



Universidade Federal de Ouro Preto – UFOP  
Departamento de Engenharia de Produção,  
Administração e Economia – DEPRO  
Escola de Minas



# PROBLEMA DA MOCHILA INTEIRA APLICADO EM DECISÕES DE COMPRA DE APARELHOS DE ATIVIDADES DESPORTIVAS: MODELO E APLICAÇÃO

MONOGRAFIA DE CONCLUSÃO DO CURSO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

**THIAGO LOMAS BRETAS**

Ouro Preto – MG  
Maio de 2016

**THIAGO LOMAS BRETAS**

**PROBLEMA DA MOCHILA INTEIRA  
APLICADO EM DECISÕES DE COMPRA DE  
APARELHOS DE ATIVIDADES DESPORTIVAS:  
MODELO E APLICAÇÃO**

Monografia apresentada ao curso de Engenharia de Produção da Universidade Federal de Ouro Preto como parte dos requisitos para a obtenção do Grau de Engenharia de Produção.

Orientador: Prof. André Luis Silva

Ouro Preto – MG  
Maio de 2016

## **FOLHA DE APROVAÇÃO**

Monografia defendida e aprovada em \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de 2016, pela comissão avaliadora constituída pelos professores:

---

Prof. André Luis Silva  
Universidade Federal de Ouro Preto  
Orientador

---

Prof. Magno Silvério Campos  
Universidade Federal de Ouro Preto  
Examinador

---

Prof. Antônio Francisco neto  
Universidade Federal de Ouro Preto  
Examinado

Dedico esta monografia aos meus pais,  
pelo apoio sempre recebido.  
E aos Mestres, por guiarem essa jornada.

## **AGRADECIMENTOS**

Aos meus Pais, Cleber e Valéria, pelo exemplo de vida, carinho e apoio incondicional. Ao meu irmão, Gabriel, pelo companheirismo nos momentos de alegria e dificuldade.

Agradeço à Universidade Federal de Ouro Preto pelas oportunidades oferecidas durante a graduação. Ao departamento de Engenharia de Produção, pelo conhecimento transmitido. Em especial, ao professor Magno pela amizade e orientação.

Aos amigos de Ouro Preto, Igor, Pedro e Renato pela convivência diária e pelos conselhos. À turma de Engenharia de Produção 09.1, pelas amizades construídas e pela convivência prazerosa e divertida. Ao Rodrigo, André e Guilherme pela amizade e pelos trabalhos realizados.

Agradeço a Deus, pela força e coragem durante toda esta longa caminhada.

## RESUMO

O objetivo deste trabalho é apresentar o modelo matemático baseado no problema da mochila aplicado em decisões de compra de aparelhos destinados a atividades físicas. Para tanto, foi realizado um Estudo de Caso em uma academia de ginástica na cidade de Ouro Preto (MG/Brasil) a fim de maximizar o preenchimento da área destinada à musculação e exercícios aeróbicos. A justificativa para execução deste projeto provém da importância de se planejar a ocupação de espaços físicos onde há circulação de pessoas. Isto é dito, visto que não se encontra muitas pesquisas relacionadas em academias de ginásticas valendo-se de métodos matemáticos para a tomada desta categoria de decisão. O modelo matemático construído obteve respostas satisfatórias dentro das restrições estabelecidas, indicando aquisição de aparelhos.

***PALAVRAS CHAVE: problema da mochila inteira, academias de ginástica, modelagem matemática.***

## ABSTRACT

*The objective of this paper is to present the mathematical model based on the knapsack problem applied to apparatus purchasing decisions for physical activities. It was conducted a case study in a health club in the city of Ouro Preto (MG/Brazil), in order to maximize the fill area for weight training and aerobic exercises. The reason for implementing this project comes from the importance of planning the occupation of physical spaces where there is movement of people. Since there aren't a lot of researches related in gymnastics academies that use mathematical methods to decision-making for this category. The constructed mathematical model with satisfactory responses within the constraints established, indicating acquisition devices.*

***Keywords: Integer knapsack problem, gyms, mathematical modeling.***

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura 1:</b> Layout da academia .....	9
---	---

## LISTA DE TABELAS

<b>Tabela 01:</b> Categorias existentes do Problema da Mochila.....	4
<b>Tabela 02:</b> Métodos exatos de solução empregados no Problema da Mochila.....	5
<b>Tabela 03:</b> Metaheurísticas empregados no Problema da Mochila.....	5
<b>Tabela 04:</b> Dados de entrada dos objetos da academia.....	10
<b>Tabela 05:</b> Compras a serem realizadas e custos respectivos.....	12

# SUMÁRIO

1. Introdução .....	1
1.1. Objetivo geral.....	2
1.2. Organização do texto.....	2
2. Fundamentação teórica.....	3
3. Metodologia .....	6
3.1. Objeto de estudo: a academia em Ouro Preto .....	6
3.2. Função objetivo .....	6
3.3. Restrições do problema .....	7
3.4. Formulação matemática .....	7
3.4.1. Variáveis do modelo.....	7
3.4.2. Constantes do modelo .....	7
3.4.3. Função objetivo:.....	8
3.4.4. Restrições: .....	8
3.5. Ferramentas Utilizadas .....	8
3.6. Aplicação.....	9
3.7. Resultados e análise .....	10
4. Considerações finais.....	12
Referências.....	13
Anexos.....	15

## 1. Introdução

O setor de serviço destinado ao lazer e saúde física tem crescido muito, sendo parte desse crescimento devido a conscientização da importância de fazer exercícios físicos diariamente e estética do corpo. As academias de ginástica e musculação proporcionaram esse crescimento pela acessibilidade e preços baixos. Dados do CONFEF (Conselho Federal de Educação Física) mostram que o número de registros de empresas funcionando como academia cresceu mais de vinte vezes no período 2000 a 2010, fazendo do Brasil o segundo país que mais tem academias no mundo, ficando atrás apenas dos Estados Unidos.

