



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO  
ESCOLA DE MINAS  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO,  
ADMINISTRAÇÃO E ECONOMIA - DEPRO**



**TITULO DA MONOGRAFIA**

**JÉSSICA A. S. BRITO**

**Ouro Preto – MG**

**2013**

**JÉSSICA A. S. BRITO**

**jessicab\_pro@yahoo.com.br**

**TÍTULO DA MONOGRAFIA**

Monografia submetida à apreciação da banca examinadora de graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal de Ouro Preto, como parte dos requisitos necessários para a obtenção de grau de graduado em Engenharia de Produção.

**Orientador:** Prof<sup>o</sup> André Luís Silva

**Ouro Preto – MG**

**20xx**

## Folha de Rosto (verso) – Ficha catalográfica

Deverá ser elaborada pelo profissional bibliotecário de sua Unidade ou da Biblioteca Central, objetivando a padronização das entradas de autor, orientador e definição dos cabeçalhos de assunto à partir de índices de assuntos reconhecidos internacionalmente.

0xxx

SOBRENOME, Nome do autor. Título da monografia. 20XX YY páginas.

Orientador: Prof<sup>o</sup> André Luís Silva.

Monografia (Graduação) – Universidade Federal de Ouro Preto. Escola de Minas.  
Departamento de Engenharia de Produção, Administração e Economia.

1. Palavra chave. 2. Palavra chave. 3. Palavra chave. 4. Palavra chave. 5.  
Palavra chave.

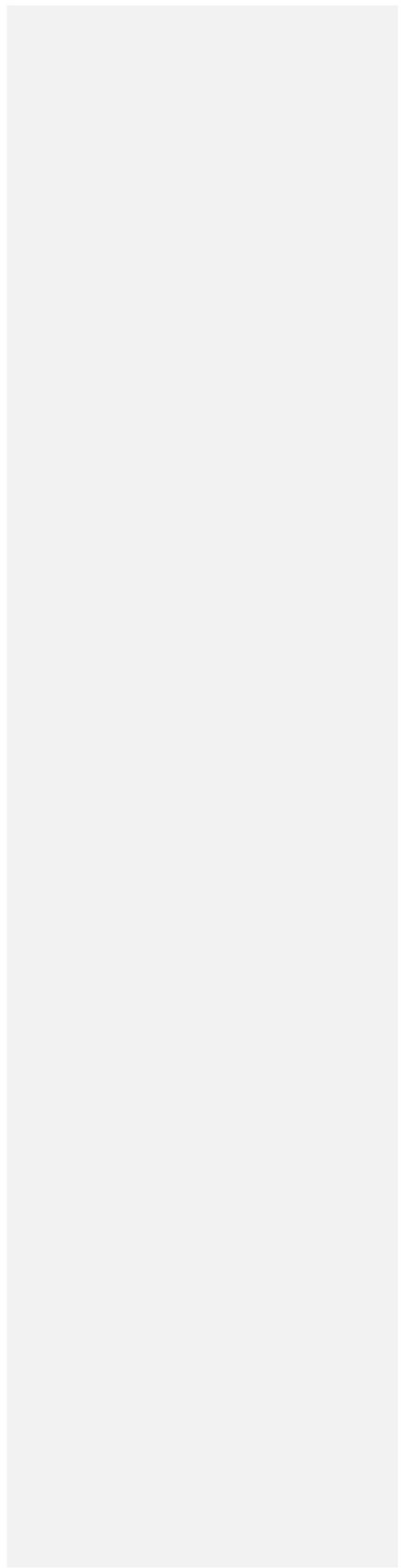
I. Universidade Federal de Ouro Preto. Escola de Minas. Departamento de  
Engenharia de Produção, Administração e Economia. II. Título.

CDU: xxx.x



*Dedico este trabalho a ????*

## **AGRADECIMENTOS**



*Epigrafes*

## RESUMO

SOBRENOME, Nome do autor. **Título da monografia.** 20xx. Monografia (Graduação em Engenharia de Produção). Universidade Federal de Ouro Preto.

Texto do resumo

Resumo. Resumo. Resumo. Resumo. Resumo. Resumo. Resumo. Resumo. Resumo.  
Resumo. Resumo. Resumo. Resumo. Resumo. Resumo. Resumo. Resumo. Resumo.  
Resumo. Resumo. Resumo. Resumo. Resumo. Resumo. Resumo. Resumo. Resumo.  
Resumo. Resumo. Resumo. Resumo. Resumo. Resumo. Resumo. Resumo. Resumo.  
Resumo. Resumo. Resumo. Resumo. Resumo. Resumo. Resumo. Resumo. Resumo.  
Resumo. Resumo. Resumo.

**Palavras-chaves:** Palavra Chave, Palavra Chave, Palavra Chave, Palavra Chave, Palavra Chave.

## ABSTRACT

SOBRENOME, Nome do autor. **Title in english.** 20XX. Course Work Conclusion  
(Graduate in Production Engineering). Federal University of Ouro Preto.

Text in english

Abstract. Abstract. Abstract. Abstract. Abstract. Abstract. Abstract. Abstract. Abstract.  
Abstract. Abstract. Abstract. Abstract. Abstract. Abstract. Abstract. Abstract. Abstract.  
Abstract. Abstract. Abstract. Abstract. Abstract. Abstract. Abstract. Abstract. Abstract.  
Abstract. Abstract. Abstract. Abstract. Abstract.

**Key-words:** Key Word, Key Word, Key Word, Key Word,.

Jéssica 19/4/13 16:00

Formatted: English (US)

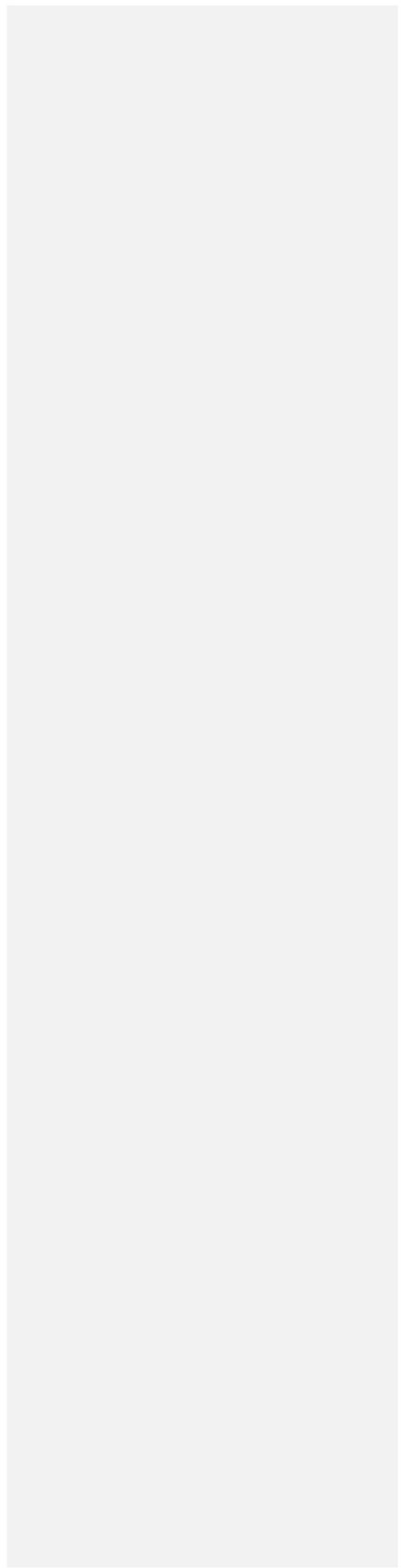
Unknown

Formatted: English (US)

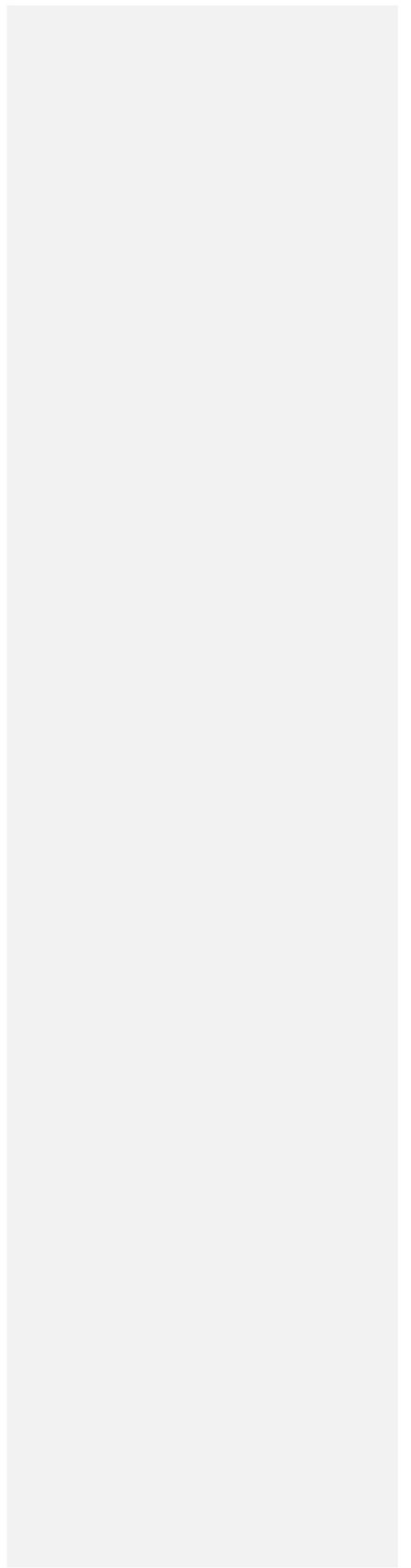
Jéssica 19/4/13 16:00

Formatted: English (US)

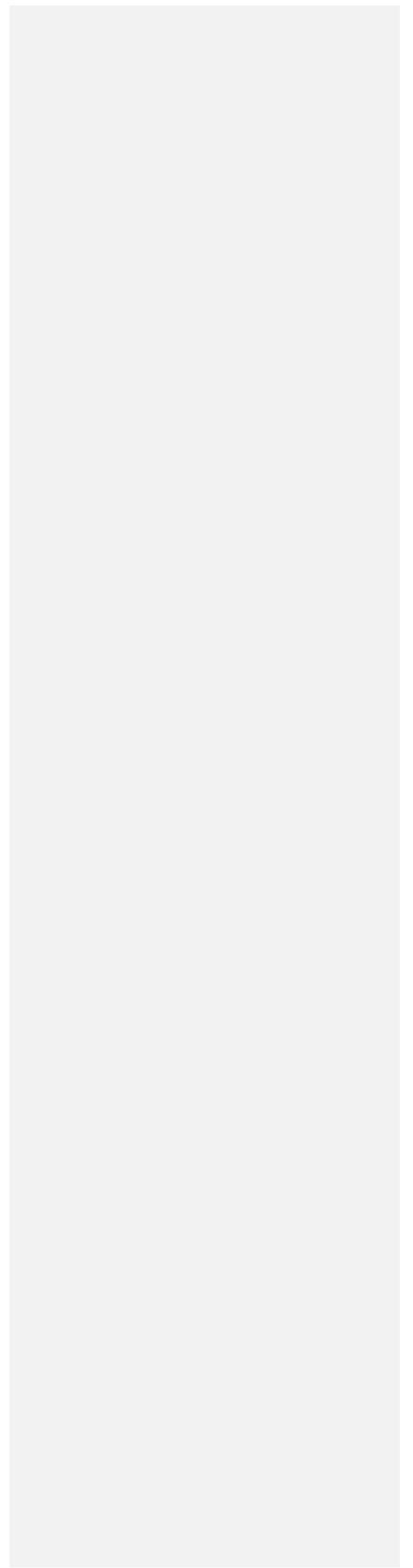
## LISTA DE FIGURAS



## **LISTA DE TABELAS**



## **LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**



## SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO AO ESTUDO</b> .....	<b>15</b>
<b>1.2 Justificativa do Trabalho</b> .....	<b>17</b>
<b>1.3 Objetivo</b> .....	Error! Bookmark not defined.
1.3.1 Objetivo geral .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
1.3.2 Objetivos específicos .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
<b>1.4 Estrutura do Trabalho</b> .....	<b>17</b>
<b>2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b> .....	<b>20</b>
<b>3. METODOLOGIA</b> .....	Error! Bookmark not defined.
<b>3.1 Conceito de Pesquisa</b> .....	Error! Bookmark not defined.
<b>3.2 Classificações da Pesquisa</b> .....	Error! Bookmark not defined.
3.2.1 Quanto à Natureza .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
3.2.2 Quanto à forma de Abordagem.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
3.2.3 Quanto aos Objetivos.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
3.2.4 Quanto aos Procedimentos Técnicos .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
<b>3.3 Área da Pesquisa</b> .....	Error! Bookmark not defined.
<b>3.4 Técnicas de Coleta de Dados</b> .....	Error! Bookmark not defined.
3.4.1 Documentação Indireta .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
3.4.2 Documentação Direta .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
3.4.3 Observação Direta Intensiva .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
3.4.4 Observação Direta Extensiva.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
<b>3.5 Variáveis</b> .....	Error! Bookmark not defined.
<b>3.6 Tabulação e Análise de Dados</b> .....	Error! Bookmark not defined.
<b>3.7 Considerações Finais</b> .....	Error! Bookmark not defined.
<b>4. ESTUDO DE CASO:</b> .....	Error! Bookmark not defined.
<b>5. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES</b> .....	Error! Bookmark not defined.

<b>5.1</b>	<b>Conclusões.....</b>	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
<b>5.2</b>	<b>Recomendações.....</b>	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
<b>6.</b>	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>53</b>

## 1. INTRODUÇÃO

O Festival de Inverno (FI) de Ouro Preto surgiu no ano de 1967, organizado por professores da Escola de Belas Artes da Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG). “Apesar da forte repressão da ditadura militar, o evento realizado neste e nos anos seguintes propiciaram espaços para o debate e reflexão, englobando questões políticas em âmbito nacional e internacional.” (FESTIVAL DE INVERNO, 2008).

No ano de 1979, o FI coincidiu com o vestibular da Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP), o que gerou um excesso de fluxo na cidade e, com isso, a estrutura suporte não foi capaz de atender a todos. Ele não ocorreu no ano de 1980, sendo retomado em 1981 com contornos mais poéticos, porém realizado na cidade de Diamantina, para acontecer longe da “efervescência” ouropretana.

