modelo matemático desenvolvido;
- III. Aplicar o modelo e analisar os resultados obtidos na Escola de Minas.

O objetivo específico I foi alcançado pela revisão bibliográfica durante o Capítulo 2. Para obter esses resultados, alguns subtópicos foram revistos na literatura, conforme apresentado no capítulo.

Já o objetivo II, teve seu resultado apresentado durante o Capítulo 4, mais especificamente durante o subtópico 4.2.1. Como dito anteriormente, Andrade *et. al* (2011) apresentou o modelo que foi base para os estudos apresentados.

No mesmo capítulo onde estão os resultados para o objetivo específico II, encontram-se os resultados para o último objetivo específico. Dentro do sub-tópico 4.4, os resultados e análises obtidos da aplicação do modelo foram mostrados.

A metodologia apresentada durante o Capítulo 3 norteou os procedimentos necessários para a real aplicação do PPH à Escola de Minas. Essa metodologia (Estudo de Caso) se mostrou apropriada para os fins iniciais estabelecidos.

Por fim, é importante recordar a questão problema levantada no tópico 1.2 do Capítulo 1 para discussão: Qual modelo matemático a ser utilizado para se fazer a alocação de disciplinas na Escola de Minas da UFOP?

De fato, a questão problema foi respondida pelo Estudo de Caso apresentado no Capítulo 4. Além disso, foi comprovada a aplicabilidade de tal modelo para períodos posteriores pela efetividade dos resultados.

5.2 Recomendações

Apesar dos diversos avanços que o modelo trouxe frente à antiga metodologia manual de solucionar o problema, algumas recomendações são necessárias e para trabalhos futuros envolvendo essa questão, tais como:

- I. Rever os professores e/ou alunos com necessidades especiais e atender a estas necessidades. É importante, por exemplo, que pessoas com dificuldade de locomoção tenham aulas preferencialmente em salas que estejam no térreo do prédio. Mesmo que existam no prédio adaptações para atender tais pessoas, aumentar ainda mais a facilidade de acesso é essencial;
- II. Reeditar o modelo para que disciplinas que tenham aulas em dias separados (segunda e quarta-feira, por exemplo) fiquem nas mesmas salas, pois hoje essa regra não está incluída no modelo;
- III. Tornar o modelo integrado com os sistemas informatizados da universidade. A UFOP já possui um sistema que integra alunos, técnicos e docentes com acesso pelo portal da instituição chamado “Minha UFOP” que poderia fornecer módulos que facilitassem a inserção de dados e apresentação dos resultados.
- IV. Realizar testes estatísticos para validar a aplicabilidade do modelo frente a outros cenários.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABRAMSON, D. Constructing School Timetables Using Simulated Annealing: Sequential and Parallel Algorithms. **Management Science**, vol. 37, n. 1, 1991, p. 98-113.

ANDRADE, et al. Aplicação do algoritmo de Branch & Bound na resolução do problema de alocação de salas da Escola de Minas (UFOP). In: III ENCONTRO FLUMINENSE DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO, 2011, Rio de Janeiro/RJ (Brasil). Oral - **Anais do III ENFEPro**, 2011.

ANDRADE, E. L. **Introdução à pesquisa operacional: métodos e modelos para análise de decisões**. 3ª ed. Rio de Janeiro: LTC, 2004.

AL-YAKOOB, S.M. e SHERALI H.D. Mathematical programming models and algorithms for a class faculty assignment problem, **European Journal of Operational Research**, 173, (2), p.488–507, 2006.

ARENALES, M. et al. **Pesquisa Operacional**. 1ª ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2007

AVELLAR, J. V. G., POLEZZI, A. O. D. e MILIONI, A. Z. On the Evaluation of Brazilian Landline Telephone Services Companies. **Pesquisa Operacional**, vol. 22, n. 2, 2002, p. 231-246.

BITRAN, G. e MORABITO, R. Modelos de Otimização de Redes de Filas Abertas para Projeto e Planejamento de Jobshops. **Pesquisa Operacional para o Desenvolvimento**, vol.1, n. 1, 2009, p. 134-147.

BORGES, V. S., BRANDÃO, S. S. e MARINHO, E. C. P. Análise da Gestão de RH na Construção Civil: Teoria x Prática. **Pesquisa Operacional para o Desenvolvimento**, vol. 2, n. 1, 2010, p. 1-86.

BURKE, E. K., NEWELL, J. P. e WEARE, R.F. Initialization strategies and diversity in evolutionary timetabling. **Evolutionary Computation Journal**, n. 6, p. 81-103.

CALDAS, M. A. e SANTOS, D. A. Estudo de Heurísticas para o Roteamento Urbano de Veículos. **Pesquisa Operacional para o Desenvolvimento**, vol. 1, n. 3, 2009, p. 245-252.

CARTER, M. V. e TOVEY, C. A. When Is the Classroom Assignment Problem Hard?, **Operations Research**, 1992, p28-39.