As pequenas e médias academias têm enfrentado dificuldades no desenvolvimento do negócio, sobretudo a respeito da concorrência. A expansão da demanda no setor fez crescer o interesse de empresas internacionais, que possuem experiência de mercado e capital para investir em grandes estruturas. Além disso, há empreendimentos imobiliários recentes que contam com academia para seus moradores. De acordo com Associação Brasileira de Administração de Condomínios (ABIC), quase 100% dos novos condomínios residenciais contam com salas de ginástica como opcionais. Nos trabalhos de Corrêa (2009) e Roth (2007) é possível encontrar detalhes sobre a concorrência no setor e as estratégias que podem ser adotadas.

Frente às mudanças no mercado, as academias precisam oferecer um nível de serviço que assegure a satisfação de seus clientes, apresentando resistência a expansão de uma concorrência cada vez mais especializada. Para atender a este nível de serviço é importante a realização de investimentos por parte da academia, oferecendo aos clientes atividades variadas, uma gama de aparelhos, segurança, instrutores capacitados e espaços físicos bem planejados. Este último item é destacado no artigo segundo da resolução CONFEF nr. 52 de 08 de dezembro de 2002:

*Art. 2º - O estabelecimento deverá possuir espaços físicos que possibilitem o desenvolvimento de atividades físicas, específicas e permitam a necessária separação e independência dessas atividades, visando garantir princípios de segurança, saúde e ergonomia, na prática destas, devendo o mesmo dispor de áreas com instalações, equipamentos e suprimentos necessários para assegurar à correta disposição.*

O planejamento de um espaço físico, neste caso, está relacionado a alocação dos equipamentos na academia. Otimizando os espaços é possível obter um maior número de

equipamentos, proporcionando a academia um diferencial, de acordo com suas restrições. Um número maior de aparelhos poderá atrair mais clientes, trazendo maior retorno financeiro e permitindo ao empresário se fortalecer perante a concorrência. A partir disso, percebe-se a relevância de se otimizar os espaços em estabelecimentos de pequeno e médio porte, os quais não dispõem de grande capital para investimentos em ambientes maiores.

Esse tipo de otimização pode ser associado ao Problema da Mochila. Segundo Fincatti (2010) o Problema da Mochila (Knapsack Problem, em inglês) constitui uma classe de problemas dos mais estudados em otimização combinatória e em subproblemas de outros problemas práticos. O nome surgiu devido o modelo de uma situação em que é necessário carregar uma mochila com capacidade limitada, com um conjunto objetos de pesos e valores diferentes. O objetivo é ocupar a mochila com o maior valor possível, não ultrapassando o seu peso máximo. Definir o subconjunto de objetos cujo peso não ultrapasse o limite da mochila e ao mesmo tempo maximizando o seu valor total corresponde a resolver o Problema da Mochila.

O presente trabalho apresenta, portanto, uma metodologia baseada no Problema da Mochila para analisar e propor melhorias em uma academia localizada na cidade de Ouro Preto (Brasil). O modelo construído não pretende encontrar a melhor disposição dos aparelhos na academia, restringindo-se a obter o máximo de preenchimento do espaço disponível considerando a área (em m<sup>2</sup>) de utilização dos aparelhos, sem especificar suas dimensões (largura e comprimento).

### **1.1. Objetivo geral**

O objetivo deste trabalho é apresentar a formulação matemática utilizada para selecionar equipamentos de uma academia, a fim de maximizar o preenchimento da área destinada à musculação e exercícios aeróbicos, considerando restrições de espaço, orçamento e prioridade de aquisição de aparelhos.

### **1.2. Organização do texto**

O presente trabalho está dividido em 4 capítulos, conforme descrito a seguir.

O Capítulo 1 apresentou uma introdução do trabalho, o seu objetivo e organização do texto.

O Capítulo 2 apresenta a fundamentação teórica. Busca-se definir conceitos do Problema da Mochila.

No Capítulo 3 são apresentados o objeto de estudo, a formulação matemática, assim como, as suas restrições. Demonstra como foi criado o modelo e os resultados obtidos com a sua aplicação na academia.

Finalmente, o Capítulo 4 apresenta as considerações finais do trabalho.

## **2. Fundamentação teórica**

O Problema da Mochila (knapsack Problem ou KP, em inglês) foi inicialmente caracterizado no contexto militar, onde era necessário maximizar a utilização da mochila dos soldados, respeitando, porém, as suas restrições físicas.

Taha (2008) afirma que o problema da mochila lida com a dúvida clássica da situação na qual um soldado, ou um praticante de caminhadas, deve decidir quais são os itens mais valiosos para carregar em uma mochila. Essa é uma metáfora para um problema geral de alocação de recurso no qual um único recurso limitado é designado a várias alternativas com o objetivo de maximizar o retorno total. Na literatura também é possível encontrar os termos “Problema do Kit de Vão” e “Problema da Carga”.