O FI somente voltou a ocorrer em Ouro Preto em 1993, ainda organizado pela UFMG. Esta permaneceu à frente do evento até a edição de 1999. A partir de 2000 surgiram três festivais: “Festival de Inverno da Prefeitura de Ouro Preto, Festival de Inverno do Uni-BH (Centro Universitário Belo Horizonte) e, a partir de 2004, o Festival de Inverno – Fórum das Artes, realizado pela Universidade Federal de Ouro Preto, que ressurgiu como um projeto de extensão universitária.” (FESTIVAL DE INVERNO, 2008). No ano de 2005, o evento passou a denominar-se Festival de Inverno de Ouro Preto e Mariana – Fórum das Artes, com a participação das prefeituras dos municípios das respectivas cidades.

Neste novo formato do FI que surgiu em 2004, a cada ano é escolhido um personagem, alguém que se destacou na história desses municípios, e um tema, o qual conta a sua participação na sociedade.

O evento busca contribuir com o desenvolvimento local através da democratização da cultura e troca de conhecimentos. Este também gera renda nas cidades, uma vez que traz turistas que movimentam a economia local, além de mostrá-las para o Brasil e o mundo.

A organização do FI é feita, em grande parte, por alunos e professores da UFOP. Todos os anos, alunos do curso de Engenharia de Produção desta universidade são responsáveis pela logística de transporte do Festival. Eles compram as passagens para o transporte aéreo dos convidados e gerenciam o transporte terrestre para que, com os recursos disponíveis, consigam atender toda a demanda.

Falta uma forma de ligar o parágrafo anterior a este parágrafo.

Este trabalho estuda um problema relacionado à organização do transporte do FI. Ele procura, através do estudo do Problema de Roteamento de Veículos (PRV), o qual envolve “o projeto de rotas de entrega e/ou coleta de custo mínimo, partindo de um ou mais depósitos para um número de clientes, sujeito a restrições adicionais.” (ARENALES *et. al*, 2007, p. 195), entender, classificar e propor um modelo matemático para o transporte terrestre do FI.

Portanto, a questão problema tratada neste trabalho pode ser assim definida:

**Quais elementos envolvem a modelagem do problema relacionado ao transporte do Festival de Inverno?**

## **1.1. Objetivo**

### **1.1.1. Objetivo geral**

O presente trabalho tem como objetivo modelar o problema relacionado ao transporte externo do Festival de Inverno de Ouro Preto e Mariana através da utilização de técnicas de programação matemática.

### **1.1.2. Objetivos específicos**

Seguem elencados abaixo os objetivos específicos deste trabalho:

- a. Revisar a literatura existente sobre Problema de Roteamento de Veículos e suas variantes;
- b. Estudar os modelos matemáticos existentes para o PRV e suas variantes;
- c. Estudar os métodos de resolução existentes na literatura para o PRV;
- d. Analisar o problema de transporte do festival de inverno e caracterizá-lo de acordo com os existentes na literatura;
- e. Investigar todas as variáveis envolvidas no problema analisado;
- f. Modelar matematicamente o problema de transporte do FI.

## 1.2. Justificativa do Trabalho

O transporte em eventos está diretamente ligado à qualidade destes, uma vez que atrasos podem interferir na programação e em seu bom funcionamento. Ele também é responsável pela alocação de uma grande quantidade de recursos financeiros, sendo assim sua otimização pode interferir diretamente na redução dos custos do evento. Torna-se importante, então, gerenciá-lo da melhor maneira possível.

Uma forma de fazer o gerenciamento do transporte em eventos é estudá-lo a partir do Problema de Roteamento de Veículos (PRV). São muitos os trabalhos presentes na literatura que abordam aplicações do PRV em diferentes situações. Dentre esses, pode-se citar: Laporte *et. al* (2000); Sosa, Galvão e Gandelman (2007); Cunha (2000); Alvarenga (2005); Daza (2009); Oliveira, Vasconcelos e Alvarenga (2005); Gomes Jr, Souza e Martins (2005); Mine (2009), entre outros. Entretanto, não se tem conhecimento de nenhum trabalho (entretanto não foi encontrado na literatura, após busca realizada, trabalhos blablabl) que aplique o PRV ao transporte em eventos.

É possível verificar, analisando os elementos descritos, o quão importante seria ter o auxílio da Pesquisa Operacional (PO) para a tomada de decisões no FI. A PO, através do PRV, pode assumir o lugar da empiricidade nas deliberações e, assim, melhorar os resultados obtidos.

Deve-se ressaltar que este trabalho contribuirá para a literatura, uma vez que abordará um tema não muito discutido, transporte em eventos. Os resultados obtidos através deste estudo poderão servir de ponto de partida para outros que abordem o mesmo tema. Será possível também melhorar o gerenciamento dos recursos utilizados na logística de eventos.

Há mais o que justificar, por exemplo: justificativa da escolha da ferramenta de implementação, justificativa da metodologia empregada, justificativa dos dados acessados...etc.

### 1.3.MÉTODO DE PESQUISA

A metodologia de pesquisa é um capítulo separado da introdução

o capítulo de metodologia serve somente para descrever a metodologia utilizada e não é uma revisão da metodologia .... porém todas as opções metodológicas feitas devem ser respaldadas pela literatura...REVER SUA DECISÃO.

De acordo Miguel *et. al* (2012) a caracterização do tipo de trabalho possibilita o desenvolvimento dos métodos e técnicas mais adequados. Este trabalho caracteriza-se de um Estudo de Caso, uma vez que trata de uma “investigação empírica que investiga um fenômeno contemporâneo dentro de seu contexto da vida real”. (YIN, 2001).

Para Miguel *et. al* (2012), o Estudo de Caso é um trabalho de caráter empírico, o qual estuda um dado fenômeno dentro de um contexto real contemporâneo através da análise aprofundada de um ou mais casos. Este estudo possibilita um amplo e detalhado conhecimento sobre o fenômeno, possibilitando, inclusive, a geração de teoria.

Segundo Turrioni e Mello (2012), o Estudo de Caso é um dos mais poderosos métodos de pesquisa na gestão de operações e é utilizado para o desenvolvimento teorias, análises e observações.

Ganga (2012) apresenta como propósito do Estudo de Caso a promoção tanto da construção, teste e ampliação de teorias, quanto da exploração e melhor compreensão de um fenômeno em seu contexto real.

Este trabalho aborda a pesquisa na forma quantitativa, a qual, de acordo com Miguel *et. al* (2012), mensura variáveis de pesquisa para, a partir delas, promover dados a fim de realizar testes das hipóteses. A pesquisa quantitativa difere-se da qualitativa, pois, nesta o pesquisador busca “aprofundar-se na compreensão dos fenômenos (...) interpretando-os segundo a perspectiva dos participantes da situação enfocada, sem se preocupar com representatividade numérica, generalizações estatísticas e relações lineares de causa e efeito.” (TERENCE; ESCRIVÃO FILHO, 2006, p. 2).

O trabalho tem como objetivo estruturar modelos matemáticos que representem o problema de transporte do FI sob diferentes pontos de vista. Para isto, baseou-se nos modelos dos diversos autores apresentados, bem como em outros presentes na literatura. A partir da formulação destes para o Problema de Roteamento de Veículos e para Problemas de Coleta e Entrega e suas variantes, e com a adição de variáveis desenvolvidas para a adequação ao problema em questão, elaboraram-se os modelos apresentados.

A pesquisadora que desenvolve este trabalho foi coordenadora das edições de 2011 e 2012 do transporte do FI. Dado a isso, ela tem acesso a todos os dados referentes ao transporte destas edições.

Jéssica 20/4/13 09:42

**Comment [1]:** Como André e Lásara discordam na localização da metodologia, tive que optar pela opinião de um dos dois

test 19/4/13 11:10

**Comment [2]:** Discordo. Não vejo necessidade de fazer revisão sobre metodologia. Explicar somente o método de pesquisa é suficiente.

Jessica há mais coisas a serem ditas quanto a metodologia. Veja nos livros de metodologia científica. VC DEVE OBRIGATORIAMENTE, COLOCAR QUAIS INSTRUMENTOS E MÉTODOS FORAM ADOTADOS.... LEIA O CAPITULO DE METODOLOGIA.

#### **1.4. Estrutura do Trabalho**

O Capítulo 1 apresenta brevemente o problema estudado, além dos objetivos, justificativa e metodologia da realização deste trabalho.

O segundo capítulo consiste de uma revisão teórica sobre o Problema de Roteamento de Veículos e sobre o Problema de Coleta e Entrega, bem como de suas variantes, formulações matemáticas e técnicas para a resolução.

O capítulo 3 apresenta o Estudo de Caso, no qual há um maior aprofundamento no problema em questão e sua classificação perante as variantes do PRV e do PCE. Neste capítulo também são apresentados três cenários de resolução do problema e dois modelos matemáticos para o transporte terrestre externo no FI.

No quarto capítulo estão as conclusões obtidas com o estudo e sugestões de continuidade para trabalhos futuros.

## 2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo serão apresentados os assuntos abordados no estudo do transporte do Festival de Inverno.

### 2.1.O Problema de Roteamento de Veículos (PRV)

O termo roteirização de veículos, embora não encontrado nos dicionários de língua portuguesa, é a forma que vem sendo utilizada como equivalente ao inglês “*routing*” (ou “*routeing*”) para designar o processo para a determinação de um ou mais roteiros ou sequências de paradas a serem cumpridos por veículos de uma frota, objetivando visitar um conjunto de pontos geograficamente dispersos, em locais pré-determinados, que necessitam de atendimento. (CUNHA, 2000, p. 52).

Vários autores apresentam definições para o PRV. Alvarenga (2005) o entende como uma ampla gama de problemas relacionados à escolha de rotas a serem percorridas por veículos, objetivando melhorar o custo relacionado a entregas ou coletas de mercadorias.

Para Laporte *et. al* (2000), o PRV consiste em projetar  $m$  rotas de veículos pelo custo total destas, cada uma com começo e fim no depósito, sendo que cada cliente deve ser visitado exatamente uma vez, a demanda total de uma rota não exceda a capacidade  $Q$  do veículo e o comprimento das rotas não ultrapasse o comprimento máximo  $L$ .

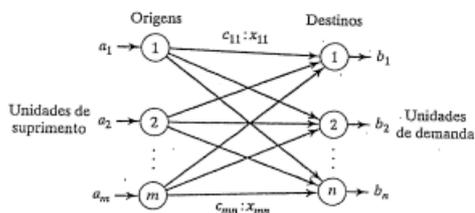
De acordo com Cunha (2000), o problema do caixeiro viajante (*Traveling Salesman Problem* - TSP) foi o primeiro problema de roteirização estudado. Ele consiste em encontrar a sequência de cidades a serem visitadas por um caixeiro viajante, de forma a minimizar a distância total percorrida e assegurar que cada cidade será visitada uma única vez.

Pode-se, de acordo com Taha (2007), representar o PRV como a rede apresentada na Figura 1. Nesta há  $m$  origens e  $n$  destinos, ambos representados por nós. Os arcos simbolizam as rotas que ligam as origens e destinos. O arco  $(i,j)$  liga a origem  $i$  ao destino  $j$  e fornece as seguintes informações:

- a) O custo de transporte,  $c_{ij}$ ;
- b) A quantidade enviada,  $x_{ij}$ .

Ainda na Figura 1, tem-se representado a quantidade de suprimento,  $a_i$  na origem  $i$ , e a quantidade de demanda,  $b_j$  no destino  $j$ . “O objetivo do problema é determinar as incógnitas  $x_{ij}$  que minimizarão o custo total de transporte e, ao mesmo tempo, satisfarão todas as restrições de suprimento e demanda.” (TAHA, 2007, p. 85).

Figura 1 – Representação do problema de transporte com arcos e nós



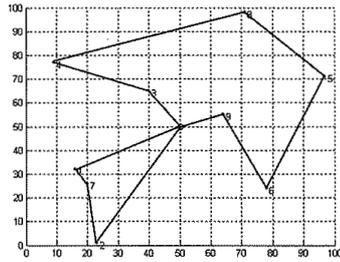
Fonte: Taha, 2007, p. 85.

Arenales *et. al* (2007) expõe que um PRV clássico é representado por um grafo orientado completo  $G = (N, E)$ , em que  $N = C \cup \{0, n+1\}$ ,  $C = \{1, \dots, n\}$  é o conjunto de nós que representam os clientes, 0,  $n+1$  são os nós que representam o depósito. O conjunto  $E = \{(i, j) : i, j \in N, i \neq j, i \neq n+1, j \neq 0\}$  corresponde aos arcos associados às conexões entre nós. Nenhum arco termina no nó 0 nem começa no nó  $n+1$ . Todas as rotas começam em 0 e terminam em  $n+1$ . Um custo  $c_{ij}$  e um tempo de viagem  $t_{ij}$ , o qual inclui o tempo de serviço do cliente  $i$ , estão associados a cada arco  $(i, j) \in E$ . Cada cliente  $i$  tem uma demanda  $d$ . Um conjunto  $K$  de veículos idênticos, cada veículo  $k \in K$  com capacidade  $Q$ , está situado no depósito. O objetivo é minimizar o custo total das viagens, sujeito às restrições:

- Cada rota inicia e termina no depósito;
- Cada cliente pertence somente a uma rota;
- A demanda total da rota não pode exceder a capacidade  $Q$  do veículo;
- O tempo de viagem de uma rota não pode exceder o limite  $D$ .

A Figura 2 apresenta uma representação gráfica da solução de um PRV. Nela, podem-se notar as rotas para a visita a nove clientes. É preciso salientar que esta não é a única solução para tal problema.

Figura 2 - Representação gráfica da solução do PRV



Fonte: Arenales *et. al*, 2007, p. 198.

Os problemas de roteirização são classificados como NP-difíceis (*NP-hard*), pois possuem alta complexidade, isto é, há crescimento exponencial, relacionado ao tamanho do problema, do esforço computacional para a sua resolução. Devido a esta complexidade torna-se difícil resolver, em um tempo computacional baixo, este tipo de problema de forma ótima quando há um grande número de variáveis. Os *softwares* e aplicativos comerciais utilizam técnicas heurísticas, sem obtenção de solução ótima do ponto de vista matemático, para a sua resolução. Recentemente, tem crescido a utilização de metaheurísticas para a solução deste tipo de problemas, principalmente Algoritmos Genéticos (MALAQUIAS, 2006), Busca Tabu (LAPORTE *et. al*, 2000), e *Simulated Annealing* (GOMES JR; SOUZA; MARTINS, 2005; MAURI, 2006).