CASTRO ARAGÓN, F. R. e LEAL, J. E. Alocação de fluxos de passageiros em uma rede de transporte público de grande porte formulado como um problema de inequações variacionais. **Pesquisa Operacional**, vol.23, n. 2, p.235-264, ago. 2003.

CHAVES, A. L. F. et al. Estudo de Heurísticas para o Roteamento Urbano de Veículos. **Pesquisa Operacional para o Desenvolvimento**, vol. 1, n. 3, 2012, p. 175-186.

EVEN, S.; ITAI, A. e SHAMIR, A. (1976). On the complexity of timetabling and multicommodity flow problems. **SIAM Journal of Computation**, 5, p. 691-703, 1976.

FERREIRA, AURÉLIO BUARQUE DE HOLANDA. **Dicionário da Língua Portuguesa**. Rio de Janeiro: Positivo, 2010.

FREITAS, F. D. et al. Análise e Controle do Risco da Arrecadação Federal Através de Macrocarteiras de Tributos. **Pesquisa Operacional para o Desenvolvimento**, vol. 3, n. 2, 2011, p. 141-159.

GAREY, M. R. e JOHNSON, D. S. (1979). **Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP-Completeness**. Freeman, San Francisco, CA, USA, 1979.

HILLIER, FREDERICK S. E LIEBERMAN, GERALD J. **Introdução à pesquisa operacional**. 8ª ed. Porto Alegre: AMGH, 2010.

HOFFMANN, L. T. e GÓMEZ, A. T. Desenvolvimento de um Protótipo de um Sistema de Informação Geográfica para Abordagem do Problema de Localização de Antenas. **Pesquisa Operacional**, vol. 26, n. 3, 2006, p. 437-458.

JÚNIOR, E. F. F. e OLIVEIRA, H. C. B. Adaptação da Meta-heurística Grasp na Resolução do Problema de Roteamento de Veículos com Janela de Tempo. **Pesquisa Operacional para o Desenvolvimento**, vol. 4, n. 3, 2012, p. 271-287.

KHOURY, F. K. C. B. e RAUPP, F. M. P. Planejamento da Produção de Luminárias via Programação Matemática. **Pesquisa Operacional para o Desenvolvimento**, vol. 5, n. 1, 2013, p. 58-70.

KIS, T. e KOVACS, A. A cutting plane approach for integrated planning and scheduling. **Computers & Operations Research**, Abr. 2011.

LIAW, C. F. A branch-and-bound algorithm for the single machine earliness and tardiness scheduling problem. **Computers & Operations Research**, vol. 26, n. 7, jul 1999, p. 679-693.

LOPES, A. T. L., SCHULZ, V. M. L. e MAURI, G. R. Grasp com path relinking para o problema de alocação de berços. **Pesquisa Operacional para o Desenvolvimento**, vol. 3, n. 3, 2011, p. 218-229.

MAURI, GERALDO REGIS; OLIVEIRA, ALEXANDRE CÉSAR MUNIZ DE e LORENA, LUIZ ANTONIO NOGUEIRA. Resolução do problema de alocação de berços através de uma técnica de geração de colunas. **Pesquisa Operacional**, vol. 30, n. 3, p.547-562, dez. 2010.

MENEZES, B. L. S. et al. Redução de Custos nas Organizacionais: Complexidade e Dinâmica das Redes Logísticas. **Pesquisa Operacional para o Desenvolvimento**, vol. 4, n. 3, 2012, p. 325-338.

MOKOTOFF, E. e CHRETIENNE, P. A cutting plane algorithm for the unrelated parallel machine scheduling problem. **European Journal of Operational Research**, vol. 141, n. 3, set 2002, p. 515-525.

PRADO, DARCI SANTOS DO. **Programação Linear**. 5ª ed. Nova Lima – MG: INDG Tecnologia e Serviços Ltda., 2007 .

NEGREIROS, M. J. et al. Integração de sistemas computacionais e modelos logísticos de otimização para prevenção e combate à dengue. **Pesquisa Operacional para o Desenvolvimento**, vol. 1, n. 2, 2009, p. 1-27.

PASTORE, P. e PIZZOLATO, N. D. Os aspectos e desafios logísticos para a implementação do e-commerce B₂C para a venda de uniformes na marinha do

Brasil. **Pesquisa Operacional para o Desenvolvimento**, vol. 3, n. 1, 2011, p. 30-43.

RAGHAVJEE, R. E PILLAY, N. An Application of Genetic Algorithms to the School Timetabling Problem. **Proceedings of the 2008 annual research conference of the South African Institute of Computer Scientists and Information Technologists on IT research in developing countries: riding the wave of technology**, p. 193-199, 2008.

RASMUSSEN, R.V. e TRICK, M. A. Round robin scheduling – a survey. **European Journal of Operational Research** 188 (3) p. 617–636, 2008.

ROZENTAL, M. e PIZZOLATO, N. D. Localização de Shopping Center de Vizinhança, Estudo de Caso: Barra da Tijuca, Rio de Janeiro/RJ. **Pesquisa Operacional para o Desenvolvimento**, vol. 1, n. 3, 2009, p. 199-207.

