Trabalho de Cálculo Diferencial e Integral III

Data de entrega: 27/09, sexta-feira, no final da aula.

1) Dê uma parametrização para as seguintes curvas:

(a) a reta $2x - 3y = 6$.

(b) a parábola $x^2 = 4ay$.

(c) a circunferência $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$.

(d) a elipse $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1, \quad x \geq 0$.

(e) o ramo da hipérbole $\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 1, \quad x \geq a$.

(f) a reta $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+1}{3} = \dfrac{z-1}{2}$.

(g) o segmento de reta que liga os pontos $A = (-1, 0, 2)$ e $B = (2, 3, 3)$.

2) Se $\sigma'(t) = (\mathrm{sen}^2(t), 2\cos^2(t))$ e $\sigma(\pi) = (0, 0)$, encontre $\sigma(t)$.

3) Seja C uma curva parametrizada por $\sigma(t) = (\cos t, \mathrm{sen} t, 1 - 2\mathrm{sen} t)$, $0 \leq t \leq 2\pi$.

(a) Determine o vetor $\sigma'(t)$.

(b) Determine a equação da reta tangente à curva no ponto $(-1, 0, 1)$.

4) Seja $\sigma(t) = (\cos 2t, -3\mathrm{sen} t)$ o vetor posição de uma partícula se movendo, em cada instante t. Determine:

(a) o vetor velocidade $V(t)$;

(b) o vetor aceleração $A(t)$;

(c) a velocidade escalar no instante $t = \pi$;

(d) dois vetores tangentes unitários à trajetória da partícula em $t = \pi$. Em seguida, trace um esboço da trajetória da partícula e represente geometricamente os vetores $V(\pi)$ e $A(\pi)$.

5)Uma partícula partindo do ponto $\left(\frac{1}{\sqrt{3}}, 0\right)$ se move com o vetor posição $\sigma(t) = (x(t), y(t))$. Sabe-se que o vetor velocidade em cada instante t é dado por $V(t) = (-y(t), 3x(t))$.

(a) Mostre que, em cada instante t, o vetor aceleração é paralelo ao vetor posição.

(b) Determine o vetor posição $\sigma(t)$. (**Sugestão:** Relembre como encontrar a solução geral para uma EDO homogênea de segunda ordem com coeficientes constantes)

(c) Mostre que a curva descrita pela partícula é uma elipse.

(d) Qual o tempo necessário para que a partícula dê uma volta na elipse.

6) Uma curva tem equação $y^2 = x^3$. Encontre o comprimento da curva do ponto $(1, -1)$ ao ponto $(1, 1)$.

7) Encontre a curvatura e o raio de curvatura da curva dada pela equação $y = e^x$ no ponto $P = (0, 1)$. Em seguida, trace um esboço da curva e do círculo de curvatura.

8) O movimento de uma partícula é dado por $\sigma(t) = (3\cos t, 4\text{sen} t)$. Calcule o comprimento da componente normal da aceleração no instante $t = 0$.

9) Identifique as superfícies quádricas abaixo:

(a) $x^2 + y^2 + z^2 = 1, \quad y \leq 0.$

(b) $9x^2 + 9y^2 + z^2 = 36.$

(c) $4x^2 - 9y^2 + 9z^2 = 36.$

(d) $4x^2 - 9y^2 - z^2 = 36.$

(e) $x^2 + 5y^2 = 8z^2.$

(f) $z = 4 - 2x^2 - 3y^2.$

(g) $x^2 + z^2 = 1, \quad 0 \leq y \leq 1.$

(h) $y - x^2 = 1, \quad -2 \leq x \leq 2.$

(i) $z^2 = 1 - 2y + y^2.$

(j) $x^2 + y^2 + z^2 - 2y - 2x + 1 = 0$.

(k) $x^2 + y^2 - z^2 - 4y = 0$.

(l) $x^2 - y^2 + z^2 + 2y + 3 = 0$.

10) Ache a equação da superfície de pontos $P = (x, y, z)$ cuja a distância ao eixo y é $\frac{2}{3}$ da distância de P ao plano xz. Identifique a superfície.