

Portanto, a razão entre a massa do combustível ($M_0 - M$) e do foguete vazio (M) é também desta ordem! Isto explica a adoção de foguetes com mais de um estágio em alguns casos.

► Exercícios

9.1*. Uma partícula de massa $m_1 = 3 \text{ kg}$ colide elasticamente com uma outra de massa $m_2 = 4 \text{ kg}$, inicialmente em repouso. A velocidade de m_1 é de $2 \hat{i} \text{ m/s}$. Após a colisão, m_2 move-se num ângulo de 45° com a direção original de m_1 . Encontre as velocidades finais de m_1 e m_2 . Analise também este problema no referencial do centro de massa. Repetir o problema considerando um ângulo de 30° em lugar de 45° .

9.2. Mostre que numa colisão elástica entre duas esferas idênticas, onde uma está inicialmente em repouso (o jogo de bilhar é um exemplo aproximado deste caso), o ângulo formado pelas direções das duas esferas após a colisão (se esta não for frontal) será sempre de 90° .

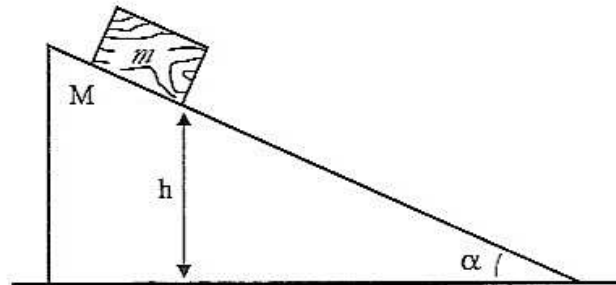
9.3. Dois patinadores A e B , cada um de massa M , estão num lago gelado. O atrito entre seus patins e o gelo é desprezível. O patinador A tem nas mãos uma bola de massa m . Ele a joga para B e este a devolve novamente para A . Sabendo que, quando estão em repouso, são capazes de atirar a bola com velocidade horizontal de módulo V (em relação ao solo) calcule a velocidade final de cada patinador.

9.4. Dois blocos A e B , de massas respectivamente iguais a $m_A = 70 \text{ kg}$ e $m_B = 20 \text{ kg}$, estão presos por uma mola. Estes corpos estão sobre uma mesa onde os atritos são desprezíveis. Separamos os dois corpos até uma distância de $2,0 \text{ m}$ e os soltamos. Em que ponto ocorrerá a colisão?

9.5*. Um corpo, caindo verticalmente em queda livre, explode em dois pedaços iguais quando está a uma altura de 2.000 m e com uma velocidade de módulo 60 m/s . Imediatamente após a explosão, um dos fragmentos move-se para baixo com 80 m/s . Ache a posição do centro de massa 10 s após a explosão.

9.6*. Um bloco de massa m está inicialmente em repouso sobre uma cunha de massa M , a uma altura h , como mostra a Figura 9.13. Não há atrito em nenhum par de superfícies do problema. Calcule a velocidade final da cunha após o corpo atingir a base.

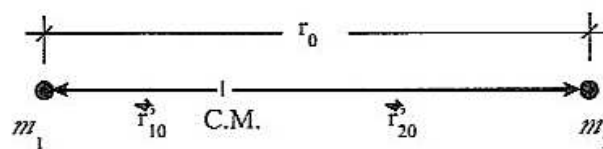
Figura 9.13: Exercício 6.



9.7*. Sejam duas partículas de massas m_1 e m_2 , afastadas de uma distância r_0 e em repouso nesta posição por um dispositivo qualquer não especificado no problema (veja Figura 9.14). Num determinado instante, o dispositivo que mantém as duas partículas em repouso é desativado. As partículas possuem apenas interação gravitacional.

- Em que ponto as partículas irão colidir? Explique.
- Expresse a conservação da energia considerando os movimentos em relação ao centro de massa.
- Escreva esta equação em relação a r e \dot{r} ($\vec{r} = \vec{r}'_2 - \vec{r}'_1$).
- Calcule o tempo que as partículas levam para se chocar.

Figura 9.14: Exercício 7.



9.8. Seja o mesmo problema anterior, considerando agora que um elástico de comprimento de repouso desprezível e constante k prende as partículas uma a outra. Considerando os corpos inicialmente afastados de uma distância d , calcule o tempo para haver colisão (despreze a interação gravitacional).

