UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO - UFOP

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA - ICEB

2º LISTA DE CÁLCULO 1

1) Determine os limites abaixo:

a) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{2x+1}{5x-2}$

b) $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{6x-4}{3x-1}$

c) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\sqrt{x^2+4}}{x+4}$

d) $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(\dfrac{2}{x^2} - 4x\right)$

e) $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{\sqrt{x^2-2x+3}}{x+5}$

f) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\sqrt{x^4+1}}{2x^2-3}$

2) Encontre as assíntotas horizontal e vertical e trace um esboço do gráfico da função.

a) $f(x) = \dfrac{2x+1}{x-3}$

b) $f(x) = 1 - \dfrac{1}{x}$

c) $f(x) = \dfrac{2}{\sqrt{x^2-4}}$

d) $f(x) = \dfrac{4x^2}{x^2-9}$

e) $f(x) = \dfrac{2x}{6x^2+11x-10}$

f) $f(x) = \dfrac{4x^2}{\sqrt{x^2-2}}$

3) Verifique se cada função abaixo é contínua no número b e faça um esboço do seu gráfico.

a) $f(x) = \dfrac{x^2+x-6}{x+3}$; $b = -3$

b) $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2+x-6}{x+3} & \text{se } \ x \neq -3, \\ 1 & \text{se } \ x = -3, \end{cases}$; $b = -3$

c) $f(x) = \begin{cases} \dfrac{5}{x-4} & \text{se } \ x \neq 4, \\ 2 & \text{se } \ x = 4, \end{cases}$; $b = 4$

d) $f(x) = \begin{cases} x^2-4 & \text{se } \ x < 2, \\ 4 & \text{se } \ x = 2, \\ 4-x^2 & \text{se } \ 2 < x, \end{cases}$; $b = 2$

e) $f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sqrt{x}-2}{x-4} & \text{se } \ x \neq 4, \\ \dfrac{1}{4} & \text{se } \ x = 4, \end{cases}$; $b = 4$

4) Encontre os valores das constantes c e k que tornam a função contínua em $I\!R$ e faça um esboço do seu gráfico.

a) $f(x) = \begin{cases} 3x+7 & \text{se } \ x \leq 4, \\ kx-1 & \text{se } \ 4 < x, \end{cases}$

b) $f(x) = \begin{cases} x & \text{se } \ x \leq 1, \\ cx+k & \text{se } \ 1 < x < 4, \\ -2x & \text{se } \ 4 \leq x, \end{cases}$

5) Enuncie o teorema do valor intermediário. Em seguida, mostre que o teorema do valor intermediário garante que a equação $x^3 + -4x + x + 3 = 0$ tenha raiz entre 1 e 2.

6) Sabendo que $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\text{sen} x}{x} = 1$, mostre que $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{1-\cos x}{x} = 0$.

7) Calcule o limite:

a) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\text{sen } 4x}{x}$

b) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\text{sen } 9x}{\text{sen } 7x}$

c) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{3x}{\text{sen } 5x}$

d) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{x^2}{\text{sen}^2 \ 3x}$

e) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\text{sen}^3 \ x}{x^2}$

f) $\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos 4x}{x}$.

g) $\lim_{x\to 0} \frac{3x^2}{1-\cos^2 \frac{x}{2}}$

h) $\lim_{x\to 0} \frac{\text{tg } x}{2x}$

i) $\lim_{x\to 0^+} \frac{\text{sen } x}{x^2}$

j) $\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos 2x}{\text{sen } 3x}$

k) $\lim_{x\to \frac{\pi}{2}} \frac{1-\text{sen} x}{\frac{\pi}{2}-x}$ (Sugestão: faça $t = \frac{\pi}{2} - x$)

l) $\lim_{x\to \pi^+} \frac{\text{sen } x}{\pi - x}$ (Sugestão: faça $t = x - \pi$)

m) $\lim_{x\to 0} \frac{x^2+3x}{\text{sen } x}$

n) $\lim_{x\to 0} \frac{\text{sen}(\text{sen } x)}{x}$