Fincatti (2010) cita três exemplos para esclarecer o problema da mochila:

1) “Um viajante deve levar consigo, apenas uma mochila. Essa mochila possui uma capacidade limitada e deve ser carregada apenas com objetos que serão úteis durante a viagem. Cada objeto é único e possui um peso e um determinado valor. Que objetos dever ser levados pelo viajante de forma a maximizar o valor da mochila? ”

2) “Um contêiner com capacidade limitada deve ser carregado com diversos produtos de pesos e tamanhos diferentes. Como deve-se proceder para carregar o máximo possível de produtos, desperdiçando o mínimo possível de espaço. ”

3) “Um computador está sobrecarregado de arquivos e os mesmos devem ser transferidos para mídias em CD, e sabe-se que será necessário mais de um CD. Como deve-se proceder para carregar o máximo possível de arquivos em cada CD, desperdiçando o mínimo possível de espaço em cada mídia. ”

Nos três exemplos acima, observa-se situações nas quais há um espaço com capacidade limitada (uma mochila, um contêiner ou um CD), que deve ser preenchido com seus respectivos itens, de forma que o somatório de suas utilidades seja maximizado sem exceder a capacidade do espaço. Porém as aplicações do Problema da Mochila vão além do simples proveito de um ambiente físico. É comum encontrar na literatura exemplos relacionados à gestão financeira, carregamento de veículos, planejamento da produção, desenvolvimento de circuitos eletrônicos, entre outros.

O autor James (2008) exemplifica com o caso conhecido como “Moneyball”. O técnico de beisebol, Billy Beane do time Oakland Athletics, que em 2002 teve a ideia compor a sua equipe através da maximização de valores. Medindo de forma diferente o talento e o desempenho dos jogadores, Billy conseguiu montar um time com qualidades e considerando o baixo orçamento para contratações que estava disponível.

Caldas (2004) afirma que o Problema da Mochila tem sido mais enunciado por razões teóricas, visto que este ocorre pela relação de vários problemas de programação inteira. Ainda assim, é possível encontrar alguns trabalhos que trazem aplicações práticas a respeito, como Costa (2005), Bezerra (2010), Martello (1990), Fink (2007) e Zorzal (2006).

Além da definição, o Problema da Mochila possui subcategorias, que ocorrem dependendo da distribuição de itens e mochilas. Entretanto, os autores não possuem um ponto de vista em comum sobre quantas e quais categorias devem existir. A tabela 01 apresenta as classificações encontradas em algumas literaturas.

<b>Autor</b>	<b>Categorias de Problema da Mochila</b>
Arenales (2007)	Problema da mochila 0/1, Problema da mochila Inteira, Múltiplas Mochilas, Empacotamento em Mochilas.
Fincatti (2010)	Problema da mochila 0/1, Problema da mochila limitado, Problema da mochila com múltipla escolha, Problema da mochila múltiplo, Problema da mochila com multi-restrições.
Caldas (2004)	Problema da Mochila 0/1, Problema da Mochila com Múltipla Escolha, Problema da Mochila Múltiplo, Problema da Mochila com Múltiplas Restrições.
Kellerer et. al (2004)	The Bounded Knapsack Problem, (Problema da mochila limitado), The Unbounded Knapsack Problem (Problema da mochila ilimitado), Multidimensional Knapsack Problem (Problema da mochila multidimensional), Multiple Knapsack Problem (Problema da mochila múltiplo), The Multiple-Choice Knapsack Problem (Problema da mochila com múltipla escolha), The Quadratic Knapsack Problem (Problema da mochila quadrática)

Tabela 01 - categorias existentes do Problema da Mochila. Fonte: pesquisa bibliográfica.

Adotando-se as categorias descritas por Arenales (2007), o caso exposto neste trabalho se caracteriza como um Problema da Mochila Inteira. Nessa categoria considera-se uma mochila na qual pode-se levar diversas unidades de um mesmo item. Admite-se aqui a mochila como sendo a área disponível para alocação dos equipamentos e os itens como os aparelhos a serem alocados.

Todas as categorias de Problema da Mochila pertencem à família dos problemas NP completos, citados por Richard Karp em 1972. Fincatti (2010) explica que na teoria da complexidade computacional, a classe de complexidade NP-completo é o subconjunto dos problemas de decisão em NP de tal modo que todo problema em NP se pode converter, com uma redução de tempo polinomial, a um dos problemas NP-completo.

Métodos exatos e metaheurísticos podem ser usados para solucionar o Problema da Mochila. A tabela 2 apresenta alguns métodos exatos e seus respectivos autores.

Vale salientar que o método de solução empregado no estudo de caso foi o Branch and Bound implementado internamente no software Lingo versão 11.0.

<b>Autor</b>	<b>Método exato</b>
Fincatti (2010)	Backtracking, Método guloso, Programação dinâmica
Taha (2008)	Branch and Bound, Plano de Corte
Cunha (1998)	Backtracking
Caldas (2004)	Backtracking, Programação dinâmica, Método guloso

Tabela 02 - métodos exatos de solução empregados no Problema da Mochila.

Fonte: pesquisa bibliográfica.

Quanto às metaheurísticas, na literatura há algumas descritas. A tabela 3 apresenta alguns métodos e seus autores.

<b>Autor</b>	<b>Metaheurística</b>
Singh (2011)	Algoritmos genéticos
Zorzal (2006)	Busca Tabu
Nogueira (2006)	GRASP
Shi (2006)	Colônia de formiga
Liu et. al (2006)	Simulated Annealing

Tabela 03 - metaheurísticas empregados no Problema da Mochila. Fonte:  
pesquisa bibliográfica.