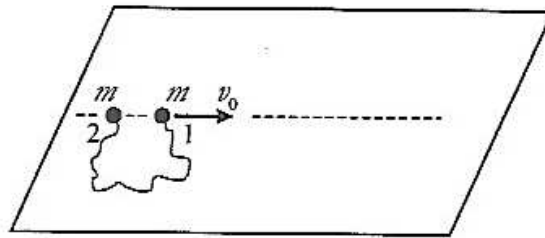
9.9. Sejam duas pequenas esferas de massas iguais a m , em repouso sobre uma mesa. Considere que as esferas sejam ligadas por um elástico de massa desprezível e constante elástica k . Dá-se uma velocidade inicial de módulo v_0 a uma das esferas (veja Figura 9.15). Descreva os movimentos das esferas. Despreze os atritos e suponha todos os movimentos numa única dimensão e que os (possíveis) choques entre elas sejam elásticos.

9.10. Um objeto de massa m e velocidade de módulo v colide com outro de massa $2m$ inicialmente em repouso (considere a colisão elástica).

a) Descreva o movimento inicial visto no referencial do centro de massa.

b) Se a velocidade da primeira partícula após a colisão for perpendicular à sua velocidade original, vista no referencial do centro de massa, encontre as direções das velocidades finais no sistema do laboratório.

Figura 9.15: Exercício 9.



9.11. Um conjunto de n massas está suspenso de modo a permanecer na mesma horizontal e sem entrar em contato uma com a outra (veja Figura 9.16). A primeira massa é $f m_0$, a segunda $f^2 m_0$, a terceira $f^3 m_0$ e assim até a última, que é $f^n m_0$. Sobre a primeira, incide uma partícula de massa m_0 que se move com velocidade horizontal de módulo v_0 . Esta produz uma sucessão de choques ao longo da linha de massas.

a) Considerando que todos os choques sejam perfeitamente elásticos, mostre que a última massa sai com velocidade igual

$$v_n = \left(\frac{2}{1+f} \right)^n v_0.$$

b) Mostre que se $f = 1$ toda a energia é transferida para a última massa.

c) Para $f = 0,9$ e $n = 20$, calcular a massa, velocidade e energia cinética da última massa da linha em função da massa, velocidade e energia cinética da partícula incidente. Compare este resultado com um choque direto entre a massa incidente e a última da linha.

9.12*. O sistema representado na Figura 9.17 está em repouso. O coeficiente de atrito entre a caixa (massa M) e o plano horizontal é μ . Largando-se o pêndulo (massa m) na posição indicada, qual deve ser o valor mínimo de μ para que a caixa não deslize? Descreva qualitativamente o movimento do sistema no caso em que $\mu = 0$.

Figura 9.16: Exercício 11.

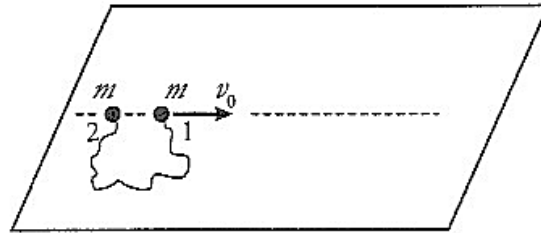
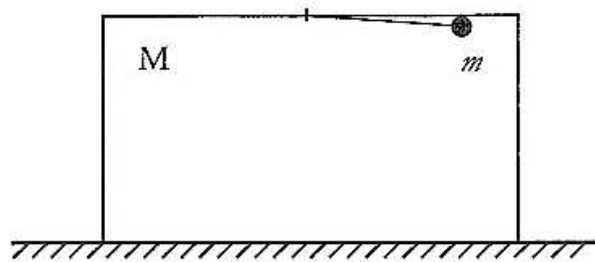


Figura 9.17: Exercício 12.



9.13*. Uma massa M , ligada á extremidade de uma corrente muito longa de massa m por unidade de comprimento, é lançada verticalmente para cima com velocidade inicial de módulo V_0 . Mostre que a altura máxima atingida por M é

$$h = \frac{M}{m} \left[\left(1 + \frac{3mV_0^2}{2Mg} \right)^{1/3} - 1 \right]$$

e que a velocidade da massa M quando volta ao solo é $\sqrt{2gh}$.

