

## Primeira lista de exercícios de Cálculo Diferencial e Integral III

1) Determine a região de integração  $D$  e troque a ordem de integração das seguintes integrais:

$$(a) \int_0^1 \int_{x^3}^{\sqrt{x}} f(x, y) dy dx.$$

$$(b) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_{\cos x}^1 f(x, y) dx dy.$$

2) As integrais abaixo não podem ser calculadas exatamente, em termos de funções elementares, com a ordem de integração dada. Inverta a ordem de integração e faça os cálculos.

$$(a) \int_0^1 \int_y^1 e^{x^2} dx dy. \text{ resp. } \frac{e-1}{2}$$

$$(b) \int_0^1 \int_x^1 \frac{\operatorname{sen} y}{y} dy dx. \text{ resp. } 1 - \cos 1$$

3) Determine a área da região limitada pelas curvas:

$$(a) 2y = 16 - x^2 \text{ e } x + 2y + 4 = 0. \text{ resp. } \frac{243}{4}$$

$$(b) x = y^3, x + y = 2 \text{ e } y = 0. \text{ resp. } \frac{5}{4}$$

4) Calcule  $\int \int_D \frac{y+2x}{\sqrt{y-2x-1}} dx dy$ , onde  $D$  é a região do plano  $xy$  limitada pelas retas  $y-2x=2$ ,  $y+2x=2$ ,  $y-2x=1$  e  $y+2x=1$ . **resp.**  $\frac{3}{4}$

5) Calcule  $\int \int_D (2x+1) dx dy$ , onde  $D$  é a região no primeiro quadrante do plano  $xy$ , limitada pelas curvas  $y=x^2$ ,  $y=x^2+1$ ,  $x+y=1$  e  $x+y=2$ . **resp.** 1

6) Calcule, usando mudança polar, as seguinte integrais:

(a)  $\int \int_D (x^2 + y^2) dx dy$ , onde  $D$  é a região no primeiro quadrante do plano  $xy$  limitada por  $x^2 + y^2 = 1$ ,  $x^2 + y^2 = 4$ ,  $y = x$  e  $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$ . **resp.**  $\frac{5\pi}{16}$

(b)  $\int \int_D x^2 y dx dy$ , onde  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x - 1)^2 + y^2 \leq 1\}$ . **resp.** Zero

7) Determine a área da região  $D$  do plano  $xy$  definida por

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + (y - 2)^2 \leq 4 \text{ e } x^2 + y^2 \geq 4\}.$$

**resp.**  $\frac{4\pi}{3} + 2\sqrt{3}$

8) Calcule o volume dos sólidos  $W$  descritos abaixo:

(a)  $W$  é limitado pelo cone  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$  e o parabolóide  $z = x^2 + y^2$ . **resp.**  $\frac{\pi}{6}$

(b)  $W = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, x^2 + y^2 \leq 2y\}$ . **resp.**  $\frac{16\pi}{3} - \frac{64}{9}$

9) Calcule  $\int \int \int_W (x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{1}{2}} dx dy dz$ , onde  $W$  é o sólido definido por:

(a)  $W = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq a^2\}$ . **resp.**  $\pi a^4$

(b)  $W = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq x\}$ . **resp.**  $\frac{\pi}{10}$