

UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO - UFOP
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA - ICEB
1º LISTA DE EXERCÍCIOS

1) Construir as tabelas-verdade das proposições abaixo:

- (a) $\sim(p \vee \sim q)$
- (b) $\sim(p \rightarrow \sim q)$
- (c) $p \wedge q \rightarrow p \vee q$
- (d) $\sim p \rightarrow (q \rightarrow p)$
- (e) $(p \rightarrow q) \rightarrow p \wedge q$
- (f) $q \leftrightarrow \sim q \wedge p$
- (g) $(p \leftrightarrow \sim q) \leftrightarrow q \rightarrow p$
- (h) $(p \leftrightarrow \sim q) \rightarrow \sim p \wedge q$

2) Construir as tabelas-verdade das proposições abaixo:

- (a) $\sim p \wedge r \rightarrow q \vee \sim r$
- (b) $p \rightarrow r \leftrightarrow q \vee \sim r$
- (c) $p \rightarrow (p \rightarrow \sim r) \leftrightarrow q \vee r$
- (d) $(p \wedge q \rightarrow r) \vee (\sim p \leftrightarrow q \vee \sim r)$

3) Construir as tabelas-verdade das proposições abaixo:

- (a) $\sim(\sim p \leftrightarrow q)$
- (b) $\sim p \vee q \rightarrow p$
- (c) $(p \vee q) \wedge \sim(p \wedge q)$
- (d) $(p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge q)$
- (e) $\sim((p \vee q) \wedge (\sim p \vee \sim q))$
- (f) $\sim q \vee p \leftrightarrow q \rightarrow \sim p$
- (g) $(p \vee q) \wedge \sim p \rightarrow (q \rightarrow p)$

4) Construir as tabelas-verdade das proposições abaixo:

- (a) $p \vee (q \wedge r)$
- (b) $(p \wedge \sim q) \vee r$

- (c) $\sim p \vee (q \wedge \sim r)$
- (d) $(p \vee q) \wedge (p \vee r)$
- (e) $(p \vee \sim r) \wedge (q \vee \sim r)$
- (f) $\sim(p \vee \sim q) \wedge (\sim p \vee r)$

5) Sabendo que os valores lógicos das proposições p e q são respectivamente F e V , determinar o valor lógico (V ou F) da proposição:

$$(p \wedge (\sim q \rightarrow p)) \wedge \sim((p \leftrightarrow \sim q) \rightarrow q \vee \sim p)$$

6) Sabendo que os valores lógicos das proposições p, q e r são respectivamente V, F e F , determinar o valor lógico (V ou F) de cada uma das seguintes proposições:

- (a) $(p \leftrightarrow p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow r)$
- (b) $(p \rightarrow \sim q) \leftrightarrow ((p \vee r) \wedge q)$
- (c) $(p \wedge q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow (q \rightarrow r))$

7) Sabendo que $V(p) = V(r) = V$ e $V(q) = V(s) = F$ determinar o valor lógico (V ou F) de cada uma das seguintes proposições:

- (a) $p \wedge q \leftrightarrow r \wedge \sim s$
- (b) $(p \leftrightarrow q) \rightarrow (s \leftrightarrow r)$
- (c) $(\sim p \rightarrow q) \rightarrow (s \rightarrow r)$
- (d) $(p \wedge q) \vee s \rightarrow (p \leftrightarrow s)$
- (e) $(q \wedge r) \wedge s \rightarrow (p \leftrightarrow s)$
- (f) $p \rightarrow \sim q \leftrightarrow (p \vee r) \wedge s$
- (g) $(p \wedge q) \wedge (r \wedge s) \rightarrow p \vee s$
- (h) $(\sim p \vee s) \vee (\sim s \wedge r)$

8) Suprimir o maior número possível de patênteses nas seguintes proposições:

- (a) $((q \leftrightarrow (r \vee q)) \leftrightarrow (p \wedge (\sim(\sim q))))$
- (b) $((p \wedge (\sim(\sim q))) \leftrightarrow (q \leftrightarrow (r \vee q)))$
- (c) $((((p \vee q) \rightarrow (\sim r)) \vee (((\sim q) \wedge r) \wedge q)))$

9) Determinar quais das seguintes proposições são tautologias, contradições ou contingências :