### **3. Metodologia**

#### **3.1. Objeto de estudo: a academia em Ouro Preto**

Grande parte das academias de ginástica em Ouro Preto enfrentam um problema de estrutura, no qual há pouco espaço para se realizar as atividades, uma vez que a maioria das construções são antigas e não foram projetadas para comportar uma academia. Isso faz com que a circulação dos clientes dentro do ambiente de musculação seja prejudicada e que eles tenham um número limitado de aparelhos disponíveis para suas atividades.

Diante desta situação, torna-se pertinente um estudo que vise o aproveitamento máximo do ambiente destinado à musculação, respeitando, ao mesmo tempo, o espaço destinado a circulação dentro da academia.

Uma das soluções para a situação apresentada é a otimização dos espaços, onde procurasse alocar o maior número de equipamentos sem infringir as restrições. Para tal caso foi utilizado o Problema da Mochila Inteira, que serviu como fundamento básico para a elaboração do modelo matemático.

A academia onde foi realizado o estudo está a dez anos no mercado. O estabelecimento inicialmente funcionava como um centro de saúde e estética, onde a academia fazia parte de um complexo que também contava com piscina, salão de beleza e consultórios médicos. Em 2009, com dificuldades para administrar todo o complexo, o proprietário vendeu a academia. A academia possui aproximadamente duzentos e oitenta e cinco metros quadrados, onde estão distribuídos quarenta e sete aparelhos e alguns equipamentos (halteres, bolas e colchonetes). Os horários de funcionamento são de seis da manhã às dez horas da noite.

#### **3.2. Função objetivo**

Em um Problema da Mochila cada item possui o seu nível de utilidade. No modelo desenvolvido, esse nível de utilidade corresponde à prioridade na compra de equipamentos, e está agregado à função objetivo (FO). Existem aparelhos utilizados pelos clientes com uma frequência maior em relação a outros. Portanto, do ponto de vista funcional, é mais interessante para a academia a compra desses aparelhos.

### 3.3. Restrições do problema

Os dados que sustentam o modelo foram coletados mediante entrevistas com funcionários, observações e medições. Os instrumentos utilizados nesta coleta de informação foram: papel e lápis para anotações e trena para as medições.

Foi necessário considerar três tipos básicos de restrições:

- Limitação da área total do ambiente de musculação: cada aparelho ocupa uma área determinada, na qual abrange também um espaço ao seu redor reservado à circulação. O somatório destas áreas não excedeu a área total da academia;
- Restrições orçamentárias: alguns aparelhos possuem custos relativamente mais elevados, o que os tornam inviáveis do ponto de vista financeiro, quando comprados em grande quantidade. Outra situação analisada foi o investimento no qual o proprietário da academia estava disposto a realizar.
- Limites do número de objetos existentes na academia: os aparelhos já existentes na academia foram mantidos. A solução proposta incluiu apenas compra de equipamentos. Também foi estabelecida uma margem superior, limitando a quantidade máxima de aparelhos de um determinado modelo. Além dos aparelhos, há também objetos que possuem uma quantidade fixa, como escada, colunas e corredores.

Dentro dessas restrições admitiram-se também dois tipos de objetos, a saber:

- a. Aparelhos e mobília;
- b. Escada, colunas de sustentação do prédio e corredores de circulação;

Apenas os objetos do item a. foram incorporados à função objetivo devido à invariabilidade dos objetos do item b. A função objetivo é uma maximização do número de equipamentos, onde cada uma de suas variáveis representa um tipo de equipamento.

### 3.4. Formulação matemática

A formulação matemática resultou no seguinte modelo:

#### 3.4.1. Variáveis do modelo

$ap_i$  - números de aparelhos do tipo  $i$  (ex: esteira, supino, dentre outros)

#### 3.4.2. Constantes do modelo

$ob_j$  - número dos demais objetos do tipo  $j$  (caixa, mesa, escada e colunas);

$vap_i$ - valor monetário em reais (R\$) de um aparelho do tipo i;  
 $qmi_i$ - número de aparelhos do tipo i já existentes;  
 $qma_i$  - número máximo de aparelhos do tipo i;  
 $qob_j$  - número de objetos do tipo j já existentes;  
 $pri_i$  - prioridade de se comprar um aparelho do tipo i (valores de 1 a 5);  
 $dap_i$  - dimensão em m<sup>2</sup> ocupada por um aparelho do tipo i;  
 $dob_j$  - dimensão em m<sup>2</sup> ocupada por um objeto do tipo j;  
 $at$  - área total da academia;  
 $ve$  - valor monetário máximo em reais (R\$) a ser gasto.

### 3.4.3. Função objetivo:

$$\text{MAX } \sum_{i=1}^{45} ap_i * pri_i$$

### 3.4.4. Restrições:

- Restrição 1: Limitação da área total do ambiente de musculação

$$\sum_{i=1}^{45} [ap_i * dap_i] + \sum_{j=1}^6 [ob_j * dob_j] \leq at$$

- Restrição 2: Número de aparelhos já existentes na academia

$$ap_i \geq qmi_i$$

- Restrição 3: Número de objetos já existentes na academia

$$ob_j = qob_j$$

- Restrição 4: Número máximo de aparelhos

$$ap_i \leq qma_i$$

- Restrição 5: Restrição orçamentária

$$\sum_{i=1}^{45} [(ap_i - qmi_i) * vap_i] \leq ve$$

- Restrição 6: Restrição da prioridade

$$1 \leq pri_i \leq 5$$

### 3.5. Ferramentas Utilizadas

A entrada de dados foi feita em interface com o Microsoft Excel, versão 2010. O modelo foi implementado e executado no software Lingo 11.0. O computador empregado na execução possui a seguinte configuração: sistema operacional Windows 7, 32 bits; processador Intel Core2Duo; memória RAM de 3 GB.