### 2.1.1. Formulação matemática para o PRV

Na literatura há diversas formulações disponíveis para o PRV. Arenales *et. al* (2007) apresentam uma formulação para ele em seu livro. Nela,  $C$  representa o conjunto de todos os clientes,  $E$  os arcos associados às conexões entre os nós e  $K$  um conjunto de veículos idênticos. O custo e o tempo de viagem referentes ao arco  $(i,j)$  são representados por  $c_{ij}$  e  $t_{ij}$ , respectivamente. Cada cliente  $i$  terá uma demanda  $d_i$  e cada veículo  $k$  uma capacidade  $Q$ . Tem-se como objetivo minimizar o custo total das viagens. Segue abaixo a formulação:

Variáveis:

$$x_{ijk} = \begin{cases} 1, & \text{se o veículo } k \text{ percorre o arco } (i,j), \forall k \in K, \forall (i,j) \in E \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$s_{ik}$  = instante no qual o veículo  $k$  começa a servir o cliente  $i$ ,  $\forall k \in K, \forall i \in C$

Formulação:

$$\text{Min} \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in E} c_{ij} x_{ijk} \quad (1)$$

Sujeito a:

$$\sum_{k \in K} \sum_{j \in N} x_{ijk} = 1, \forall i \in C \quad (2)$$

$$\sum_{i \in C} d_i \sum_{j \in N} x_{ijk} \leq Q, \forall k \in K \quad (3)$$

$$\sum_{i \in N} \sum_{j \in N} t_{ij} x_{ijk} \leq D, \forall k \in K \quad (4)$$

$$\sum_{j \in N} x_{ojk} = 1, \forall k \in K \quad (5)$$

$$\sum_{i \in N} x_{ihk} - \sum_{j \in N} x_{hjk} = 0, \forall h \in C, \forall k \in K \quad (6)$$

$$\sum_{i \in N} x_{i,n+1,k} = 1, \forall k \in K \quad (7)$$

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in S} x_{ijk} \leq |S| - 1, S \subset C, 2 \leq |S| \leq \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor, \forall k \in K \quad (8)$$

$$x \in B^{k|E|} \quad (9)$$

Para Arenales *et. al* (2007), a função objetivo (1) demonstra a minimização do custo total das rotas. (2) assegura que cada cliente será visitado por um único veículo. A equação (3) impõe que a demanda de cada rota realizada pelo veículo  $k$  não exceda a capacidade  $Q$  do veículo. A restrição (4) garante que a duração de cada rota não ultrapasse o limite  $D$ . (5), (6) e (7) são restrições de fluxo de rede. (7) é redundante, mas é mantida no modelo para enfatizar a estrutura de rede. A equação (8) garante a não existência de sub-rotas e a restrição (9) indica o tipo de variável.

## 2.2.O PRV e suas variantes

A partir do problema do caixeiro viajante, primeiro problema de roteirização estudado, buscou-se acrescentar novas restrições para, assim, melhor representar os vários problemas de roteirização encontrados em sistemas reais. Para isso, surgiram restrições de capacidade e duração máxima dos roteiros de veículos, horário (janelas de tempo), precedência entre as tarefas, frotas homogêneas ou heterogêneas, entre outras.

Para Bodin, Golden e Ball (1983), os problemas de roteirização podem ser classificados como de roteirização pura ou combinados de roteirização e programação. No primeiro caso, os condicionantes temporais não são importantes para a definição dos roteiros e da ordem de atendimentos, e a solução é direcionada à localização dos pontos a serem atendidos. Já o segundo caso ocorre quando há restrições de janelas de tempo e de precedência entre tarefas. Esses autores também afirmam que seria possível considerar um terceiro tipo de problema, o problema de programação de veículos e tripulações. Neste os

aspectos espaciais são definidos, restando definir a alocação de veículos e tripulações ao conjunto de viagens programadas.

Arenales *et. al* (2007) apresentam como variantes do PRV o Roteamento de Veículos com Janela de Tempo, o Roteamento Periódico de Veículo e o Roteamento de Veículos com Múltiplos Depósitos.

De acordo com Daza, Montoya e Narducci (2009), tem-se como variantes do PRV:

- a. Problema de Roteamento de Veículos Capacitados (PRVC);
- b. Problema de Roteamento de Veículos com Múltiplos Depósitos (PRVMD);
- c. Problema de Roteamento Periódico de Veículos (PRPV);
- d. Problema de Roteamento de Veículos com Divisão de Entrega (PRVDE);
- e. Problema de Roteamento de Veículos Estocástico (PRVE);
- f. Problema de Roteamento de Veículos com *Backhauls* (PRVB);
- g. Problema de Roteamento de Veículos com Coleta e Entrega (PRVCE);
- h. Problema de Roteamento de Veículos com Instalações Satélite (PRVIS);
- i. Problema de Roteamento de Veículos com Janela de Tempo (PRVJT).

Para Mine (2009), o PRV possui variações de acordo com as seguintes características:

- a. Tipo de frota: pode ser homogênea ou heterogênea;
- b. Tamanho da frota: um ou múltiplos veículos;
- c. Tempo: tempo de serviço em cada cliente e janelas de tempo;
- d. Natureza da demanda: determinística ou estocástica;
- e. Periodicidade: determinado período de tempo no qual o planejamento pode ser realizado;
- f. Operação: pode ser de coleta, entrega ou ambas;
- g. Número de depósitos: um ou vários depósitos.

Pode-se perceber a grande variedade e heterogeneidade das variantes apresentadas para o PRV pelos diferentes autores. Verifica-se também, que os autores ao mencionarem as possíveis variantes apenas apresentam algumas delas sobre certos pontos de vista ou de acordo com os problemas práticos estudados. Nenhuma das classificações é completa por si só, elas são complementares, de acordo com as diferentes óticas abordadas.

A seguir serão explicitadas as variantes diretamente relacionadas ao problema estudado.

### 2.2.1. Problema de Roteamento de Veículos com Coleta e Entrega (PRVCE)

De acordo com Alvarenga (2005), pode-se definir o PRVCE como a escolha de rotas para veículos de uma frota, com o intuito de atender um conjunto de encomendas, sendo que cada uma destas deve ser coletada em uma localidade e entregue em outra. Os veículos não estarão necessariamente concentrados em um ponto, podem estar espalhados em qualquer localidade. Cada um deles terá um ponto de partida e um de destino, e atenderá um conjunto de coletas e entregas.

Subramanian (2008) descreve o PRVCE como um grafo completo  $G = (V, E)$  e direcionado com um conjunto de vértices  $V = \{0, \dots, n\}$  onde o vértice 0 representa o depósito ( $V_0 = \{0\}$ ) e os vértices restantes representam os clientes. Cada aresta  $(i, j) \in E$  possui um custo não-negativo  $c_{ij}$  que satisfaz a desigualdade triangular. Cada cliente  $i \in V - V_0$  possui demanda  $q_i \in D$  por entrega e  $p_i \in P$  por coleta, onde  $D$  e  $P$  são os conjuntos contendo as quantidades de um determinado bem (ou pessoas) a serem distribuídos e recolhidos respectivamente e  $C = \{1, \dots, m\}$  o conjunto de veículos disponíveis, cada qual com capacidade  $Q$ .

Para Ropke, Cordeau e Laporte (2007), no PRVCE veículos capacitados devem ser alocados para satisfazer um conjunto de pedidos de transporte entre origens e destinos escolhidos. As rotas deverão iniciar e terminar em um depósito comum e satisfazer o emparelhamento e restrições de precedência. Em cada um dos pedidos, a origem deve preceder o destino, e ambos devem ser visitados por um mesmo veículo.

Entre as variantes do PRVCE tem-se o *Dial-a-Ride Problem* (DARP), no qual, de acordo com Mauri (2006), ao invés de encomendas são transportadas pessoas e o Problema de Roteamento de Veículo com Coleta e Entrega Simultâneas (PRVCES) que para Mine (2009) consiste daquele em que os serviços de coleta e entrega devem ser realizados simultaneamente.

#### 2.2.1.1. *Dial-a-Ride Problem* – DARP

O *Dial-a-Ride Problem* – DARP consiste no desenvolvimento de rotas e escalas de veículos para transportar diversos usuários, os quais especificam requisições de embarque e desembarque (coleta e entrega) entre locais de origem e destino específicos. O objetivo desse processo é planejar um conjunto de rotas para alguns veículos, com “custo mínimo”, capaz de acomodar o maior número possível de usuários, e sempre obedecendo a um conjunto de restrições. (MAURI, 2006, p. 7)

De acordo com Mauri e Lorena (2009), o DARP compartilha várias características com os PRVCE, porém, por tratar do transporte de pessoas, o nível de critério do serviço (qualidade) se torna mais importante e complexo.

Rodrigues, Rosa e Resendo (2012) expõem que o DARP pode ser dividido em duas categorias:

- a) Problemas dinâmicos: nestes a demanda pelo serviço é conhecida ao longo dos dias, ajustando-se assim as rotas para atender as solicitações;

- b) Problemas estáticos: a demanda é conhecida previamente, antes do início do planejamento do serviço.

Grande parte dos estudos sobre o DARP assumem a disponibilidade de um conjunto de veículos homogêneos alojados em uma única garagem, porém, de acordo com Mauri (2006), deve-se perceber que na prática existem diversas situações, como: existência de várias garagens e conjunto heterogêneos de veículos, sendo que estes podem, ou não, ser projetados para transportar passageiros com necessidades especiais.

Há na literatura várias modelagens para o DARP. Kaiser (2009) salienta que como elas possuem alto grau de complexidade, encontrar um modelo que seja capaz de representá-lo, bem como ser aplicado na resolução de problemas reais, não é simples.

Mauri (2006) apresenta a seguinte modelagem para o DARP se tratando de problema estático:

$A_i$  = horário de chegada do veículo no local  $i$  ( $\forall i \in N$ ), sendo  $A_i = 0$  se  $i \in G^-$  e  $A_i = D_{i-1} + t_{i-1,i}$  se  $i \in \{P \cup U \cup G^+\}$ ;

$D_i$  = horário de partida do veículo do local  $i$  ( $\forall i \in N$ ), sendo  $D_i = 0$  se  $i \in G^+$  e  $D_i = B_i + s_i$  se  $i \in \{P \cup U\}$  e  $D_i = B_i$  se  $i \in \{G^-\}$ ;

$B_i$  = horário de início do serviço no local  $i$  ( $\forall i \in N$ ), sendo  $B_i = D_i$  se  $i \in G^-$  e  $B_i = \max\{e_i, A_i\}$  se  $i \in \{P \cup U \cup G^+\}$ ;

$W_i$  = tempo de espera antes do início do serviço no local  $i$  ( $\forall i \in N$ ), sendo  $W_i = 0$  se  $i \in G^-$  e  $W_i = B_i - A_i$  se  $i \in \{P \cup U \cup G^+\}$ ;

$Q_i$  = número de assentos ocupados do veículo que atende o local  $i$  ( $\forall i \in N$ ), após o término do serviço, sendo  $Q_i = 0$  se  $i \in \{G^- \cup G^+\}$  e  $Q_i = Q_{i-1} + q_i$  se  $i \in \{P \cup U\}$ ;

$R_i$  = tempo de viagem do cliente  $i$  ( $\forall i \in P$ ), sendo  $R_i = B_{n+i} - D_i$ ;

$x_{ij}^k = \begin{cases} 1, & \text{o veículo } k \text{ se desloque de } i \text{ para } j \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$

Minimizar:

$$\omega_0 \sum_{k \in K} \sum_{i \in N} \sum_{j \in N; j \neq i} (d_{ij} x_{ij}^k) + \omega_1 \sum_{k \in K} \sum_{j \in P} x_{B_k^-, j}^k + \omega_2 \sum_{k \in K} (B_{B_k^+} - D_{B_k^-}) + \omega_3 \sum_{i \in P} R_i + \omega_4 \sum_{i \in \{P \cup U\}} W_i \quad (1)$$

$$\beta_0 \sum_{k \in K} \max\{0, (B_{B_k^+} - D_{B_k^-}) - T_{B_k^+}^n\} + \beta_1 \sum_{i \in P} \max\{0, R_i - R_{B_k^+}^n\} + \beta_2 \sum_{i \in \{P \cup U\}} \max\{0, W_i - W_{B_k^+}^n\} + \quad (2)$$

$$\beta_3 \sum_{k \in K} \max\{0, (Q_i \sum_{i \in \{P \cup U\}} \sum_{j \in \{P \cup U\}; j \neq i; j \neq n-i} x_{ij}^k) - \tilde{Q}_k\} + \beta_4 \sum_{i \in N} (\max\{0, e_i - B_i\} + \max\{0, B_i - l_i\}) \quad (3)$$

Sujeito a:

$$\sum_{j \in \{P \cup \{g_i^+\}\}} x_{g^+k,j}^k = 1 \quad \forall k \in K \quad (4)$$

$$\sum_{i \in \{U \cup \{g_i^+\}\}} x_{i,g^+k}^k = 1 \quad \forall k \in K \quad (5)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{j \in \{P \cup U\}; j \neq i} x_{i,j}^k = 1 \quad \forall i \in P \quad (6)$$

$$\sum_{j \in \{P \cup U\}; j \neq i} x_{i,j}^k - \sum_{j \in \{P \cup U \cup \{g_i^+\}\}; j \neq i; j \neq n+i} x_{n+i,j}^k = 0 \quad \forall k \in K; i \in P \quad (7)$$

$$\sum_{j \in \{P \cup U \cup \{g_i^+\}\}; j \neq i; j \neq n+i} x_{j,i}^k - \sum_{j \in \{P \cup U\}; j \neq i} x_{i,j}^k = 0 \quad \forall k \in K; i \in P \quad (8)$$

$$\sum_{j \in \{P \cup U\}; j \neq i} x_{j,i}^k - \sum_{j \in \{P \cup U \cup \{g_i^+\}\}; j \neq i; j \neq n-i} x_{i,j}^k = 0 \quad \forall k \in K; i \in U \quad (9)$$

$$B_j = (B_i + s_i + t_{i,j} + W_j) \sum_{k \in K} x_{i,j}^k \quad \forall i, j \in N; i \neq j \quad (10)$$

$$Q_j = (Q_i + q_j) \sum_{k \in K} x_{i,j}^k \quad \forall i, j \in N; i \neq j \quad (11)$$

$$A_i = B_i - W_i \quad \forall i \in \{P \cup U \cup G^+\} \quad (12)$$

$$D_i = B_i + s_i \quad \forall i \in \{P \cup U \cup G^-\} \quad (13)$$

$$R_i = B_{n+i} - D_i \quad \forall i \in P \quad (14)$$

$$A_{g_i^+} = D_{g_i^+} = Q_{g_i^+} = Q_{g_i^+} = W_{g_i^+} = 0 \quad \forall k \in K \quad (15)$$

$$A_i, W_i, B_i, D_i, Q_i \text{ irrestritas} \quad \forall i \in N \quad (16)$$

$$R_i \text{ irrestrita} \quad \forall i \in P \quad (17)$$

$$x_{i,j}^k \in \{0,1\} \quad \forall k \in K; \forall i, j \in N; i \neq j \quad (18)$$

De acordo com Mauri (2006), a função objetivo visa minimizar os requisitos não-essenciais e as violações dos requisitos oficiais. Os requisitos não-essenciais também são “penalizados” através dos pesos  $w = [\omega_0, \omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4]$ , e os essenciais com um vetor semelhante  $\beta = [\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4]$ . As restrições (4) e (5) garantem que cada veículo partirá de sua garagem de origem e chegará a sua garagem de destino apenas uma única vez. (6) assegura que cada cliente será atendido uma única vez e por um único veículo. Em (7) há a restrição de que um local de embarque estará sempre na mesma rota de seu respectivo local de desembarque. A contenção de fluxo é garantida nas restrições (8) e (9). A restrição (10) determina o horário de início do serviço, o tempo de espera em cada local e o veículo que o atenderá. (11) determina a carga do veículo em cada local e (12), (13) e (14) garantem um cálculo correto dos horários de chegada e partida nos locais e dos tempos de viagem dos clientes. (15) inicializa algumas variáveis referentes às garagens. A restrição (18) garante que as variáveis de decisão  $x_{i,j}^k$  sejam binárias, enquanto (16) e (17) que as demais variáveis sejam irrestritas.

