UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO - UFOP

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA - ICEB

1º LISTA DE CÁLCULO 1

1) Resolva as seguintes inequações:

a) $|x+27| \geq 0$

b) $|x-2| < 0$

c) $|2x+3| > 0$

d) $3 < |3-x|$

e) $2x - 3\,|x| - 4 \geq 0$

f) $|x^2 - 1| \leq 1$

g) $\dfrac{x}{|x-2|} > 2$

h) $x \leq \dfrac{x+3}{x-1}$

i) $\dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{x+2} \geq 0$

j) $\dfrac{1}{x} + \dfrac{2}{2-x} < 1$

k) $\dfrac{1-x}{2+x} \leq -\dfrac{2}{3x-4}$

2) Dê a equação da reta r', paralela a r, que passa pelo ponto P.

a) $r : y = 5x + 2,\ P = (-1, 5)$.

b) $r : 4x - 3y + 6 = 0,\ P = (3, -5)$.

3) Determine quais retas são paralelas ou perpendiculares:

- $r_1 : 2x + y - 1 = 0$
- $r_2 : x + 2y + 1 = 0$
- $r_3 : y = 2x - 3$

- $r_4 : 3x + 6y - 3 = 0$

4) Prove as seguintes identidades:

a) $\text{sen}(2t) = 2\text{sen}(t)\cos(t)$

b) $\cos(2t) = 1 - 2\text{sen}^2(t)$

c) $\tan\left(\frac{t}{2}\right) = \frac{\text{sen}(t)}{1+\cos(t)}$

d) $\cos^2(t) = \frac{1+\cos(2t)}{2}$

e) $\text{sen}^2(t) = \frac{1-\cos(2t)}{2}$

5) Determine o domínio das seguintes funções:

a) $\frac{1}{x^2+3x-40}$

b) $|x-1|$

c) $\frac{x+1}{x^2+1}$

d) $\frac{1}{1-\frac{1-x}{x}}$

e) $\sqrt{x^2-1}$

f) $\frac{1}{1-\sqrt{x-1}}$

g) $\frac{\sqrt{2x-x^2}}{\sqrt{2-x-x^2}}$

h) $\frac{1}{\cos x}$

i) $\sqrt{\text{sen} x}$

j) $\sqrt{1-\sqrt{1+x^2}}$

6) Determine quais das funções abaixo são pares ou ímpares (justificando a sua resposta). Quando não for nem par e nem ímpar, dê um contra-exemplo.

a) $\dfrac{x}{x^3 - x^5}$

b) $\sqrt{1 - x^2}$

c) $x^2 \text{sen} x$

d) $\text{sen}(\cos x)$

e) $\text{sen}(\text{sen} x)$

f) $\text{sen}^2 x - \cos x$

g) $\text{sen} x + \cos x$

h) $\sqrt{x^2} - |x|$

7) Considere

$$f(x) = \begin{cases} x+3 & \text{se } \ x \geq 0, \\ x^2 & \text{se } \ x < 0, \end{cases} \qquad g(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{se } \ x \geq 3, \\ x & \text{se } \ x < 3. \end{cases}$$

Calcule $f \circ g$ e $g \circ f$.

8) Mostre que a função $f : (-1, 0) \to (0, 1)$ definida por $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$ é bijetiva, e calcule f^{-1}. Esboce o gráfico de f^{-1}.

9) Considere a função $f : (-1, \infty) \to I\!R$ definida por $f(x) = \dfrac{1}{x+1}$. A partir do gráfico de f, dê seu conjunto imagem, e mostre que $f : (-1, \infty) \to \text{Im}(f)$ é uma bijeção. Em seguida, dê a sua função inversa.

10) Seja

$$f(x) = \begin{cases} 5 - x & \text{se } \ x \geq 2, \\ \dfrac{x}{2} & \text{se } \ x < 2. \end{cases}$$

Esboce o gráfico de f e calcule os limites $\lim\limits_{x \to 2^+} f(x)$, $\lim\limits_{x \to 2^-} f(x)$ e $\lim\limits_{x \to 2} f(x)$.

11) Determine os seguintes limites:

a) $\lim\limits_{x \to 2} (2x^2 - 4x + 5)$

b) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^3 - 1}{x - 1}$

c) $\lim\limits_{x \to \frac{3}{2}} \sqrt{\dfrac{8x^3 - 27}{4x^2 - 9}}$

d) $\lim_{x\to 1} \frac{\sqrt{x}-1}{x-1}$

e) $\lim_{x\to -2} \frac{x^3-x^2-x+10}{x^2+3x+2}$

f) $\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{x+9}-3}{x}$

g) $\lim_{x\to 2^+} \frac{x+2}{x^2-4}$

h) $\lim_{x\to 2^-} \frac{x+2}{x^2-4}$

i) $\lim_{x\to 0^-} \frac{\sqrt{3+x^2}}{x}$

j) $\lim_{x\to 3^+} \frac{\sqrt{x^2-9}}{x-3}$

k) $\lim_{x\to 1^-} \frac{2x^3-5x^2}{x^2-1}$

l) $\lim_{x\to 0^+} \left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}\right)$

m) $\lim_{x\to 0} \left(x^2 \cos\frac{1}{x}\right)$

n) $\lim_{x\to 0} \left|x \operatorname{sen}\frac{1}{x}\right|$

o) $\lim_{x\to 0} \left(x^2 \operatorname{sen}\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)$

p) $\lim_{x\to 3} g(x)$, se $|g(x)+4| < 2(3-x)^4$ para todo x.

12) Dada

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{se } x \leq -2, \\ ax+b & \text{se } -2 < x < 2, \\ 2x-6 & \text{se } 2 \leq x. \end{cases}$$

Encontre os valores de a e b, tais que $\lim_{x\to -2} f(x)$ e $\lim_{x\to 2} f(x)$ ambos existam.