### 3.6. Aplicação

O salão de musculação da academia dispõe de uma área total de duzentos e oitenta e cinco metros quadrados, onde estão distribuídos os quarenta e cinco tipos de aparelhos e cinco outros tipos de objetos (colunas, escada, mesa, caixa de equipamentos e corredores). A Figura 01 é uma planta baixa do espaço descrito, feita no software AutoCAD® 2013.

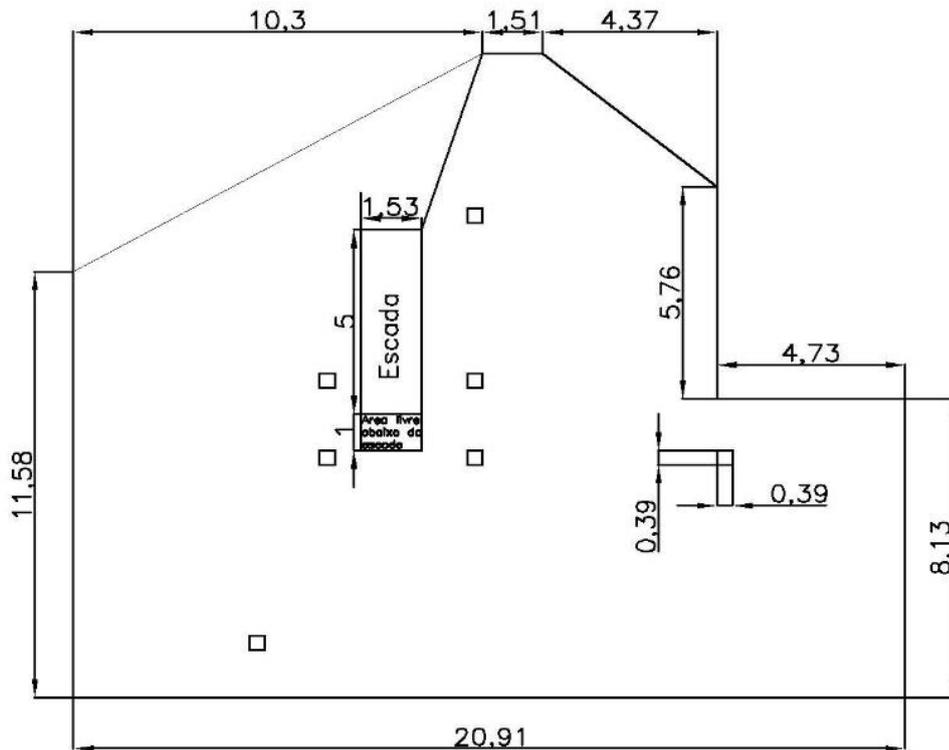


Figura 01 – layout da academia. Fonte: autores 2012.

A Tabela 04 apresenta o nome de cada aparelho analisado e suas respectivas áreas, quantidades existentes, valores de mercado, e variáveis correspondentes. Além disso, a Tabela 04 exibe o nível de prioridade na compra de aparelhos. São valores que variam entre 1 e 5, e que foram escolhidos de acordo com as necessidades e preferências da direção da academia. Esses valores são expressos na constante  $pri_i$ . A  $qma_i$  foi outra constante também definida pela mesma direção. Os valores de mercado foram obtidos no catálogo eletrônico da fabricante TRG Fitness.

Objeto	Variável	Área (m <sup>2</sup> )	Quantidade	Prioridade	Valor (R\$)
ABDUTOR/ADUTOR	$ap_1$	2.05	1	3	3870
GLUTEOS	$ap_2$	1.77	1	2	3100
EXTENSOR	$ap_3$	1.49	1	2	4080
FLEXOR SENTADO	$ap_4$	1.44	1	2	4270
ADUTOR	$ap_5$	1.78	1	1	3670
ABDUTOR	$ap_6$	1.89	1	1	3670
DESENVOLVIMENTO ARTICULADO	$ap_7$	1.71	1	1	1940
LEG PRESS HORIZONTAL	$ap_8$	3.11	1	1	4880
BANCO P/ DORSAL	$ap_9$	1.36	1	1	950
BANCO LIVRE INCLINADO	$ap_{10}$	3.88	1	1	710

Tabela 04 – Dados de entrada dos objetos da academia. Fonte: autores 2012.

O anexo A exibe a relação completa dos objetos na academia e suas respectivas características.

Neste ambiente, além dos aparelhos de musculação e ginástica, há também algumas mobílias que facilitam o cotidiano dos funcionários e clientes: um armário, onde são guardados os pertences dos clientes; uma pequena mesa de escritório; suportes, nos quais são armazenadas barras, halteres e bolas; e uma caixa onde são mantidos alguns pequenos acessórios. Além disso, parte da área total do salão ainda é ocupada por sete colunas de sustentação da construção e uma escada de acesso.

Salvo o nível de prioridade para compra de aparelhos, a administração da academia também definiu o valor máximo a ser gasto na aquisição de aparelhos, o que ficou estabelecido na quantia de oitenta mil reais (R\$80.000). Essa quantia corresponde à constante  $ve$ .

### 3.7. Resultados e análise

O modelo construído foi executado no software Lingo 11.0. A Função Objetivo foi maximizada para o valor duzentos e cinquenta e um. Nota-se um tempo de execução de um segundo, utilizando 50K de memória do computador.