### 2.2.1.2. Problema de Roteamento de Veículos com Coleta e Entrega Simultâneas (PRVCES)

O PRVCES, no qual os serviços de coleta e entrega ocorrem simultaneamente, foi proposto por Min (1989). De acordo com Mine (2009), o PRVCES é uma variante do PRV na qual há um depósito com frota ilimitada de veículos com capacidade  $Q$  e  $N$  clientes espalhados geograficamente. Cada cliente  $i \in N$  está associado às quantidades de demanda,  $d_i$ , e coleta,  $p_i$ . Para ele, o problema tem como objetivo definir as rotas necessárias para atender todos os clientes de forma a minimizar os custos referentes ao deslocamento dos veículos e satisfazer as seguintes restrições:

1. Cada rota deve iniciar e finalizar no depósito;
2. Todos os clientes devem ser visitados uma única vez e por um único veículo;
3. As demandas por coleta e entrega de cada cliente devem ser completamente atendidas;
4. A carga do veículo, em qualquer momento, não pode superar a capacidade do mesmo.

De acordo com Assis (2007), o PRVCES consiste em definir rotas otimizadas em uma rede de transporte com  $n$  consumidores e um depósito, na qual cada consumidor possui uma demanda de coleta e/ou entrega, e há um conjunto de veículos de capacidade limitada, de modo que as rotas satisfaçam todas as demandas de clientes, respeitando a capacidade dos veículos.

Dell'Amico *et al.* (2006) propõe a seguinte formulação para o PRVCES:

$N$ : conjunto de clientes;

$N^+$ : conjunto de clientes incluindo o depósito;

$A$ : conjunto dos arcos  $(i, j)$  com  $i, j \in N^+$ ;

$c_{ij}$ : distância entre o cliente  $i$  e o  $j$ ;

$D_i$ : quantidade de produtos a ser entregue no cliente  $i$ ;

$P_i$ : quantidade de produtos a ser coletado no cliente  $i$ ;

$K$ : número de veículos disponíveis;

$Q$ : capacidade do veículo.

$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se o arco } (i, j) \text{ está presente na solução} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$

$d_{ij}$ : quantidade de produtos a serem entregues a clientes e escoados no arco  $(i, j)$

$p_{ij}$ : quantidade de produtos coletados de clientes e escoados no arco  $(i, j)$

O modelo é definido pelas seguintes equações:

$$\text{Minimizar } \sum_{(i,j) \in A} c_{ij} x_{ij} \quad (1)$$

Sujeito a:

$$\sum_{j \in N^+} x_{ij} = 1, \quad (i \in N) \quad (2)$$

$$\sum_{j \in N} x_{oj} \leq K \quad (3)$$

$$\sum_{j \in N^+} x_{ij} = \sum_{j \in N^+} x_{ji}, \quad (i \in N^+) \quad (4)$$

$$\sum_{j \in N^+} p_{ij} - \sum_{j \in N^+} p_{ij} = P_i, \quad (i \in N) \quad (5)$$

$$\sum_{j \in N^+} d_{ji} - \sum_{j \in N^+} d_{ij} = D_i, \quad (i \in N) \quad (6)$$

$$p_{ij} + d_{ij} \leq Qx_{ij}, \quad ((i,j) \in A) \quad (7)$$

$$p_{ij}, d_{ij} \geq 0, \quad ((i,j) \in A) \quad (8)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\}, \quad ((i,j) \in A) \quad (9)$$

Para Dell'Amico *et al.* (2006), a função objetivo (1) visa minimizar a distância total percorrida pelos veículos. As equações (2) e (3) asseguram que todo cliente será visitado uma única vez. A restrição (3) limita a quantidade de veículos a serem utilizados, enquanto as restrições (4), (5) e (6) conservam o fluxo do número de veículos e da coleta e entrega realizada. Em (7) tem-se que a capacidade do veículo não poderá ser excedida. A restrição (8) indica que  $p_{ij}$  e  $d_{ij}$  são contínuas e não negativas. Por fim, (9) define que  $x_{ij}$  são variáveis binárias.

### 2.2.2. Problema de Roteamento de Veículos com Janela de Tempo (PRVJT)

Problemas de Roteamento de Veículos vêm sendo cada vez mais estudados para obter maior economia nos gastos com o transporte de pessoas e mercadorias. Em específico, o Problema de Roteamento de Veículos com Janela de Tempo (PRVJT) tem a particularidade de considerar o tempo de disponibilidade dos consumidores em suas restrições, tratando assim uma característica bastante comum nos problemas de coleta ou entrega do mundo real. (OLIVEIRA; VASCONCELOS; ALVARENGA, 2005, p. 1827).

De acordo com Gomes Jr (2005), o PRVJT é o PRV com a adição de uma restrição na qual se impõe uma janela de tempo  $[a_i, b_i]$  à visita de cada cliente. Para ele, a resolução deste

problema define a melhor rota a ser seguida por cada veículo, bem como o número de veículos que devem ser utilizados de forma a atenderem aos pedidos dos clientes respeitando seus períodos de disponibilidade.

Arenales *et. al* (2007) salientam que o PRVJT pode ser visto como uma extensão do PRV, no qual cada cliente deve ter o início de serviço dentro da janela de tempo  $[a_i, b_i]$ ,  $i \in C$ . Os veículos devem sair do depósito no instante 0 e retornar no intervalo de tempo  $[a_{n+1}, b_{n+1}]$ .

Tan *et. al* (2001) propõem uma formulação para o PRVJT, no qual os veículos são idênticos (frota homogênea), há um depósito central em que se iniciam e terminam as rotas, existem  $N+1$  consumidores e  $K$  veículos. Pode-se representar o depósito central e os clientes por nós, os quais são ligados por uma rede. Segue abaixo tal formulação:

Principais variáveis de decisão:

$t_i$  = tempo de chegada no nó  $i$

$w_i$  = tempo de espera no nó  $i$

$x_{ijk} \in \{0,1\}$ , 0 caso não haja arco ligando o nó  $i$  ao  $j$  e 1 caso contrário.  $i \neq j, i, j \in \{0,1,2,\dots,N\}$ .

Parâmetros:

$K$  = número total de veículos

$N$  = número total de clientes

$d_{ij}$  = distância Euclidiana do nó  $i$  para o nó  $j$

$c_{ij}$  = custo incorrido do nó  $i$  ao  $j$

$t_{ij}$  = tempo de viagem do nó  $i$  para o  $j$

$m_i$  = demanda no nó  $i$

$q_k$  = capacidade do veículo  $k$

$e_i$  = início da janela de tempo no nó  $i$

$l_i$  = fim da janela de tempo no nó  $i$

$f_i$  = tempo de serviço em  $i$

$r_k$  = tempo máximo de rota permitido para o veículo  $k$

$$\text{Min} \quad \sum_{i=0}^N \sum_{j=0, j \neq i}^N \sum_{k=1}^K c_{ij} x_{ijk} \quad (1)$$

Sujeito a:

$$\sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^N x_{ijk} \leq K \quad \text{para } i = 0 \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^N x_{ijk} = \sum_{j=1}^N x_{jik} \leq 1 \quad \text{para } i = 0 \text{ e } k \in \{1, \dots, K\} \quad (3)$$

$$\sum_{k=1}^K \sum_{j=0, j \neq i}^N x_{ijk} = 1 \quad \text{para } i \in \{1, \dots, N\} \quad (4)$$

$$\sum_{k=1}^K \sum_{i=0, i \neq j}^N x_{ijk} = 1 \quad \text{para } j \in \{1, \dots, N\} \quad (5)$$

$$\sum_{i=0}^N m_i \sum_{j=0, j \neq i}^N x_{ijk} \leq q_k \quad \text{para } k \in \{1, \dots, K\} \quad (6)$$

$$\sum_{i=0}^N \sum_{j=0, j \neq i}^N x_{ijk}(t_{ij} + f_i + w_i) \leq r_k \quad \text{para } k \in \{1, \dots, K\} \quad (7)$$

$$t_0 = w_0 = f_0 = 0 \quad (8)$$

$$\sum_{k=1}^K \sum_{i=0, i \neq j}^N x_{ijk}(t_i + t_{ij} + f_i + w_i) \leq t_j \quad \text{para } j \in \{1, \dots, N\} \quad (9)$$

$$e_i \leq (t_i + w_i) \leq l_i \quad (10)$$

De acordo com Tan *et. al* (2001) a equação (1) apresenta a função objetivo do problema. (2) demonstra que sairão apenas  $K$  rotas do depósito. A equação (3) certifica que toda rota terá início e fim no depósito central. As restrições (4) e (5) definem que todo consumidor pode ser visitado apenas uma vez e por um veículo. Em (6) há a restrição de capacidade. A equação (7) limita o tempo máximo de viagem. As restrições de (8) a (10) definem a janela de tempo.

Para Ropke, Cordeau e Laporte (2007), o PRVCE geralmente vem associado ao PRVJT. Aquele está presente em vários contextos, como serviços de correio e sistemas urbanos de transporte para idosos e deficientes. Na maioria das aplicações, janelas de tempo restringem o tempo em que cada coletor e local de entrega pode ser visitado por um veículo, surgindo assim o PRVCEJT. Este é uma derivação do PRV na qual são adicionadas restrições de coleta e entrega e janela de tempo. No caso do transporte de passageiros, as restrições adicionais podem também estar presentes para reduzir a insatisfação do cliente e limitar o tempo total de viagem.

### 2.2.3. Problema de Roteamento de Veículos com Coleta e Entrega e Janela de Tempo (PRVCEJT)

De acordo com Carabetti (2010), o PRVCEJT objetiva encontrar um conjunto de rotas, para uma frota de veículos, com o intuito de atender as solicitações de transporte e minimizar a distância total percorrida pelos veículos. Cada um destes possui uma capacidade e locais de início e fim da operação que devem ser respeitados. Nas solicitações de transporte são especificadas a carga a ser transportada e o local de origem e destino da mesma.

Ropke, Cordeal e Laporte (2007) afirmam que no PRVCEJT os clientes são divididos em pares de coleta e entrega. Dado um par  $(p,d)$  deve-se atender os clientes  $p$  e  $d$  com o mesmo veículo e agendar a coleta de  $p$  antes da entrega de  $d$ . Neste problema, o objetivo é minimizar o número de veículos utilizados e o custo total da viagem.

O PRVCEJT, para Lau e Liang (2002), modela uma situação na qual uma frota de veículos deve atender a um conjunto de solicitações de transporte, as quais especificam os locais de coleta e entrega. De acordo com os autores, os veículos devem ser encaminhados para atender a todas as solicitações, satisfazendo as janelas de tempo e as restrições de capacidade, além de otimizar a função objetivo com a distância total percorrida. Eles ainda afirmam que o PRVCEJT pode ser usado para resolver muitos problemas fundamentais decorrentes da logística e do transporte público. Encontrar boas soluções para estes problemas é importante, pois permite otimizar a utilização da frota para o atendimento dos clientes.

Cordeau (2006) apresenta a formulação a seguir para o PRVCEJT.

$$\text{Min} \sum_{k \in K} \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} c_{ij}^k x_{ij}^k \quad (1)$$

Sujeito a

$$\sum_{k \in K} \sum_{j \in N} x_{ij}^k = 1, \quad i \in P \quad (2)$$

$$\sum_{j \in N} x_{ij}^k - \sum_{j \in N} x_{(i+1)j}^k = 0, \quad i \in P, k \in K \quad (3)$$

$$\sum_{j \in N} x_{0j}^k = 1, k \in K \quad (4)$$

$$\sum_{j \in N} x_{ji}^k - \sum_{j \in N} x_{ij}^k = 0, i \in P \cup D, k \in K \quad (5)$$

$$\sum_{i \in N} x_{i,2n+1}^k = 1, k \in K \quad (6)$$

$$B_j^k \geq (B_i^k + d_i + t_{ij})x_{ij}^k, i \in N, j \in N, k \in K \quad (7)$$

$$Q_j^k \geq (Q_i^k + q_j)x_{ij}^k, i \in N, j \in N, k \in K \quad (8)$$

$$B_i^k + d_i + t_{i,n+1} \leq B_{n+1}^k, i \in P, k \in K \quad (9)$$

$$B_{2n+1}^k - B_0^k \leq T_k, k \in K \quad (10)$$

$$e_i \leq B_i^k \leq l_i, i \in N, k \in K \quad (11)$$

$$\max\{0, q_i\} \leq Q_i^k \leq \min\{Q_k, Q_k + q_i\}, i \in N, k \in K \quad (12)$$

$$x_{ij}^k \in \{0, 1\}, i \in N, j \in N, k \in K \quad (13)$$

De acordo com Cordeau (2006), a função objetivo (1) minimiza o custo total da rota. As restrições (2) e (3) garantem que a solicitação será atendida uma única vez e que os nós de coleta e entrega associados serão visitados pelo mesmo veículo. Em (4) e (5) é assegurado que a rota de cada veículo terá início no depósito de origem e fim no de destino. As restrições (6) e (7) garantem a consistência das variáveis de tempo e carga enquanto a restrição (8) assegura que a carga após o veículo  $k$  deixar o nó  $j$  deve ser maior que a carga com a qual ele deixou o nó  $i$ , acrescida da carga do nó  $j$ . Em (9) é garantido que os veículos visitem o nó de coleta antes do de entrega. Já a equação (10) é responsável pela limitação da duração das rotas de cada veículo. Por fim, (11) e (12) impõem restrições de janela de tempo e capacidade, enquanto (13) explicita a variável  $x_{ij}^k$  como binária.

