

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO - UFOP**  
**DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA - ICEB**  
**2º LISTA DE CÁLCULO C**

1) Calcule  $\int_C f ds$ , onde

a)  $f(x, y) = x + y$  e  $C$  é a fronteira do triângulo de vértices  $(0, 0)$ ,  $(1, 0)$  e  $(0, 1)$ .

**Resp.**  $1 + \sqrt{2}$

b)  $f(x, y) = x^2 - y^2$  e  $C$  é a circunferência  $x^2 + y^2 = 4$ .

**Resp.** Zero

c)  $f(x, y) = y^2$  e  $C$  tem equações paramétricas  $x = t - \sin t$ ,  $y = 1 - \cos t$ ,  $0 \leq t \leq 2\pi$ .

**Resp.**  $\frac{256}{15}$

d)  $f(x, y, z) = e^{\sqrt{z}}$  e  $C$  é definida por  $\sigma(t) = (1, 2, t^2)$ ,  $0 \leq t \leq 1$ .

**Resp.** 2

e)  $f(x, y, z) = yz$  e  $C$  é o segmento de reta de extremidades  $(0, 0, 0)$  e  $(1, 3, 2)$ .

**Resp.**  $2\sqrt{14}$

2) Calcule  $\int_C F \cdot dr$ , onde

a)  $F(x, y) = (x^2 - 2xy, y^2 - 2xy)$  e  $C$  é a parábola  $y = x^2$  de  $(-2, 4)$  a  $(1, 1)$ .

**Resp.**  $-\frac{369}{10}$

b)  $F(x, y) = \left( \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}, \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} \right)$  e  $C$  é a circunferência de centro na origem e raio  $a$ , percorrida no sentido anti-horário.

**Resp.** Zero

c)  $F(x, y) = (x^2 + y^2, x^2 - y^2)$  e  $C$  é a curva de equação  $y = 1 - |1 - x|$  de  $(0, 0)$  a  $(2, 0)$ .

**Resp.**  $\frac{4}{3}$

d)  $F(x, y, z) = (x, y, xz - y)$  e  $C$  é o segmento de reta de  $(0, 0, 0)$  a  $(1, 2, 4)$ .

**Resp.**  $\frac{23}{3}$

e)  $F(x, y, z) = (yz, xz, x(y+1))$  e  $C$  é a fronteira do triângulo de vértices  $(0, 0, 0)$ ,  $(1, 1, 1)$  e  $(-1, 1, -1)$ , percorrida nesta ordem.

**Resp.** Zero

3) Determine uma função potencial para cada campo gradiente  $F$ :

a)  $F(x, y) = (e^x \text{sen} y, e^x \text{cos} y)$ .

**Resp.**  $f(x, y) = e^x \text{sen} y$

b)  $F(x, y) = (3x^2 + 2y - y^2 e^x, 2x - 2y e^x)$ .

**Resp.**  $f(x, y) = x^3 + 2xy - y^2 e^x$

c)  $F(x, y, z) = (y \text{sen} z, x \text{sen} z, xy \text{cos} z)$ .

**Resp.**  $f(x, y, z) = xy \text{sen} z$

4) Use o Teorema de Green para calcular  $\oint_C \frac{x^2 - y^2}{2} dx + \left( \frac{x^2}{2} + y^4 \right) dy$ , onde  $C$  é a fronteira da região  $D$  definida por  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, x \geq 0, y \geq 0\}$ , orientada no sentido anti-horário.

**Resp.**  $\frac{14}{3}$

5) Verifique que as seguintes integrais independem do caminho e calcule seus valores.

a)  $\int_C \frac{y dx - x dy}{x^2}$ , onde  $C$  é uma curva que ligando o ponto  $(1, -2)$  ao ponto  $(3, 4)$ .

**Resp.**  $-\frac{10}{3}$

b)  $\int_C \frac{3x^2}{y} dx - \frac{x^3}{y^2} dy$ , onde  $C$  é uma curva ligando o ponto  $(0, 2)$  ao ponto  $(1, 3)$ .

**Resp.**  $\frac{1}{3}$