A resposta obtida pelo software se mostrou satisfatória, indicando a aquisição dos aparelhos listados na Tabela 05. Para realizar as compras, a academia teria que investir

setenta e nove mil quinhentos e cinquenta e três reais (R\$79.553), valor menor que os oitenta mil reais (R\$80.00) estipulados e, portando, aceitável.

APARELHO	QUANTIDADE	VALOR GASTO
BANCO P/ DORSAL	3	R\$ 2.850,00
BANCO LIVRE INCLINADO	3	R\$ 2130,00
SCOTT	2	R\$ 2.270,00
ESTANTE PARA DUMBELLS	2	R\$ 1.270,00
BANCO DESENVOLVIMENTO	2	R\$ 1.630
BANCO LIVRE	2	R\$ 1.020
BICICLETA 1	4	R\$ 8.868
BICICLETA 2	3	R\$ 8.480
BICICLETA 3	4	R\$ 8.400
ESPALDAR 1	1	R\$ 735,00
ESPALDAR 2	2	R\$1.470,00
ESTEIRA	2	R\$ 10.800,00
SUPINO INCLINADO	3	R\$ 3.660,00
SUPINO DECLINADO	3	R\$ 3.780,00
SUPINO RETO	3	R\$ 2.985,00
SUORTE P/ ANILHAS	2	R\$ 680,00
TORRE P/ HALTERES	3	R\$ 1.785,00
PARALELA ABDOMINAL	2	R\$ 1.600,00
PANTURRILHA	2	R\$ 1.580,00
AGARRAMENTO	1	R\$ 800,00
PULLEY	3	R\$ 8.430,00
REMADA BAIXA	1	R\$ 2.810,00
SUORTE P/ BARRAS	2	R\$ 850,00
SUORTE P/ BOLAS	1	R\$ 690,00
TOTAL	56	R\$ 79.553,00

Tabela 05 – Compras a serem realizadas e custos respectivos. Fonte: autores 2012.

No anexo B, são mostrados a interface utilizada na construção do modelo e resultados obtidos no Lingo 11.0.

Analisando a solução, observa-se que as constantes  $pri_i$  proporcionaram o efeito esperado. Os aparelhos mais selecionados estão em conformidade com as preferências da academia. Além disso, a nenhum objeto apresentou uma quantidade menor do que a inicial, nem superior à estipulada, o que mostra a eficácia das restrições definidas. A restrição quanto a área total da academia foi respeitada. Dessa forma o somatório das

áreas de todos os objetos selecionados pelo algoritmo não ultrapassou os duzentos e oitenta e cinco metros quadrados.

#### **4. Considerações finais**

O aumento da demanda por academias provocou um crescimento da concorrência entre os empresários do setor. Para que consiga atrair mais clientes, e dessa forma consiga se manter no mercado, cada academia deve zelar por um nível de serviço adequado aos seus clientes. Para isso são necessários investimentos, entre outros fatores, em um ambiente físico bem planejado, de forma que além de espaços de circulação suficientes, a academia poderá ter também um número considerável de aparelhos de musculação. Porém na cidade de Ouro Preto (MG/Brasil), as academias possuem pouco espaço para serem realizadas as atividades, visto que a maioria das construções na cidade são antigas e não foram planejadas para suportar uma academia. Nessa realidade, uma academia que consiga aproveitar ao máximo o ambiente de musculação apresenta um diferencial perante suas concorrentes.

Diante desta situação, este trabalho apresentou uma formulação matemática utilizada para selecionar equipamentos de uma academia, afim de maximizar o preenchimento da área reservada ao desenvolvimento das atividades físicas em uma academia de Ouro Preto.

O modelo foi construído tomando como base um Problema de Mochila Inteira. Analisando o resultado obtido, o modelo se mostrou eficiente sob a aplicação proposta. Contudo, a solução aqui obtida não deve ser generalizada a outros casos, mesmo em academias. Cada estabelecimento possui suas particularidades, as quais devem ser lembradas durante a construção do modelo matemático.

Ainda que o modelo elaborado tenha mostrado resultado satisfatório, trabalhos estatísticos futuros poderão provar sua eficiência.

É importante ressaltar que modelo aqui construído não pretendeu encontrar a melhor disposição dos aparelhos na academia, condição esta que poderá ser estudada também em um trabalho futuro. O que se desejou neste estudo foi obter o máximo preenchimento do espaço disponível para alocar os equipamentos, considerando as devidas restrições. Valeu-se somente de um método exato para o cálculo da solução há outros métodos (tanto exatos quanto heurísticas) que permitem estudos futuros.

## Referências

ARENALES, M. ARMENTANO, V., MORABITO, R., & YANASSE, H. (2007). **Pesquisa Operacional: para cursos de engenharia**. Rio de Janeiro: Elsevier.

BEZERRA, D. R., RODRIGUES, R. F., CUNHA, U. S., & BARRETO, S. B. (2010). **Manejo Florestal Sustentável: Dificuldade Computacional e Otimização de Processos**. Universidade Federal do Amazonas, Manaus, Brasil.

CALDAS, R. B. (2004). **Projeto e Análise de Algoritmos**. Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, Brasil.

CORRÊA, S. A. M., FERREIRA, A. A. (2007). **Estratégia Competitiva das Academias de Ginástica da Cidade de São Paulo**. Universidade Paulista, São Paulo, Brasil.

COSTA, F. P. (2005). **Aplicações de técnicas de otimização a problemas de planejamento operacional de lavra em minas a céu aberto**. Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, Brasil.