- (a) $p \rightarrow (\sim p \rightarrow q)$

- (b) $\sim p \vee q \rightarrow (p \rightarrow q)$
- (c) $p \rightarrow (q \rightarrow (q \rightarrow p))$
- (d) $((p \rightarrow q) \leftrightarrow q) \rightarrow p$
- (e) $p \vee \sim q \rightarrow (p \rightarrow \sim q)$
- (f) $\sim p \vee \sim q \rightarrow (p \rightarrow q)$
- (g) $p \rightarrow (p \vee q) \vee r$
- (h) $p \wedge q \rightarrow (p \leftrightarrow q \vee r)$

10) Mostre que:

- (a) $q \Rightarrow p \rightarrow q$
- (b) $q \Rightarrow p \wedge q \leftrightarrow p$

11) Mostrar que $p \leftrightarrow \sim q$ **não implica** $p \rightarrow q$, p **não implica** $p \wedge q$ e que $p \vee q$ **não implica** p .

12) Demonstrar por tabelas-verdade as seguintes equivalências:

- (a) $p \leftrightarrow p \wedge q \Leftrightarrow p \rightarrow q$
- (b) $q \leftrightarrow p \vee q \Leftrightarrow p \rightarrow q$
- (c) $(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r) \Leftrightarrow p \rightarrow q \wedge r$
- (d) $(p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow r) \Leftrightarrow p \rightarrow q \vee r$
- (e) $(p \rightarrow q) \rightarrow r \Leftrightarrow p \wedge \sim r \rightarrow \sim q$

13) Demonstrar que o conectivo " $\underline{\vee}$ " ("ou" exclusivo) exprime-se em função dos três conectivos \sim , \wedge e \vee do seguinte modo:

$$p \underline{\vee} q \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge \sim(p \wedge q)$$

14) Demonstrar que os três conectivos \sim , \wedge e \vee exprime-se em função do conectivo " \downarrow " de SCHEFFER do seguinte modo:

- (a) $\sim p \Leftrightarrow p \downarrow p$
- (b) $p \vee q \Leftrightarrow (p \downarrow q) \downarrow (p \downarrow q)$
- (c) $p \wedge q \Leftrightarrow (p \downarrow p) \downarrow (q \downarrow q)$

15) Demonstrar que os três conectivos \sim , \wedge e \vee exprime-se em função do conectivo " \uparrow " de SCHEFFER do seguinte modo:

- (a) $\sim p \Leftrightarrow p \uparrow p$

$$(b) p \vee q \Leftrightarrow (p \uparrow p) \uparrow (q \uparrow q)$$

$$(c) p \wedge q \Leftrightarrow (p \uparrow q) \uparrow (p \uparrow q)$$

16) Determinar o conjunto verdade em \mathbb{Z} (conjunto dos números inteiro) de cada uma das seguintes sentenças abertas:

$$(a) x^2 - 9 = 0$$

$$(b) x^2 \leq 3$$

$$(c) 3x^2 - 12 = 0$$

$$(d) 2x^2 + 5x = 0$$

$$(e) x^2 - x - 12 = 0$$

$$(f) |2x - 1| = 5$$

GABARITO

(1).

(a) FFVF

(b) VFFF

(c) VVVV

(d) VVFFV

(e) VVFF

(f) FFFV

(g) FVFF

(h) VFVV

(2).

(a) VVVVVVVFV

(b) VFFFVFFV

(c) FVFFVVVF

(d) VFVVVVVV

(3).

- (a) VFFV
- (b) VVFF
- (c) FVVF
- (d) FVVF
- (e) VFFV
- (f) FVFV
- (g) VVFFV

(4).

- (a) VVVVVFFF
- (b) VFVVVFVF
- (c) FVFFVVVV
- (d) VVVVVFFF
- (e) VVFVFVFV
- (f) FFFFVVFF

(5). F

(6).

- (a) F
- (b) F
- (c) V

(7).

- (a) F
- (b) V
- (c) V
- (d) V
- (e) V
- (f) F
- (g) V

(h) V

(8).

(a) $(q \leftrightarrow r \vee q) \leftrightarrow (p \wedge \sim\sim q)$

(b) $p \wedge \sim\sim q \leftrightarrow (q \leftrightarrow r \vee q)$

(c) $(p \vee q \rightarrow \sim r) \vee (\sim q \wedge r \wedge q)$

(9). (a), (b), (c), (g), (h) tautológicas e (d), (e), (f) contingentes.

(16).

(a) $\{-3, 3\}$

(b) $\{-1, 0, 1\}$

(c) $\{-2, 2\}$

(d) $\{0\}$

(e) $\{-3, 4\}$

(f) $\{-2, 3\}$