9.14*. Um bola de massa m e velocidade de módulo V atinge um halter, inicialmente em repouso, como mostra a Figura 9.18. Considere a colisão perfeitamente elástica e que o corpo de massa m seja desviado de 30° em relação à sua direção inicial. Calcular, após a colisão, em termos dos dados do problema, a velocidade do corpo de massa m , a velocidade do CM do halter e a velocidade angular de rotação do halter em relação ao seu CM.

9.15. Sobre uma superfície plana horizontal, sem atrito, existe um corpo de massa m preso a um gancho de massa desprezível. Sobre este sistema, incide um outro corpo também de massa m de modo a atingir o gancho (veja Figura 9.19). Após a colisão, este último corpo fica preso ao gancho. Calcular a velocidade do centro de massa do sistema, bem como a velocidade angular em relação ao centro de massa.

Figura 9.18: Exercício 14.

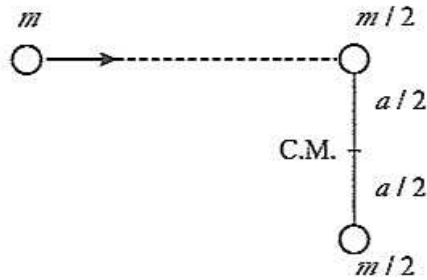
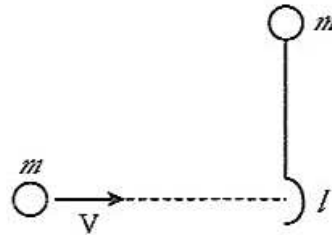
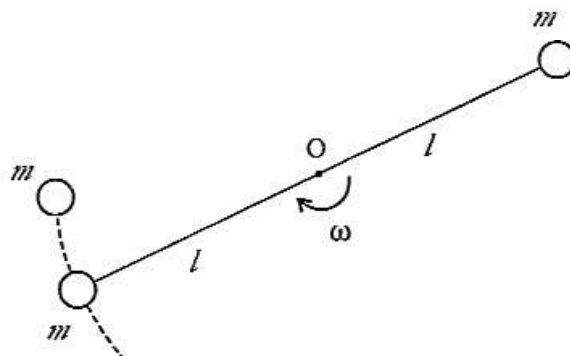


Figura 9.19: Exercício 15.



9.16. Um sistema de dois discos de massa m , ligadas por uma haste rígida de massa desprezível e comprimento $2l$, gira com velocidade angular ω . O ponto O , no meio da haste, possui velocidade nula. Em certo instante, um dos discos colide com outro disco idêntico em repouso (veja Figura 9.20). O choque é totalmente inelástico. Qual é o movimento do ponto O depois do choque?

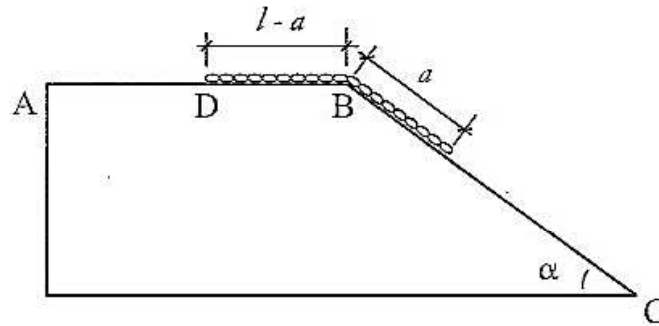
Figura 9.20: Exercício 16.



9.17. Um corrente flexível de comprimento l e peso W é colocada sobre uma

superfície sem atrito ABC (veja Figura 9.21). Inicialmente, a distância de B a D é $l - a$. Prove que a velocidade da corrente é $v = \sqrt{(g/l)(l^2 - a^2)} \sin \alpha$ quando a extremidade D atinge o ponto B .

Figura 9.21: Exercício 17.



9.18. Duas partículas (2 e 3) de massa m , ligadas por uma haste rígida de massa desprezível, estão inicialmente em repouso (veja Figura 9.22). A colisão entre 1 e 2 é totalmente inelástica e sistema movimenta-se sobre um plano horizontal sem atrito. Descreva o movimento do sistema após a colisão.

Figura 9.22: Exercício 18.