FINCATTI, C. (2010). **Problema da Mochila**. Universidade Presbiteriana Mackenzie, São Paulo, Brasil.

FINK, C.; ARENALES, M. N. (2007). **A Programação da Produção em Fundições de Pequeno Porte: Modelagem Matemática e Métodos de Solução**. Dissertação de mestrado. Universidade de São Paulo, São Carlos, SP, Brasil.

KELLERER, H., PFERSCHY, U., & PISINGER, D. (2004). **Knapsack Problems**. Heidelberg, Germany: Springer.

LIU, A., WANG, J., HAN, G., WANG, S., & WEN, J. (2006). **Improved Simulated Annealing Algorithm Solving for 0/1 Knapsack Problem**. Sixth International Conference on Intelligent Systems Design and Applications, Jinan, China. Retrieved september 15, 2012, from <http://ieeexplore.ieee.org/xpl/login.jsp?tp=&arnumber=4021828&url=htt>

p%3A%2F%2Fieeexplore.ieee.org%2Fstamp%2Fstamp.jsp%3Ftp%26  
arnumber%3D4021828

MARTELLO, S., TOTH, P. (1990). **Knapsack problems: algorithms and computer implementations**. New York, USA: John Wiley & Sons Inc.

NOGUEIRA, R. T., JR, G. G. P., PÓVOA, C. L. R. (2006). **Uma heurística GRASP para o problema do pequeno investidor**. XIII SIMPEP, Bauru, Brasil.

RESOLUÇÃO CONFEF nº 052/2002 (2002). Rio de Janeiro. Recuperado em 20 agosto 2012, de [http://www.confef.org.br/extra/resolucoes/conteudo.asp?cd\\_resol=91&textoBusca=](http://www.confef.org.br/extra/resolucoes/conteudo.asp?cd_resol=91&textoBusca=)

ROTH, C. W. (2007). **A competitividade das academias de ginástica de Santa Maria. Dissertação de mestrado**. Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, RS, Brasil.

SINGH, R. P. (2011). **Solving 0–1 Knapsack problem using Genetic Algorithms**. 3rd International Conference Communication Software and Networks, Yibin, China. Disponível em: Retrieved september 18, 2012, from <http://ieeexplore.ieee.org/xpl/login.jsp?tp=&arnumber=6013975&url=htt>  
p%3A%2F%2Fieeexplore.ieee.org%2Fstamp%2Fstamp.jsp%3Ftp%26  
arnumber%3D6013975

STEIN, J. D. (2008). **Como a matemática explica o mundo: O poder dos números no cotidiano**. Rio de Janeiro: Campus.

TAHA, H. A. (2008). **Pesquisa Operacional: Uma Visão Geral** (8a ed.). São Paulo: Pearson Prentice Hall.

ZORZAL, E. R., SILVA, L. F., CARDOSO, A., KIRNER, C., JÚNIOR, E. L., YAMANAKA, K. (2006). **A Visualização de Dados por meio de Realidade Virtual e o Algoritmo de Busca Tabu aplicados ao Problema de Carregamento de Veículos**. Anais do III Simpósio Brasileiro de Sistemas de Informação, Curitiba, Brasil.

## Anexos

### ANEXO A – DADOS DE ENTRADA DE TODOS OS OBJETOS DA ACADEMIA

Objeto	Variável	Área (m²)	Quantidade	Prioridade	Valor (R\$)	Objeto	Variável	Área (m²)	Quantidade	Prioridade	Valor (R\$)
ABDUTOR/ADUTOR	ap <sub>1</sub>	2.05	1	3	3870	SUPORTE P/ ANILHAS	ap <sub>27</sub>	0.53	1	1	340
GLUTEOS	ap <sub>2</sub>	1.77	1	2	3100	TORRE P/ HALTERES	ap <sub>28</sub>	0.18	2	1	595
EXTENSOR	ap <sub>3</sub>	1.49	1	2	4080	FLEXOR HORIZONTAL	ap <sub>29</sub>	2.32	1	1	3725
FLEXOR SENTADO	ap <sub>4</sub>	1.44	1	2	4270	DESENVOLVIMENTO	ap <sub>30</sub>	1.99	1	1	2200
ADUTOR	ap <sub>5</sub>	1.78	1	1	3670	PARALELA ABDOMINAL	ap <sub>31</sub>	1.04	1	1	800
ABDUTOR	ap <sub>6</sub>	1.89	1	1	3670	LEG PRESS 45°	ap <sub>32</sub>	2.54	2	1	2980
DESENVOLVIMENTO ARTICULADO	ap <sub>7</sub>	1.71	1	1	1940	PANTURRILHA	ap <sub>33</sub>	1.00	1	1	790
LEG PRESS HORIZONTAL	ap <sub>8</sub>	3.11	1	1	4880	HACK	ap <sub>34</sub>	4.39	1	1	2980
BANCO P/ DORSAL	ap <sub>9</sub>	1.36	1	1	950	AGACHAMENTO	ap <sub>35</sub>	3.23	1	1	800
BANCO LIVRE INCLINADO	ap <sub>10</sub>	3.88	1	1	710	REMADA	ap <sub>36</sub>	1.79	1	3	3290
SCOTT	ap <sub>11</sub>	1.34	2	2	1135	MULTI	ap <sub>37</sub>	3.80	1	1	3625
LEG PRESS MAQUINA	ap <sub>12</sub>	2.85	1	1	4880	CROSS OVER	ap <sub>38</sub>	4.37	1	1	5070
ESTANTE PARA DUMBELLS	ap <sub>13</sub>	1.89	1	1	635	PULLEY	ap <sub>39</sub>	1.75	1	3	2810
BANCO DESENVOLVIMENTO	ap <sub>14</sub>	0.71	1	1	815	REMADA BAIXA	ap <sub>40</sub>	2.42	1	2	2810
BANCO LIVRE	ap <sub>15</sub>	2.80	2	3	510	SUPORTE P/ BARRAS	ap <sub>41</sub>	0.26	1	1	425
SUPINO RETO ARTICULADO	ap <sub>16</sub>	3.12	1	1	1850	VOADOR	ap <sub>42</sub>	1.73	1	2	3660
BICICLETA 1	ap <sub>17</sub>	0.93	1	4	2217	SUPORTE BOLAS	ap <sub>43</sub>	0.52	1	1	690
BICICLETA 2	ap <sub>18</sub>	0.75	2	4	2820	COLCHONETES	ap <sub>44</sub>	0.57	1*	1	30
BICICLETA 3	ap <sub>19</sub>	0.88	1	4	2100	ARMÁRIO	ap <sub>45</sub>	0.51	1	1	100
ESPALDAR 1	ap <sub>20</sub>	1.50	2	1	735	MESA	mesa	1.00	1		
ESPALDAR 2	ap <sub>21</sub>	1.04	1	1	735	CAIXA DE EQUIPAMENTOS	caixa	0.17	1		
ESTEIRA	ap <sub>22</sub>	1.60	7	5	5400	COLUNA	coluna	0.15	7		
SUPINO INCLINADO	ap <sub>23</sub>	3.83	1	3	1220	ESCADA	escada	15.57	1		
SUPINO DECLINADO	ap <sub>24</sub>	3.61	1	3	1260	CORREDOR GRANDE	corredor 1	19.00	1		
SUPINO RETO	ap <sub>25</sub>	3.70	2	3	995	CORREDOR PEQUENO	corredor 2	10.00	2		
SUPINO INCINADO ARTICULADO	ap <sub>26</sub>	2.54	1	1	1970	*Os colchonetes ficam empilhados, ocupando a área de apenas uma unidade					