### 2.3. Problema de Coleta e Entrega (PCE)

De acordo com Sousa Júnior (2007), o PCE é uma variante do Problema Geral de Coleta e Entrega na qual cada encomenda é coletada em uma única origem e possui um único destino. Neste, cada veículo deve retornar ao seu ponto de partida ao final da rota.

Ropke, Cordeau e Laporte (2007), ressaltam que no PCE cada rota deve começar e terminar em um depósito comum e satisfazer restrições de emparelhamento e precedência. Para os autores, em cada requisição a origem deve preceder o destino, e ambos devem ser visitados pelo mesmo veículo.

Pureza e Laporte (2008) apresentam que no PCE um conjunto de rotas é construído com o intuito de atender solicitações de transporte de bens ou pessoas. De acordo com eles, cada pedido é caracterizado por uma única coleta (origem) e uma única entrega (destino) e há uma frota de veículos disponível para atendê-los. Como o problema é responsivo à demanda de clientes específicos, eles afirmam que janelas de tempo especificando o período em que cada serviço deve começar em uma ou nas duas localidades geralmente estão presentes.

Alguns autores, como Pereira (2010), tratam o PCE como uma variante do PRV, na qual bens devem ser coletados e distribuídos. Este autor também afirma que a rápida expansão

da pesquisa nessa área levou a uma terminologia confusa para a descrição dos vários tipos de problemas que surgem no contexto do PCE, sendo que em alguns casos problemas iguais são denotados por nomes diferentes e problemas diferentes por nomes iguais.

### 2.3.1. Problema de Coleta e Entrega com Janela de Tempo (PCEJT)

Para Ropke, Cordeau e Laporte (2007), no PCEJT, veículos capacitados satisfazem um conjunto de solicitações de transporte com origem e destinos dadas. De acordo com os autores, neste tipo de problema, além das restrições de capacidade e janela de tempo, os veículos também devem atender restrições de emparelhamento e precedência entre coletas e entregas.

Pureza e Laporte (2008) apresentam o Problema de Coleta e Entrega Dinâmico com Janela de Tempo (PDCEJT), no qual dados relativos a pelo menos alguns pedidos não são conhecidos antes do início do planejamento. Para os autores, com o intuito de acomodar essas novas solicitações, os pedidos planejados que ainda não foram atendidos devem ser replanejados nas atuais rotas, ou ainda realocados a outros veículos.

A formulação abaixo foi apresentada por Ropke, Cordeau e Laporte (2007). Nesta, para cada arco  $(i, j) \in A$ ,  $x_{ij}$  será igual a 1 caso o veículo viaje do nó  $i$  para o nó  $j$ . Em cada nó  $i \in P \cup D$ ,  $B_i$  será o momento de início de cada serviço e  $Q_i$  a carga do veículo no momento da partida.

$$\text{Minimizar } \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} c_{ij} x_{ij} \quad (1)$$

Sujeito a

$$\sum_{i \in N} x_{ij} = 1, \forall j \in P \cup D \quad (2)$$

$$\sum_{j \in N} x_{ij} = 1, \forall i \in P \cup D \quad (3)$$

$$\sum_{i, j \in S} x_{ij} \leq |S| - 2, \forall S \in \mathcal{S} \quad (4)$$

$$B_j \geq (B_i + d_i + t_{ij})x_{ij}, \forall i \in N, j \in N \quad (5)$$

$$Q_j \geq (Q_i + q_j)x_{ij}, \forall i \in N, j \in N \quad (6)$$

$$e_i \leq B_i \leq l_i, \forall i \in N \quad (7)$$

$$\max\{0, q_i\} \leq Q_i \leq \min\{Q, Q + q_i\}, \forall i \in N \quad (8)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \tag{9}$$

De acordo com Ropke, Cordeau e Laporte (2007), a função objetivo (1) minimiza o custo total da rota. As restrições (2) e (3) garantem que cada nó será visitado exatamente uma única vez. (4) é a restrição de precedência. As equações (5) e (6) asseguram a consistência das variáveis de tempo e capacidade. As restrições (7) e (8) garantem que sejam atendidas as janelas de tempo e a capacidade dos veículos. Por fim, a restrição (9) evidencia a variável  $x_{ij}$  como binária.

## 2.4. Método de Resolução

De acordo com Cunha (2000), os PRVs pertencem à classe NP-difícil (*NP-hard*), ou seja, o esforço computacional para a sua resolução cresce exponencialmente com o tamanho do problema. O mesmo também ocorrer com o PCE. Sendo assim, somente problemas “pequenos” conseguiriam ser resolvidos por métodos exatos.

Sobre a classe NP-difícil, Pétrowski e Taillard (2006) afirmam que estes são problemas de otimização discreta, cujo tempo computacional é proporcional a  $N^n$ , no qual  $N$  é o número desconhecido de parâmetros do problema e  $n$  uma constante inteira, e que não há uma constante  $n$  para a qual o tempo de solução é limitado por um polinômio de grau  $n$ . Ou seja, este tipo de problema não consegue ser resolvido de maneira exata em tempo polinomial.

A seguir serão apresentados os métodos comumente usados na resolução de problemas caracterizados como PRV e PCE.

### 2.4.1. Métodos de Resolução Exata

A resolução de maneira é feita através da Programação Linear (PL), a qual utiliza um modelo matemático para descrever determinado problema. “O adjetivo linear significa que todas as funções matemáticas nesse modelo são necessariamente funções lineares. A palavra programação, nesse caso, não se refere à programação de computador; ela é, essencialmente, um sinônimo para planejamento.” (HILLIER; LIEBERMAN, 2010). Assim sendo, a programação linear abrange o planejamento das atividades de forma a obter um resultado ótimo.

Na prática, nem todas as funções são lineares. Por exemplo, os custos associados ao transporte nem sempre estão relacionados diretamente com a distância percorrida ou número de viagens realizadas. Quando isto ocorre, é preciso aplicar métodos matemáticos na tentativa de linearizá-las.

De acordo com Arenales *et. al* (2007), muitas situações práticas podem ser representadas por modelos de otimização linear e, também é comum, encontrá-los representando subproblemas de casos mais complexos.

Hillier e Liberman (2010) garantem que o desenvolvimento da PL está entre os mais importantes avanços científicos do século XX. Para eles, hoje ela é uma ferramenta padrão que poupou milhões de dólares para muitas empresas e seu emprego em outros setores da sociedade se espalhou rapidamente.

Até a década de 1940, apenas problemas militares eram resolvidos com o uso da PL, mas felizmente, desde a década de 1950 até hoje, todas as indústrias já se beneficiaram com a técnica. Uma pesquisa contemplando as empresas da *Fortune 500* indicou que 85% delas usavam ou haviam usado a Programação Linear. No Brasil, empresas como a Copersucar, Correios, Eletrobrás, Petrobras e Sadia estão entre aquelas que já aplicaram a técnica. (COLIN, 2007, p. 1).

Sartori Junior e Cechin (2006) afirmam que as abordagens exatas devem ser utilizadas para pequenas instâncias do problema, pois em problemas maiores o tempo gasto para o processamento seria muito grande. Os autores citam como abordagens utilizadas para a resolução exata a programação dinâmica, geração de colunas e abordagens baseadas na teoria dos grafos e a relaxação Lagrangeana.

Rodrigues, Rosa e Resendo (2012) utilizam em seu trabalho o *software* CPLEX 12.2 para resolver um problema dial-a-ride aplicado ao transporte público de cadeirantes. Este avalia 26 cenários divididos em dois grupos com diferentes veículos.

Ropke, Cordeau e Laporte (2007) utilizam o algoritmo Branch-and-Cut para a resolução de um Problema de Coleta e Entrega com Janela de Tempo.

O trabalho de Simonetto e Borenstein (2006) apresenta a concepção, modelagem e desenvolvimento de um sistema de apoio à decisão aplicado ao planejamento operacional da coleta seletiva de resíduos sólidos. Os autores utilizam a ferramenta como uma alternativa viável para o tratamento da complexidade inerente ao processo de coleta seletiva de resíduos sólidos, pois, através desta conseguem representar uma situação real, estudar seu comportamento e tomar decisões.

Além do CPLEX, existem outros softwares que podem ser utilizados para resolução de PRVs e PCEs com o Lingo, o Lindo, o AIMMS, entre outros.

#### **2.4.2. Métodos de Resolução Aproximada**

Quando o número de variáveis presentes no problema é muito grande, fica inviável computacionalmente a resolução por métodos exatos. Deve-se utilizar então heurísticas ou metaheurísticas.

De acordo com Mine (2009), heurísticas são técnicas que têm como objetivo a obtenção de soluções de boa qualidade em um tempo computacional aceitável. Porém, essas técnicas não garantem a obtenção da solução ótima para o problema nem são capazes de afirmar o quão próximo do ótimo estará a solução obtida.

“Várias famílias de heurísticas têm sido propostas para o PRV. Estas podem ser amplamente classificadas em duas classes principais: heurísticas clássicas, desenvolvidas principalmente entre 1960 e 1990, metaheurísticas, cujo crescimento tem ocorrido na

última década.” (LAPORTE *et. al*, 2000, p. 286, tradução nossa). A primeira classe, largamente utilizada em ferramentas comerciais, geralmente realiza uma exploração limitada do espaço de busca e produz soluções de boa qualidade em tempos computacionais modestos. Já nas metaheurísticas há uma profunda exploração das regiões promissoras do espaço solução. Elas aceitam movimentos de “piora” para permitir uma maior exploração deste. Assim a qualidade das soluções é mais elevada do que a das obtidas pela utilização de heurísticas clássicas, porém, necessitam de um maior tempo para obter essas soluções.

De acordo com Toth e Vigo (2002), as heurísticas utilizadas na solução de PRVs podem ser divididas em três categorias: métodos construtivos, de duas fases e de melhoria. Nos métodos construtivos há o algoritmo das economias de Clarke e Wright, o qual, Bittencourt (2010) afirma ter sido proposto em 1964 para resolver o PRVCs com número livre de veículos. O autor apresenta no método de duas fases a heurística Beasley, como exemplo de *route-first, cluster second*. Ainda de acordo com o autor, os métodos de melhoria se subdividem em melhoria intra-rotas e inter-rotas, e entre eles destacam-se os movimentos de realocação, intercâmbio e cruzamento.

Tem-se como exemplos da utilização de heurísticas na solução de PRVs Laporte (1992), Ai e Kachitvichyanukul (2009) e Venkatesan, Logendran e Chandramohan (2011).

Apesar das heurísticas serem utilizadas na resolução de PRVs, segundo Cordeau *et. al* (2002), na última década as pesquisas tem sido concentradas no desenvolvimento de algoritmos metaheurísticos, utilizando-se principalmente dois princípios: a busca local e a busca populacional. Gomes Júnior (2005) afirma que nos métodos de busca local é feita uma exploração intensiva do espaço soluções através do movimento, em cada passo, da solução corrente para outra solução promissora em sua vizinhança. O autor apresenta o *Simulated Annealing* e a Busca Tabu como os principais exemplos deste princípio. Já a busca populacional, para o autor, consiste da sustentação de boas soluções pais, recombina-as para produzirem descendentes. Neste tem-se como exemplo clássico o Algoritmo Genético, o qual é fundamentado na analogia com processos naturais de evolução.

Malaquias (2006) emprega o Algoritmo Genético na otimização do processo logístico de uma distribuidora de medicamentos. Tortelly Júnior e Ochi (2003) utilizam uma metaheurística híbrida (GRASP + Busca Tabu) para a solução de um Problema Periódico de Veículos. Gomes Júnior, Souza e Martins (2005) empregam o *Simulated Annealing* na resolução de um PRVJT. Carabetti (2010) utiliza a metaheurística Colônia de Formigas para a resolução de um PRVCEJT. Pureza e Laporte (2008) utilizam uma heurística construtiva-desconstrutiva para o Problema de Coleta e Entrega Dinâmico com Janelas de Tempo e tempos de viagem aleatórios.

### **3. Estudo de Caso**

O Festival de Inverno surgiu com o “intuito de levar a arte à coletividade.” (FESTIVAL DE INVERNO, 2008). Desde sua criação ele trouxe música, artes e cultura, além de muitos turistas, para a cidade de Ouro Preto.

Em 2004, a Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP) assumiu a sua organização. “O Festival se consolidou com uma proposta diferenciada de refletir sobre arte e cultura, articulando preservação e invenção.” (FESTIVAL DE INVERNO, 2008).

A organização do Festival é feita por professores, empresas juniores e alunos da UFOP, além de profissionais das áreas de eventos e comunicação. Estes são divididos em Curadorias e Organização Executiva/Produção. As Curadorias são responsáveis pela parte teórica, decidem quais serão os eventos, shows e oficinas do Festival. Já a Organização Executiva / Produção é responsável pela organização e logística de todas as atividades do Festival, além de busca e fechamento de parcerias e patrocínios.

Todos os anos, desde que a UFOP assumiu a frente do FI, alunos do curso de Engenharia de Produção da UFOP são responsáveis pela Coordenação Logística (Transporte) do Festival. Estes ficam encarregados de organizar o transporte aéreo e terrestre de todas as atividades.

No ano de 2012, o Festival de Inverno promoveu aproximadamente 243 eventos e 48 oficinas. Para que todos estes pudessem atingir o sucesso esperado, a equipe de logística precisou conseguir alocar eficientemente os recursos disponíveis.

Como já foi dito anteriormente, o transporte do FI pode ser dividido em aéreo e terrestre. A parte aérea do transporte se resume na compra de passagens, a qual é feita em conjunto com uma agência de viagens licitada pela Fundação Educativa de Ouro Preto (FEOP), parceira da UFOP na organização do Festival. O transporte terrestre pode ser subdividido em interno, aquele que contempla apenas os municípios de Ouro Preto e Mariana, bem como seus distritos, e externo, quando envolve outros municípios.

Para o transporte interno são feitas requisições, as quais são repassadas diretamente aos motoristas para que possam executá-las. Este tipo de transporte geralmente aborda locais e horários variados.