SANTOS, HAROLDO GAMBINI et al. Strong bounds with cut and column generation for class-teacher timetabling. **Annals of Operation Research**, vol. 194, p. 399-412, 2012.

SANTOS, HAROLDO G.; OCHI, LUIZ S. e SOUZA, MARCONE J.F. A Tabu search heuristic with efficient diversification strategies for the class/teacher timetabling problem. **J. Exp. Algorithmics**10, dez. 2005, artigo 2.9.

SANTOS, S. G., ARAUJO, S. A. e RANGEL, S. Integrated cutting machine programming and lot sizing in furniture industry. **Pesquisa Operacional para o Desenvolvimento**, vol. 3, n. 1, 2011, p. 1-17.

SCHAEFER, A. A survey of automated timetabling, **Artificial Intelligence Review**, 1999, n. 13, p. 87-127.

SILVA, A. F., MARINS F. A. S. e SANTOS, M. V. B. Programação por Metas e Análise por envoltória de dados na avaliação da eficiência de Plantas Mundiais de Manufatura. **Pesquisa Operacional para o Desenvolvimento**, vol. 5, n. 2, 2013, p. 172-184.

SILVA, D. J. e SILVA, G. C. Heurísticas baseadas no algoritmo de coloração de grafos para o problema de alocação de salas em uma instituição de ensino superior. In: XLII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional - SBPO, Bento Gonçalves, Brasil. **Anais do XLII SBPO**, 2010.

SILVA, G. C. et al. Programação de horários com reservas no curso de graduação em Engenharia de Produção da UFRJ. In: XXXVIII SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PESQUISA OPERACIONAL - SBPO, Goiânia, Brasil. **Anais do XXXVIII SBPO**, 2006.

SILVA, A. F., MARINS F. A. S. e SANTOS, M. V. B. Programação por Metas e Análise por envoltória de dados na avaliação da eficiência de Plantas Mundiais de Manufatura. **Pesquisa Operacional para o Desenvolvimento**, vol. 5, n. 2, 2013, p. 172-184.

SILVA, T. C. L.; STEINER, M. T. A.; CARNIERI, C. e SILVA, A. C. L. Determinação de escalas de plantão para militares considerando preferências e hierarquia. **Pesquisa Operacional**, 2004, vol. 24, n. 3, p. 373-391.

SOUSA, V. N., MORETTI, A. C. E PODESTÁ, V. A. Programação da Grade de Horário em Escolas de Ensino Fundamental e Médio. **Pesquisa Operacional**, v.28, n. 3, Setembro a Dezembro de 2008, p. 399-421.

SOUZA, M. J. F. et al. Métodos de Pesquisa em Vizinhança Variável aplicados ao Problema de Alocação de Salas. XXII ENCONTRO NACIONAL DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO – ENEGEP. **Anais XXII ENEGEP**. Fortaleza, Brasil, 2002a.

SOUZA, M. J. F.; MARTINS, A. X. e ARAÚJO, C. R. Experiências com Simulated Annealing e Busca Tabu na resolução do problema de alocação de salas. In: XXXIV SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PESQUISA OPERACIONAL - SBPO, **Anais do XXXIV SBPO**. Rio de Janeiro, Brasil, 2002b.

SOUZA, F. M. et al. Previsão do Consumo de Cimento no Estado do Rio Grande do Sul. **Pesquisa Operacional para o Desenvolvimento**, vol. 2, n. 1, 2010, p. 1-86.

SOUZA, P. M. et al. Otimização Econômica, Sob Condições de Riscos, para Agricultores Familiares das Regiões Norte e Noroeste do Estado do Rio de Janeiro. **Pesquisa Operacional para o Desenvolvimento**, vol. 1, n. 2, 2009, p. 257-271.

SUBRAMANIAN, et al. Aplicação da metaheurística Busca Tabu na resolução do Problema de Alocação de Salas do Centro de Tecnologia da UFPB. In: XXVI ENCONTRO NACIONAL DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO - ENEGEP. **Anais XXVI ENEGEP** Fortaleza, Brasil, 2006.

TAHA, HAMDY A. **Pesquisa Operacional: uma visão geral**. 8ª ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2008.

TOLEDO, F. M. B. et al. Logística de distribuição de água em redes urbanas – racionalização energética. **Pesquisa Operacional para o Desenvolvimento**, vol. 1, n. 2, 2009, p. 75-91.

TRIPATHY, A. School Timetabling: a case in large binary integer linear programming. **Management Science**, vol. 20, n. 12, 1984.

WERRA, D. Na introduction to timetabling. **European Journal of Operational Research**, n. 19, 1985, p. 151–162.

ZHOU, X. e ZHONG, M. Single-track train timetabling with guaranteed optimality: Branch-and-bound algorithms with enhanced lower bounds. **Transportation Research Part B: Methodological**, vol. 41, n. 3, mar. 2007, p. 320-341.