# ANEXO B – INTERFACE E RESULTADOS OBTIDOS NO LINGO 11

**LINGO 11.0 Solver Status [ACADEMIA]**

Solver Status	Model Class: ILP	Variables: Total: 52, Nonlinear: 0, Integers: 45
State: Global Opt	Objective: 251	Constraints: Total: 94, Nonlinear: 0
Infeasibility: 0	Iterations: 47	Nonzeros: Total: 277, Nonlinear: 0
Extended Solver Status	Solver Type: B-and-B	Generator Memory Used (K): 50
Best Obj: 251	Obj Bound: 251	Elapsed Runtime (hh:mm:ss): 00:00:00
Steps: 0	Active: 0	

Update Interval: 2 | Interrupt Solver | Close

**LINGO 11.0 - [LINGO Model - ACADEMIA]**

```

Model:
Title PROBLEMA DA MOCHILA INTEIRA APLICADA A UMA ACADEMIA DE OURO PRETO;
SETS:
V1 /1..45/: APARELHO, PRIORIDADE, QUANTIDADE_MINIMA, QUANTIDADE_MAXIMA, DIMENSAO_APARELHO, VALOR_DO_APARELHO;
V6 /1..6/: OBJETO, DIMENSAO_OBJETO, QUANTIDADE_OBJETO;
ENDSETS
DATA:
DIMENSAO_APARELHO = @OLE('DIMENSOES.XLSX', 'APARELHOS');
VALOR_DO_APARELHO = @OLE('DIMENSOES.XLSX', 'VALOR_DO_APARELHO');
QUANTIDADE_MINIMA = @OLE('DIMENSOES.XLSX', 'QUANTIDADE_MINIMA');
QUANTIDADE_MAXIMA = @OLE('DIMENSOES.XLSX', 'QUANTIDADE_MAXIMA');
QUANTIDADE_OBJETO = @OLE('DIMENSOES.XLSX', 'QUANTIDADE_OBJETO');
PRIORIDADE = @OLE('DIMENSOES.XLSX', 'PRIORIDADE');
AREA_TOTAL = 255;
VALOR_ESTIPULADO = 90000;
DIMENSAO_OBJETO = @OLE('DIMENSOES.XLSX', 'OBJETO ');
ENDDATA

| Função objetivo:
[FUNCAO_OBJETIVO] MAX = @SUM(V1(I): (APARELHO(I)*PRIORIDADE(I)));

[RESTRICAO_1] (@SUM(V1(I): APARELHO(I)*DIMENSAO_APARELHO(I)) + @SUM(V6(J): OBJETO(J)*DIMENSAO_OBJETO(J))) <= AREA_TOTAL;

@FOR(V1(J): APARELHO(J) >= QUANTIDADE_MINIMA(J));
@FOR(V1(J): APARELHO(J) <= QUANTIDADE_MAXIMA(J));

[RESTRICAO_2] (@SUM(V1(I): (APARELHO(I)-QUANTIDADE_MINIMA(I))*VALOR_DO_APARELHO(I))) <= VALOR_ESTIPULADO;

@FOR(V1(J): @GIN(APARELHO(J)));

@SUM(V1(I): (APARELHO(I)-QUANTIDADE_MINIMA(I))*VALOR_DO_APARELHO(I)) = custo;

DATA:
@text('custo.txt') = custo;
ENDDATA
    
```

Ready | NUM | Ln 43, Col 8 | 7:57 pm