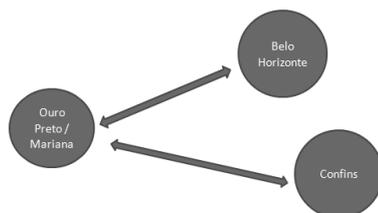
O transporte externo engloba, principalmente, o trânsito de pessoas dos municípios de Ouro Preto e Mariana para Belo Horizonte e Confins. Por terem, em sua maioria, destinos similares, a equipe tentava otimizá-lo para poupar recursos. Essa “otimização” era feita em reuniões. Nessas, observava-se quais requisições tinham como destino Belo Horizonte ou Confins, seus horários e número de passageiros que seriam transportados. Após, juntava-se em um mesmo veículo aquelas com destino equivalente e horário próximo. A escolha das demandas que seriam atendidas conjuntamente era feita sem critérios definidos.

Após aprofundar em estudos sobre roteamento de veículos, percebeu-se que é possível obter melhores resultados no gerenciamento dos transportes externos com a utilização de técnicas e métodos matemáticos de otimização em comparação com decisões tomadas de maneira empírica.

### 3.1. O Transporte terrestre externo no FI

Para este estudo, tomar-se-á como base apenas os transportes terrestres externos entre os municípios de Ouro Preto/Mariana, Confins e Belo Horizonte. A Figura 7 exemplifica este roteiro de transporte. Considerou-se Ouro Preto e Mariana como um único local devido à proximidade dos municípios e à possibilidade de utilizar um mesmo veículo para transportar passageiros com origem/destino nessas cidades. Deve-se ressaltar que a distância entre Ouro Preto e Mariana é de 14,2 km.

Figura 7- Representação do transporte terrestre externo



Fonte: autoria própria.

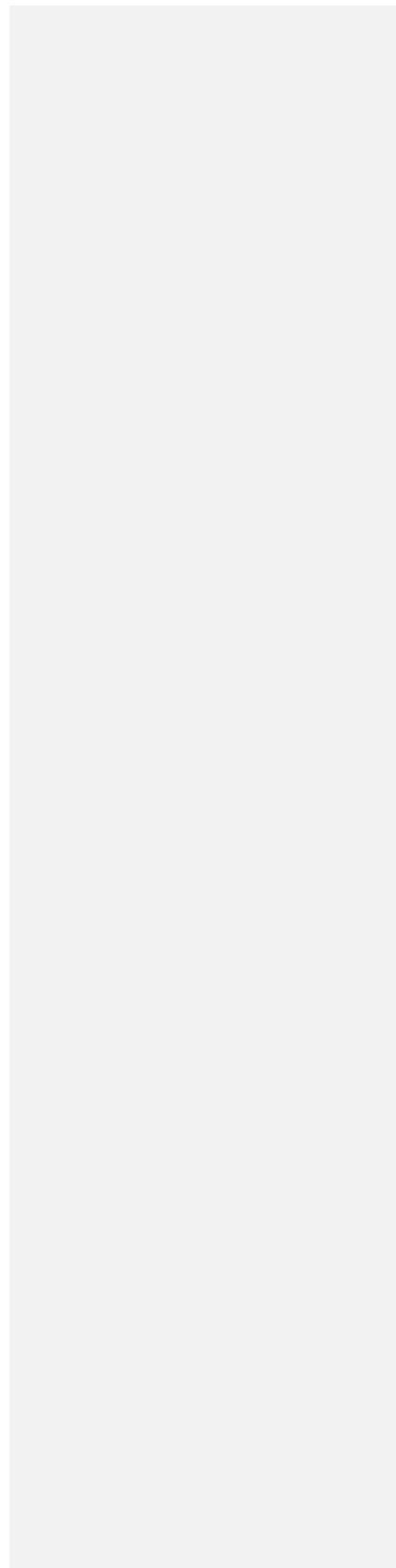
A equipe responsável pelo gerenciamento dos transportes recebia as solicitações separadamente de cada Curadoria. Essas eram feitas através do formulário presente na Figura 8 **COLOCAR O FORMULÁRIO EM APÊNDICES**. O fato das requisições serem feitas separadamente muitas vezes gerava o pedido de vários veículos para o mesmo destino em horários próximos. Para melhor visualização das solicitações recebidas, a equipe as organizava em uma planilha, ordenando-as por data e em ordem crescente de horários. A Figura 9 apresenta um exemplo dessa planilha para o dia 15 de julho de 2012. Sempre eram feitas planilhas como essa para visualizar as requisições a serem executadas em cada dia. As solicitações de cada curadoria são feitas em diferentes cores, de forma a facilitar o entendimento. Na Figura 9, pode-se notar que no dia 15 de julho foram requeridos 22 transportes com origem ou destino externos aos municípios de Ouro Preto e Mariana. Já para o dia 10 de julho, por exemplo, foram solicitados 16 transportes externos. Percebe-se que há uma variação na demanda por transportes durante o FI. No início e fim deste a demanda é menor. Isto ocorre, pois, no período intermediário existe demanda para transportar as pessoas que participaram nos primeiros dias, de forma que elas retornem às suas origens, e para buscar aquelas que ainda participarão do FI.

Tentava-se agrupar, de maneira empírica, transportes para Confins ou regiões próximas dentro de Belo Horizonte em um mesmo veículo, quando estas fossem ocorrer em horários próximos. Porém, esta tarefa era bastante complicada e levava horas para ser concluída.

Ao alocar as requisições com destino semelhante em um mesmo veículo, precisava-se observar se havia a existência de necessidades especiais de transporte, como carga extra (instrumentos musicais, cenários), passageiros com deficiência, etc. Essa observação era

crucial para a escolha do veículo que atenderia a requisição. Também considerava-se a importância dos passageiros que seriam transportados, pois artistas ou palestrantes de relevância eram transportados separadamente (sem partilhar transporte com outros grupos) e muitas vezes em veículos de luxo.

Figura 8 – Formulário de requisição de transporte do Festival de Inverno 2012





TRANSPORTE FESTIVAL DE INVERNO OURO PRETO E MARIANA - FÓRUM DAS ARTES 2012

Data	Horário	Tipo de Transporte	Veículo	Evento	Ingressos	Origem	Destino	Contato	Curadores	Observações
15/7	0:00	externo	carro simples	Encontro Teatro e Dança	Alcunha	Hotel Solar da Laje	OP	Mariela Vieira (85)8935357; marielavieira@gmail.com	Forum Multicultural	
15/7	5:09	externo	carro simples	Educação Patrimonial	Alcunha	Hotel Solar da Laje	OP	Rafael Boing (48) 3127-0581	Artes Visuais	
15/7	06:50	externo	micro-ônibus	Volcônter	13 pessoas	Hotel Solar da Laje	OP	Rocell Piva (31)91317-7481	Artes Cênicas	
15/7	07:30	externo	van	Cordão do Bolaá	10 pessoas + instrumentos	OP	OP		Música	
15/7	7:31	externo	carro simples	Banda Nuvoa	Pedro Fagundes-Javier Nasze	OP	OP	Bianca Ferreira Rodrigues (21) 3625-2232.b	Artes Cênicas	
15/7	7:32	externo	van	Cordão do Bolaá	Rodriguez Gomez Scofield Souza	OP	OP	Rodrigue Souza (21) 3647-5013	Música	
15/7	7:39	externo	carro simples	Alcunha do Bolaá	Jogelina Elzabeth Gomes Ch	Hotel Solar da Laje	OP	Rafael Marin Boz de Luna (48) 3127-0581	Artes Cênicas	
15/7	8:10	externo	van	Orquestra Barroca van 2	Caça Instrumentos	OP	OP	Paulo Hennes (11) 72787653	Música	
15/7	8:10	externo	van	Orquestra Barroca van 1	Paulo Roberto Hennes; Renan L	OP	OP	Paulo Hennes (11) 72787653	Música	
15/7	09:00	externo	carro simples	Instalação Sonora	Rogério Vasconcelos Barbosa	OP	OP	Livia Marques Luciana Ismaques@gmail.com (8566 7778)	Música	
15/7	09:00	externo	carro simples	Forum Latino-Americano	Lúcia Helena Matos	OP	OP	Rocell Piva (31)91317-7481	Artes Cênicas	
15/7	9:00	externo	carro simples	Capitães: Prosa Música Poesia	Marcelo Tápia e esposa	OP	OP	Janylle (31)8445-12611; janylleml@gmail.com	Literatura	
15/7	9:25	externo	carro simples	Forum Latino-Americano 2	Gina Maria Morge Aguiar; Am	OP	OP	Bianca Fico (21)3625-2232 - bafico@gmail.com	Artes Cênicas	
15/7	10:40	externo	carro simples	Depois do Filme	Sergio Martins; Aderbal Fre	OP	OP	Sergio Martins; marino@com.ar.br	Artes Cênicas	
15/7	11:00	externo	carro simples	A palavra literária, proximidade, imediação e vizinhança	Marcelo Tápia e esposa Percy V. Jirszajn; Tápia	OP	OP	Janylle (31)8445-12611 janylleml@gmail.com	Literatura	
15/7	11:10	externo	carro simples	Volcônter	Diego Lloyd Richards; Thomas ALG	OP	OP	Rocell Piva (31)91317-7481	Artes Cênicas	
15/7	11:40	externo	carro simples	Encontro Teatro e Dança	João Luis Ligeiro Coelho	Hotel Solar da Laje	OP	Mariela Vieira (85)8935357; marielavieira@gmail.com	Forum Multicultural	
15/7	14:00	externo	carro simples	A palavra literária, proximidade, imediação e vizinhança	Carlos de Brito e Filipe e Flávia	OP	OP	Janylle (31)8445-12611; janylleml@gmail.com	Literatura	
15/7	14:20	externo	carro simples	Volcônter	3 passageiros	OP	OP	Rafael Boing (48) 3127-0581	Música	
15/7	15:00	externo	carro simples	lançaste e esposa	Cláudio Daniel	OP	OP	Livia Marques Luciana (8566 7778)	Música	
15/7	15:00	externo	carro simples	Burros, Neobarroco, Transbarroco	3 pessoas + materiais	OP	OP	Janylle (31)8445-12611; janylleml@gmail.com	Literatura	
15/7	15:00	externo	van	Cachopa com arte	3 pessoas + materiais	OP	OP	GLUCONI MARTINS - 8739 8059 + 8666 2875	Música	
15/7	20:30	externo	carro simples	Forum Latino-Americano	Vivian Tabarez	OP	OP		Artes Cênicas	
15/7	20:36	externo	carro simples	Rádio Patrimônio	Francisco Afonso Gonçalves Diniz; Francisco de Assis dos Santos Filho	OP	OP	Adão Dier (88) 9725595; (88) 92773233; (88) 35461333	Patrimônio	

Fonte: autoria própria

Até o ano de 2011, os veículos da UFOP eram utilizados para realizar os transportes, porém, devido à greve de servidores federais que ocorreu em 2012, estes não puderam ser usados. Isto ocorreu pois apenas motoristas desta universidade podem dirigir tais veículos e então, como estes estavam em greve, não se pôde utilizar esses automóveis.

Assim, foi preciso no ano de 2012 contratar empresas para fornecer carros e motoristas. Nesta edição do FI foram utilizadas três empresas de transportes, sendo que destas uma era situada em BH e as outras duas em Ouro Preto. Tratar-se-á essas empresas por X, Y e Z. As tabelas abaixo apresentam os respectivos custos de transporte para cada uma delas. Na Tabela 1 há uma comparação entre os valores para percorrer o trecho Ouro Preto – Belo Horizonte para os diferentes tipos de veículos. A Tabela 2 apresenta os valores para o trecho Ouro Preto – Confins.

Tabela 1 – Valores para o trecho Ouro Preto – Belo Horizonte

Empresa	Carro passeio	Van	Micro-ônibus
X	R\$ 240,00	R\$ 400,00	-
Y	R\$ 300,00	R\$ 550,00	R\$ 600,00
Z	R\$ 450,00	R\$ 500,00	R\$ 700,00

Fonte: autoria própria

Tabela 2 – Valores para o trecho Ouro Preto – Confins

Empresa	Carro passeio	Van	Micro-ônibus
X	R\$ 300,00	R\$ 400,00	-
Y	R\$ 320,00	R\$ 590,00	R\$ 750,00
Z	R\$ 550,00	R\$ 600,00	R\$ 1.100,00

Fonte: autoria própria

Com o estudo e debates oriundos da área de Pesquisa Operacional, percebeu-se que através das ferramentas presentes nesta, era possível otimizar o gerenciamento do transporte, o que acabaria com o empirismo nas decisões e poderia gerar melhores resultados.

Jéssica 21/4/13 14:32

**Comment [3]:** Achei melhor não falar da licitação pois poderia gerar problema para a UFOP

### 3.2. Caracterização do Problema

O transporte terrestre externo do FI consiste em um Problema de Roteirização e Programação de Veículos. Dentro dessa classe, pode-se ainda aumentar a especificação classificando-o como Problema de Roteamento de Veículos com Coleta e Entrega e Janela de Tempo (PRVCEJT), uma vez que ele abrange a “coleta e entrega” dos participantes do Festival dentro de um determinado intervalo de tempo.

Pode-se considerar a frota utilizada para a realização dos transportes como heterogênea, uma vez que existem veículos com capacidades distintas.

A programação dos transportes é sempre realizada na noite anterior à data das requisições. Porém, essa programação precisa ser adaptada no decorrer do dia para se ajustar a solicitações que surgem de última hora. Sendo assim, pode-se caracterizar este problema como dinâmico.

### 3.3. Cenários associados ao Problema de Transporte do Festival de Inverno

Para o desenvolvimento do modelo referente ao transporte do FI, foram analisados primeiramente três possíveis cenários: tratar o município de Belo Horizonte (BH) como um único ponto, dividi-lo em microrregiões ou tratar cada destino/origem na cidade como um diferente ponto. Não efetuaram-se estudos quanto à divisão das cidades de Ouro Preto e Mariana devido à pequena área destas e à proximidade dos pontos de coleta e entrega (hotéis, locais de eventos do FI e restaurantes). Também não se fez análise quanto a Confins, pois, todos os transportes são coletados/destinados a um único ponto: o Aeroporto Internacional Tancredo Neves.

Outro fato importante a ser ressaltado é que requisições com destino a BH e Confins não devem ser agrupadas. Este fato ocorre, pois, uma viagem do Aeroporto Tancredo Neve a Belo Horizonte tem duração média de uma hora, dependendo do ponto dentro de BH, e este aumento na duração da viagem pode gerar descontentamento dos passageiros.

#### 3.3.1 Cenário 1 - Agrupamento de todo o município de Belo Horizonte como um único ponto

Neste cenário haveria quatro possibilidades de trajetos a serem percorridos pelos veículos:

- a) OP-MA para Confins;
- b) Confins para OP-MA;
- c) OP-MA para Belo Horizonte;
- d) Belo Horizonte para OP-MA;

A Figura 10 apresenta uma ilustração da rota BH-OP. O fato de considerar BH como um único ponto será positivo à medida que facilitará no agrupamento das requisições, uma vez

Jéssica 22/4/13 09:44

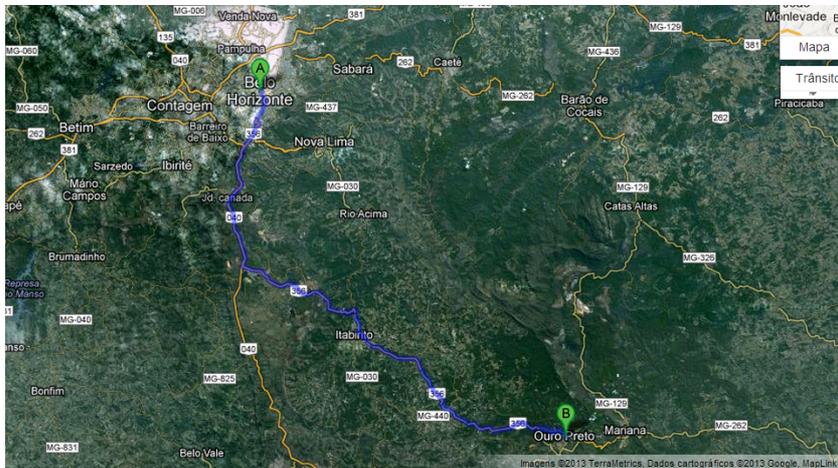
**Comment [4]:** Acho que seria área, pois, como a área é pequena, os pontos ficam próximos

test 22/4/13 21:37

**Comment [5]:** Não seria melhor distância? ACHO QUE É DISTANCIA TB...

que haverá várias com destino a esta cidade em períodos próximos de tempo. Porém, por se tratar de um município bastante extenso, 330,95 km<sup>2</sup> de área, pode-se acabar por alocar em um mesmo veículo requisições para pontos muito distantes e, com isso, aumentar muito a duração da viagem.

Figura 10 – Representação do trajeto Ouro Preto – Belo Horizonte



Fonte: Google Maps, 2013 **COLOQUE: ADAPTADO DE...**

Pode-se notar pelas tabelas de valores apresentadas neste trabalho (Tabela 1 e Tabela 2) que as empresas se baseiam neste cenário para fornecer o custo do transporte. Elas cobram o mesmo valor para qualquer viagem com origem/destino em Belo Horizonte, independente de qual ponto da cidade seja escolhido.

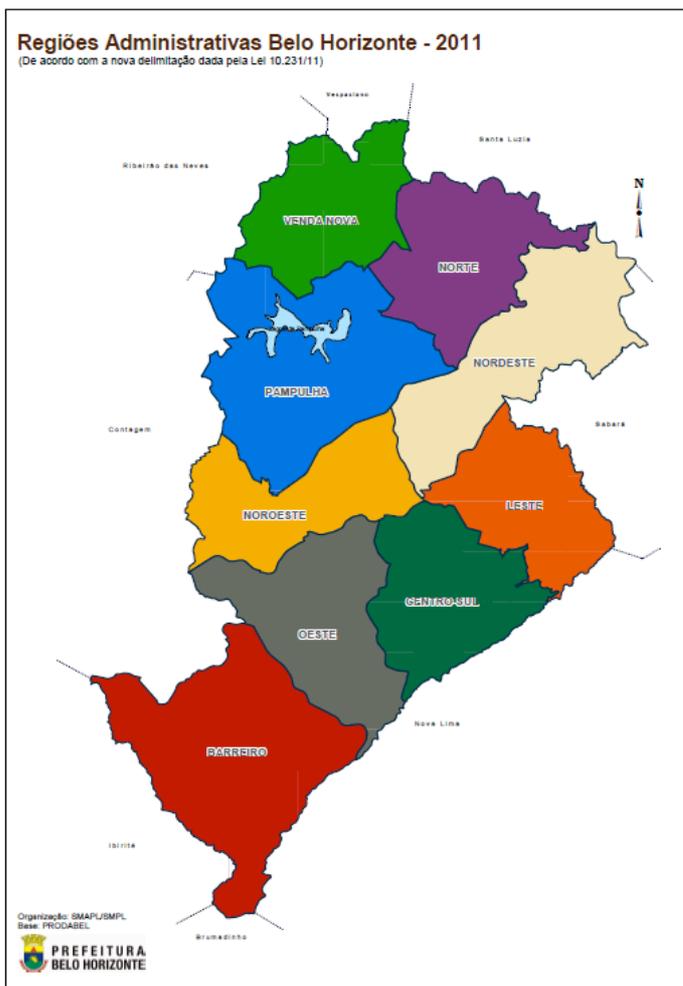
Este cenário consiste em um PCEJT, uma vez que neste não há formação de rotas. Os veículos transportam passageiros de uma única origem para um único destino, devendo obedecer as restrições de capacidade e janela de tempo.

### 3.3.2 Cenário 2 - Divisão do município de **Belo Horizonte** em microrregiões

Como foi dito, agrupar BH em um único ponto pode acabar por aumentar demasiadamente o tempo de viagem caso os destinos estejam localizados em pontos distantes geograficamente. Uma alternativa encontrada foi a divisão do município em microrregiões. Para isto foi utilizada a divisão em Regiões Administrativas da Prefeitura Municipal de Belo Horizonte, a qual é apresentada na Figura 11.

Jéssica 22/4/13 10:19  
**Comment [6]:** Estava pensando, acho q este seria PRVCEJT, pois como juntaremos requisições dentro das microrregiões, haverá formação de rota

Figura 11 – Regiões Administrativas de Belo Horizonte 2011



Fonte: PortalPBH, 2011.

Dessa maneira, o município de BH seria dividido em nove regiões e apenas as requisições que tivessem como destino pontos dentro das mesmas regiões poderiam ser alocadas em um mesmo veículo. Esta escolha foi feita para não acarretar viagens muito longas e, assim, melhorar a qualidade do serviço prestado.

A dificuldade prática da implementação desse cenário, seria a sua rigidez, pois em alguns casos duas requisições numa mesma região estão mais distantes que duas requisições em regiões diferentes. Deve-se considerar também as dificuldades de acesso a determinadas regiões e condições de tráfego, as quais aumentam a duração da viagem.

Neste cenário é preciso fazer uma pré-triagem das requisições, separando-as de acordo com as respectivas regiões, para, então, aplicá-las ao modelo de otimização. Este caso constitui de um PRVCETJ, já que serão formadas rotas para atender os pontos dentro de uma mesma região.

Como o preço para qualquer viagem dentro de BH era o mesmo, foi preciso dividir de maneira igualitária as requisições, para não privilegiar uma empresa (apenas com solicitações para pontos de BH mais próximos de OP), mas sim dividir por igual as regiões atendidas.

### 3.3.3 Cenário 3 - Considerar cada ponto de demanda em Belo Horizonte

Este cenário consiste da caracterização de BH como inúmeros pontos. Cada destino/origem neste município seria considerado um ponto único.

Neste a certa dificuldade para a análise de quais localidades podem ser atendidas conjuntamente. Para tal, é preciso analisar a distância entre elas e, então, caso esta não ultrapasse o valor limite definido, será permitido o atendimento pelo mesmo veículo.

Como o cenário 2, este também constitui de um PRVCEJT, já que há a possibilidade de formação de rotas.

A grande dificuldade da aplicação prática deste cenário seria o tempo despendido para análise da distância entre os locais. Seria preciso analisar a distância entre todos os possíveis agrupamentos de pontos para, então, formar as rotas.

## 3.4 Formulação do Problema

Para o desenvolvimento da formulação matemática do problema, baseou-se nos modelos apresentados neste trabalho, bem como em outros presentes na literatura. A partir desses, elaborou-se uma adaptação às variáveis existentes no Transporte do Festival de Inverno.

Primeiramente fez-se uma revisão bibliográfica sobre o Problema de Roteamento de Veículos e o Problema de Coleta e Entrega. Com isso, pode-se tomar conhecimento das variáveis abordadas e como estas são tratadas. Em seguida, tentou-se aproximar o problema estudado das variantes existentes através do desenvolvimento de três cenários.

Considerando o exemplo das requisições do dia 15 de julho de 2012, tem-se na Tabela 3 as solicitações de transporte a serem atendidas.

**Tabela 3** – Demanda resumida de transporte para o dia 15 de julho de 2012

Horário	Nº de passageiros	Origem	Destino
00:00	2	OP	Confins
05:09	1	Confins	OP

07:30	10 + instrumentos	OP	Confins
07:31	3	OP	Confins
07:32	11	OP	Confins
07:39	1	OP	Confins
08:10	Carga (instrumentos)	OP	Confins
08:10	9	OP	Confins
09:00	1	OP	BH
09:00	1	OP	Confins
09:00	2	Confins	OP
09:25	3	OP	Confins
10:40	5	OP	Confins
11:00	3	Confins	OP
11:10	3	Confins	OP
11:40	1	OP	Confins
14:00	2	BH	OP
14:20	3	OP	Confins
15:00	2	OP	Confins
15:00	1	OP	Confins
20:30	1	OP	Confins
20:36	2	Confins	OP

Fonte: autoria própria

A partir da explanação sobre os cenários, pôde-se perceber a existência de dois diferentes problemas: o PCEJT e o PRVCEJT, os quais serão modelados a seguir.

### 3.4.1 Modelagem para o PCEJT

Com base nas formulações presentes na literatura, e a partir da adaptação destas às variáveis presentes no problema de estudo, elaborou-se a seguinte modelagem para o PCEJT. Esta formulação refere-se ao primeiro cenário, no qual o município de BH é tratado como um único ponto.

Variáveis:

$B_i$  = momento de chegada no nó  $i$

$$x_{ij}^k = \begin{cases} 1, & \text{caso o veículo } k \text{ seja utilizado no trajeto } i-j \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Parâmetros:

$c_{ij}^k$  = custo para o veículo  $k$  percorrer o trajeto  $i-j$

$t_{ij}$  = tempo de  $i$  para o  $j$

$Q_k$  = capacidade do veículo  $k$

$q_i$  = demanda da requisição  $i$

$e_i$  = início da janela de tempo da requisição  $i$

$l_i$  = fim da janela de tempo da requisição  $i$

$$\text{Min} \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} c_{ij}^k x_{ij}^k \quad (1)$$

Sujeito a

$$\sum_{i,j \in S} x_{ij}^k \leq |S| - 2, \forall S \in \mathcal{S} \quad (2)$$

$$B_j \geq (B_i + t_{ij})x_{ij}, \forall i \in N, j \in N \quad (3)$$

$$e_i \leq B_i \leq l_i, \forall i \in N \quad (4)$$

$$\max\{0, q_i\} \leq Q_k \leq \min\{Q, Q + q_i\}, \forall i \in N \quad (5)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad (6)$$

Este modelo tem como objetivo minimizar o custo total com o transporte do FI. A otimização deve ser feita separadamente para cada dia do festival. A restrição (2) assegura a precedência dos pontos. Em (3) é garantida a consistência das variáveis de tempo, o momento de chegada ao destino deve ser maior ou igual ao momento de chegada à origem, acrescido do tempo de viagem. A restrição (4) assegura o atendimento da janela de tempo, enquanto a restrição (5) o da capacidade dos veículos. Já em (6) é evidenciado  $x_{ij}$  como variável binária.

### 3.4.2 Modelagem para o PRVCEJT

No caso do cenário 2, antes de modelar os dados, foi necessário separar as requisições de cada uma das microrregiões. Para o cenário 3, o qual também consiste de um PRVCEJT, analisou-se as distâncias entre os pontos, quando este tinha origem/destino no município de BH.

A partir das formulações estudadas, elaborou-se a modelagem para o PRVCEJT referente ao Transporte do Festival de Inverno, a qual segue abaixo:

Variáveis:

$t_i$  = tempo de chegada no nó  $i$

$w_i$  = tempo de espera no nó  $i$

$$x_{ijk} = \begin{cases} 1, & \text{caso o veículo } k \text{ seja utilizado no trajeto } i - j \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Parâmetros:

$K$  = número total de veículos

$N$  = número total de clientes

Jéssica 22/4/13 13:01

**Comment [7]:** Não coloquei os dados devido a pequena quantidade de transportes com origem/destino em BH no dia 15/07

$c_{ijk}$  = custo para o veículo  $k$  percorrer o trajeto  $i$ - $j$

$t_{ij}$  = tempo de  $i$  para o  $j$

$m_i$  = demanda da requisição  $i$

$q_k$  = capacidade do veículo  $k$

$e_i$  = início da janela de tempo da requisição  $i$

$l_i$  = fim da janela de tempo da requisição  $i$

$r_k$  = tempo máximo de rota permitido para o veículo  $k$

Função objetivo:

$$\text{Min} \quad \sum_{i=0}^N \sum_{j=0, j \neq i}^N \sum_{k=1}^K c_{ijk} x_{ijk} \quad (1)$$

Sujeito a:

$$\sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^N x_{ijk} \leq K \quad \text{para } i = 0 \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^N x_{ijk} = \sum_{j=1}^N x_{jik} \leq 1 \quad \text{para } i = 0 \text{ e } k \in \{1, \dots, K\} \quad (3)$$

$$\sum_{i=0}^N m_i \sum_{j=0, j \neq i}^N x_{ijk} \leq q_k \quad \text{para } k \in \{1, \dots, K\} \quad (4)$$

$$\sum_{i=0}^N \sum_{j=0, j \neq i}^N x_{ijk} (t_{ij} + w_i) \leq r_k \quad \text{para } k \in \{1, \dots, K\} \quad (5)$$

$$t_0 = w_0 = 0 \quad (6)$$

$$\sum_{k=1}^K \sum_{i=0, i \neq j}^N x_{ijk} (t_i + t_{ij} + w_i) \leq t_j \quad \text{para } j \in \{1, \dots, N\} \quad (7)$$

$$e_i \leq (t_i + w_i) \leq l_i \quad (8)$$

$$x_{ijk} \in \{0, 1\} \quad (9)$$

Na função objetivo há a minimização do custo referente ao transporte do participante do FI. Em (2), limita-se a frota utilizada a no máximo  $K$  veículos. A restrição (3) garante que todas as rotas terão início e fim no centro de distribuição que, para o caso do transporte do FI, consiste do Centro de Artes e Convenções da Universidade Federal de Ouro Preto, situado na cidade de Ouro Preto – MG. (4) representa a limitação da capacidade do

veículo, ou seja, ao juntar requisições em um mesmo veículo a capacidade deste não poderá ser ultrapassada. Em (5), expressa-se a restrição do tempo máximo de rota para cada veículo  $k$ . As restrições (6), (7) e (8) garantem o atendimento da janela de tempo. Por fim, (9) determina a variável  $x_{ijk}$  como binária.

Os modelos, PCEJT e PRVCEJT, desenvolvidos para o transporte terrestre externo do FI não chegaram a ser resolvidos, uma vez que este não foi o intuito do trabalho. Eles podem ser resolvidos utilizando tanto métodos de resolução exata quanto aproximada.

#### 4 Conclusões e Perspectivas Futuras

Este trabalho objetiva o desenvolvimento de um modelo matemático para o transporte terrestre do FI. Assim, fez-se uma revisão sobre as diferentes modelagens para o PRV e o PCE, além do estudo do problema em questão para, então, propor o modelo desenvolvido.

Foi apresentado um estudo sobre o problema relacionado ao transporte terrestre externo do FI. Através da pesquisa realizada, pôde-se perceber a importância relacionada ao tema, transporte em eventos, e que pouco se encontra sobre este na literatura.

Foi possível, a partir do trabalho, desenvolver um melhor entendimento sobre o PRV, o PCE e suas variantes, bem como do funcionamento do transporte do FI.

A partir deste estudo, foi possível concluir o modelo matemático e correlacionar as variáveis presentes no problema gerando assim um melhor entendimento da inter-relação existente entre elas. Os modelos matemáticos propostos poderão servir de base para outros estudos relacionados.

Por fim, as ideias apresentadas neste trabalho são o início de um estudo sobre o transporte em eventos, o qual pode ser aprofundado tanto com a resolução do modelo proposto como com a proposição de novos modelos ou complementações para este.

Como perspectiva de continuação do trabalho há a possibilidade de validação do modelo desenvolvido a partir da utilização de um *software* como o Lingo, o CPLEX ou o AIMMS. Pode-se também, utilizar um método de resolução aproximada, como uma meta-heurística, por exemplo, para resolvê-lo. Será possível, com isso, perceber quais alterações devem ser feitas no gerenciamento dos transportes do FI e, assim, otimizar a utilização dos recursos disponíveis.

Por favor, verificar elementos que podem/devem ser incluídos na conclusão. Ex: a questão problema foi respondida? Como ela foi respondida? Em quais capítulos?

Outra coisa o objetivo geral foi atingido? E os específicos?

A metodologia ajudou a atingir o objetivo?



## 5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Ai, T. J.; Kachitvichyanukul, V. **Particle swarm optimization and two solution representations for solving the capacitated vehicle routing problem.** Computers and Industrial Engineering, 56(1):380 U387, February 2009.

ALVARENGA, G. B. **Um Algoritmo Híbrido para o Problema de Roteamento de Veículos Estático e Dinâmico com Janela de Tempo.** 199 páginas. Tese – Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte, Março/2005.

ARENALES, M., ARMENTANO, V., MORABITO, R., & YANASSE, H. (2007). **Pesquisa Operacional.** Rio de Janeiro: Campus.

ASSIS, Luciana Pereira de. **Algoritmos para o Problema de Roteamento de Veículos com Coleta e Entrega Simultâneas.** Dissertação apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Ciência da Computação da Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte, 2007.

BITTENCOURT, Gustavo Cunha de. **Modelagem e Implementação de um Sistema Computacional para a solução de um Problema de Roteamento de Veículos (PRV) com o uso da Metaheurística Busca Dispersa (SCATTER SEARCH).** Trabalho de Conclusão de Curso apresentado a Faculdade de Engenharia da Universidade Federal de Juiz de Fora, 2010.

BODIN, L. D.; GOLDEN, B. ASSAD, A.; BALL, M. (1983). **Routing and scheduling of vehicles an crews: The state of the art.** Computers and Operations Research, v.10, n.2, [paginas?](#)

CARABETTI, Eduardo Goeking. **Metaheurística Colônia de Formigas aplicada ao Problema de Roteamento de Veículos com Coleta e Entrega e Janela de Tempo.** Dissertação de Mestrado, submetida ao Curso de Mestrado em Modelagem Matemática e Computacional, CEFET-MG, 2010.

CARMONA, Tadeu. **Programação de planilhas em VBA.** São Paulo: Digerati Books, 2006.

COLIN, Emerson Carlos. **Pesquisa Operacional: 170 Aplicações em Estratégia, Finanças, Logística, Produção, Marketing e Vendas.** Rio de Janeiro: LTC, 2007.

Cordeau, J. F. (2006). **A branch-and-cut algorithm for the dial-a-ride problem.** Operations Research, v. 54, n. 3, p. 573–586.

CORDEAU, J.F. et al. **A guide to Vehicle Routing Problem.** Journal of the Operational Research Society. Número 53, p. 512-522, 2002.

CUNHA, C. B. (2000). **Aspectos práticos da aplicação de modelos de roteirização de veículos a problemas reais.** *Transportes*, v. ??, 51-74.

DAZA, J. M.; MONTOYA, J. R.; NARDUCCI, F. (2009). **Resolución del problema de enrutamiento de vehículos con limitaciones de capacidad utilizando un procedimiento metaheurístico de dos fases.** Revista EIA, 23-38.

Jéssica 20/4/13 09:40

Formatted: Portuguese (Brazil)

Unknown

Formatted: Portuguese (Brazil)

Jéssica 29/11/12 14:23

Formatted: Font:Times New Roman, 11 pt, English (US)

Jéssica 29/11/12 14:23

Formatted: Font:Times New Roman, 11 pt, English (US)

DELL'AMICO, M.; RIGHINI, G.; SALANIM, M. **A branch-and-price approach to the vehicle routing problem with simultaneous distribution and collection.** *Transportation Science*, 40(2), 2006.

GANGA, Gilberto Miller Devós. **Trabalho de Conclusão de Curso na Engenharia de Produção: um guia prático de conteúdo e forma.** São Paulo: Atlas, 2012.

GOMES JR, A. C.; SOUZA, M. J. F.; MARTINS, A. X. (2005). **Simulated Annealing aplicado à resolução do problema de roteamento de veículos com janela de tempo.** *Revista Transportes*, vol XIII, n. 2, p 5-20.

GOMES JR, A. C. **Simulated annealing aplicado ao problema de roteamento de veículos com janela de tempo.** Monografia. Universidade Federal de Ouro Preto, 2005.

GOOGLE MAPS, 2013. Disponível em: <http://maps.google.pt/?ll=-20.104944,-43.669281&spn=0.664148,1.182404&t=h&z=10>. Acesso em 22 de abril de 2013.

HILLIER, Frederick S.; LIEBERMAN, Gerald J. **Introdução à Pesquisa Operacional.** Tradução: Ariovaldo Griesi. 8 edição. Porto Alegre: AMGH, 2010.

KAISER, Maxwell Scardini. **Aplicação de metaheurística híbrida na resolução do problema Dial-A-Ride.** Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia de Transportes, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2009.

KIRKPATRICK, S.; GELATT, C.; VECCHI, M. (1983). **Optimization by simulated annealing.** *Science*, p. 671-680.

LAPORTE, G. **The vehicle routing problem: An overview of exact and approximate algorithms.** *European Journal of Operational Research*, 59(3):345–358, June 1992.

LAPORTE, G.; GENDREAU, M.; POTVIN, J. Y; SEMET, F. (2000). **Classical and modern heuristics for the vehicle routing problem.** *International Transactions in Operational Research*, p 285-3000.

LAU, Hoong Chuin; LIANG, Zhe. **Pickup and Delivery with Time Windows: Algorithms and test case generation.** *International Journal on Artificial Intelligence Tools*, Vol. 11, No. 3, 2002.

MALAQUIAS, N. G. L. (2006). **Uso dos Algoritmos Genéticos para a Otimização de Rotas de Distribuição.** Dissertação. Universidade Federal de Uberlândia.

MAURI, Geraldo Regis (2006). **Uma nova abordagem para o problema de roteirização e programação de veículos.** Monografia apresentada para o Exame de Qualificação do Curso de Doutorado em Computação Aplicada, orientada pelo Prof. Dr. Luiz Antonio Nogueira Lorena. INPE. São José dos Campos. FAPESP.

Mauri, Geraldo Regis; Lorena, Luiz Antonio Nogueira. **Uma nova abordagem para o problema dial-a-ride.** *Produção*, v. 19, n. 1, p. 041-054, 2009

MIGUEL, Paulo Augusto Cauchick (coordenador) et al. **Metodologia de pesquisa em engenharia de produção e gestão de operações.** 2ª ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2012.

MIN, H. **The multiple vehicle routing problem with simultaneous delivery and pick-up points.** Transportation Research A, 1989.

MINE, Marcio Tadayuki (2009). **Um algoritmo heurístico híbrido para o problema de roteamento de veículos com coleta e entrega simultânea.** Dissertação de Mestrado submetida ao Programa de Pós-Graduação em Computação da Universidade Federal Fluminense. Niterói, Rio de Janeiro.

PEREIRA, Dilson Lucas. **Heurísticas e algoritmo exato para o Problema de Roteamento de Veículos com Coleta e Entrega Simultâneas.** Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação do Instituto de Ciências Exatas da Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2010.

PÉTROWSKI, D.; TAILLARD, S. (2006). **Metaheuristics for Hard Optimization: Methods and CVase Studies.** Berlin: Springer.

PORTALPBH, 2011. Disponível em:

[http://portalpbh.pbh.gov.br/pbh/ecp/comunidade.do?evento=portlet&pIdPlc=ecpTaxonomiaMenuPortal&app=estatisticaseindicadores&tax=34222&lang=pt\\_BR&pg=7742&taxp=0&](http://portalpbh.pbh.gov.br/pbh/ecp/comunidade.do?evento=portlet&pIdPlc=ecpTaxonomiaMenuPortal&app=estatisticaseindicadores&tax=34222&lang=pt_BR&pg=7742&taxp=0&) Acesso em 18/04/2013

PUREZA, Vitória; LAPORTE, Gilbert. **Estratégias de Programação de Veículos e Pedidos para Problemas Dinâmicos de Coleta e Entrega com Janelas de Tempo.** XL Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, João Pessoa – PB, 2008.

OLIVEIRA, H. C. B.; VASCONCELOS, G. C.; ALVARENGA, G. B. (2005). **Uma abordagem evolucionária para o Problema de Roteamento de Veículos com Janela de Tempo.** XXXVII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional.

RODRIGUES, Patrícia Perretto; ROSA, Rodrigo de Alvarenga; RESENDO, Leandro Colombi. **Proposta de um modelo matemático para o problema dial-a-ride aplicado ao transporte público de cadeirantes.** TRANSPORTES v. 20, n. 2 (2012) p. 33–41.

ROPKE, Stefan; CORDEAU, Jean-François; LAPORTE, Gilbert. **Models and Branch-and-Cut Algorithms for Pickup and Delivery Problems with Time Windows.** Wiley InterScience. 2007.

SARTORI JUNIOR, Isaac Roque; CECHIN, Adelmo Luis. **Comparação entre Métodos Exatos e Heurísticos para tratar o Problema de Roteamento de Veículos em um Ambiente Fabril.** XXVI Encontro Nacional de Engenharia de Produção, Fortaleza, CE, 2006.

SIMONETTO, Eugênio de Oliveira; BORENSTEIN, Denis. **Gestão Operacional da Coleta Seletiva de Resíduos Sólidos Urbanos – Abordagem Utilizando um Sistema de Apoio à Decisão.** Gestão & Produção, v.13, n.3, p.449-461, set.-dez. 2006.

SOUZA, Marcone Jamilson Freitas. **Notas de aula: Disciplina Técnicas Metaheurísticas de Otimização Combinatorial.** Universidade Federal de Ouro Preto, 2012.

SOUSA JÚNIOR, Analdo Teixeira de. **Proposta para o Problema de Roteamento de Veículos Dinâmico com Janela de Tempo.** Monografia de graduação apresentada ao Departamento de Ciência da Computação da Universidade Federal de Lavras, 2007.

SUBRAMANIAN, Anand. Metaheurística *Iterated Local Search* aplicada ao problema de roteamento de veículos com coleta e entrega simultânea. Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção do Centro de Tecnologia da Universidade Federal da Paraíba, 2008.

TAHA, Hamdy A. **Pesquisa Operacional**. São Paulo: Pearson Education, 2007.

TALBI, El-Ghazali. *Metaheuristics: From Design to Implementation*. New Jersey: Wiley, 2009.

TAN, K. C.; LEE, L. H.; ZHU, L.; OU, K. . **Heuristic methods for vehicle routing problem with time windows**. Artificial Intelligence in Engineering. n 15, p. 281-295, 2001.

TERENCE, Ana Cláudia Fernandes; ESCRIVÃO FILHO, Edmundo . **Abordagem quantitativa, qualitativa e a utilização da pesquisa-ação nos estudos organizacionais**. XXVI Encontro Nacional de Engenharia de Produção. Fortaleza, CE, 2006

TORTELLY JÚNIOR, Aloisio Carlos; OCHI, Luiz Satoru. **Uma metaheurística híbrida GRASP+TABU para o problema de roteamento periódico de uma frota de veículos**. XXXV SBPO, p 846 – 856. 2003.

TOTH, P.; VIGO, D. **The Vehicle Routing Problem**. SIAM Monographs on Discrete Mathematics and Applications, Philadelphia, U.S.A, 2002.

TURRIONI, João Batista; MELLO, Carlos Henrique Pereira. **Metodologia de pesquisa em engenharia de produção**: Estratégias, métodos e técnicas para condução de pesquisas quantitativas e qualitativas. Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal de Itajubá, Curso de Especialização em Qualidade & Produtividade, 2012.

Venkatesan, S.; Logendran, D.; Chandramohan, D. **Otimization of capacitated vehicle routing problem using pso**. International Journal of Engineering Science and Technology, 3(10):257–262, 2011.

YIN, R. Estudo de caso. **Planejamento e métodos**. 2ª edição, Porto Alegre/RS: Bookman, 2001.

(2008). Acesso em 09 de junho de 2012, disponível em Festival de Inverno:  
<http://www.festivaldeinverno.ufop.br/2008/home.php?idp=ofestival>

Jéssica 19/4/13 15:58

Formatted: Portuguese (Brazil)