



MODELAGEM E CONTROLE DE NÍVEL DE UM SISTEMA DE QUATRO
TANQUES

José Alberto Naves Cocota Júnior

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientadores: Ramon Romankevicius Costa
Alessandro Jacoud Peixoto

Rio de Janeiro
Setembro de 2009

MODELAGEM E CONTROLE DE NÍVEL DE UM SISTEMA DE QUATRO
TANQUES

José Alberto Naves Cocota Júnior

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO
LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA
(COPPE) DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE
DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE
EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA ELÉTRICA.

Aprovada por:

Prof. Ramon Romankevicius Costa, D.Sc.

Prof. Alessandro Jacoud Peixoto, D.Sc.

Prof. Fernando Cesar Lizarralde, D.Sc.

Prof. José Paulo Vilela Soares da Cunha, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

SETEMBRO DE 2009

Cocota Júnior, José Alberto Naves

Modelagem e Controle de Nível de um Sistema de Quatro Tanques/ José Alberto Naves Cocota Júnior - Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2009.

XXI, 110 p.: il.; 29,7 cm.

Orientadores: Ramon Romankevicius Costa

Alessandro Jacoud Peixoto

Dissertação (mestrado) - UFRJ/COPPE/Programa de Engenharia Elétrica, 2009.

Referências Bibliográficas: p. 107-110.

1. Multivariável. 2. Modelagem. 3. Controle. 4. Mecânica dos fluidos. I. Costa, Ramon Romankevicius *et al.* II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Elétrica. III. Título.

Aos meus avôs, Alberto Naves de Oliveira e Orestes Monteiro, que sempre me acompanharam e estiveram presentes, mesmo à distância. Lembro-me de um sonho em que meu avô Orestes afirmou que deveria fazer uma escolha entre o trabalho ou o mestrado. Optei pelo mestrado, e este trabalho é o resultado dessa escolha.

Agradecimentos

À minha família por todo o amor. Aos meus pais, José Alberto Naves Cocota e Denise de Fátima Monteiro Naves Cocota, pelo apoio incondicional nessa jornada que me dispus a enfrentar. À minha mulher, sempre prestativa, Ariadne Carvalho de Freitas Naves Cocota, pelo companheirismo e compreensão.

Aos meus orientadores, Ramon Romankevicius Costa e Alessandro Jacoud Peixoto, pela confiança, apoio e ensinamentos. Incluindo os finais de semana e feriados que se dispuseram a trabalhar em conjunto.

Ao professor e padrinho, Paulo Marcos de Barros Monteiro, pelo apoio, amizade e incentivo pela área de pesquisa, que foram essenciais na minha formação acadêmica e profissional.

Aos amigos Carlos Alexandre Pontes Pizzino e Gustavo Medeiros Freitas. Carlos, por sua amizade e pelas aulas de Controle. Gustavo, por seu apoio e incentivo à continuidade no mestrado.

Aos amigos Leonardo Orenstein, Thiago Camanho e Alex Fernandes Neves, pelos conselhos e ajuda na montagem experimental deste trabalho. Vocês foram fundamentais na parte experimental.

A todos os colegas, amigos e técnicos do mestrado, pela convivência agradável e pelas colaborações, que foram importantes no desenvolvimento desta dissertação.

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

MODELAGEM E CONTROLE DE NÍVEL DE UM SISTEMA DE QUATRO TANQUES

José Alberto Naves Cocota Júnior

Setembro/2009

Orientadores: Ramon Romankevicius Costa

Alessandro Jacoud Peixoto

Programa: Engenharia Elétrica

Neste trabalho são abordados a modelagem, a identificação de parâmetros e o controle de nível de um sistema de quatro tanques. Um modelo é obtido a partir da aplicação do princípio da conservação da massa, em conjunto com a equação de Bernoulli. O modelo não linear foi apreciado e validado por comparação com os resultados experimentais. O sistema apresenta comportamento de fase não-mínima, dependendo dos valores das parcelas do fluxo de água das bombas entre os tanques. Com a linearização desse modelo observa-se que o sistema apresenta um zero de transmissão que se move ao longo do eixo real, assumindo valores negativos ou positivos. Nesse sentido, o sistema de quatro tanques é ideal para ilustrar vários conceitos relacionados ao controle multivariável, em especial às limitações de desempenho relacionadas aos zeros no semi-plano direito. Um controle por uma estrutura descentralizada é proposto, e a sintonia individual das malhas é realizada. Para a configuração de fase não-mínima faz-se necessário um novo emparelhamento de variáveis, de acordo com o resultado obtido pela análise de interação das variáveis, sob o custo de instabilidade da planta em malha fechada a não modificação do emparelhamento. Por fim, são comparados os resultados experimentais e de simulações do controle proposto.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

MODELING AND CONTROL LEVEL OF THE QUADRUPLE-TANK PROCESS

José Alberto Naves Cocota Júnior

September/2009

Advisors: Ramon Romankevicius Costa
Alessandro Jacoud Peixoto

Department: Electrical Engineering

This paper deals with modeling, parameter identification and level control of a four coupled tanks. A model is obtained by applying the principle of mass conservation together with the Bernoulli's equation. The nonlinear model is analyzed and validated by comparison with experimental results. The system may present nonminimum phase behavior depending on the flow distribution of the water pumped to the tanks. Upon linearizing this model, one can observe that the system presents a multivariable real zero that can assume either negative or positive values. Therefore, the four tanks system is ideal to illustrate several concepts related to multivariable control, in particular the performance limitations due to multivariable right half-plane zeros. A decentralized control structure is proposed and independent control-loop tuning is performed. In the case where the system shows nonminimum phase behavior, an appropriate pairing of control and process variables may be necessary as shown by their interaction analysis, otherwise the closed-loop plant may lead to instability. Finally, simulation and experimental results with the proposed control are compared.

Sumário

Sumário	viii
Lista de Figuras	xi
Lista de Tabelas	xv
Simbologia	xvi
Abreviações	xx
1 Introdução	1
1.1 Objetivos	2
1.2 Breve apresentação da planta piloto	2
1.3 Metodologia	3
1.4 Conteúdo dos capítulos	4
2 Modelo de um tanque	6
2.1 Conceitos básicos	6
2.2 Conservação de massa	8
2.2.1 Modelo para a carga de um tanque sem orifício	9
2.3 Equação de Bernoulli	11
2.3.1 Modelo para a descarga de um tanque grande	14
2.4 Modelo para a dinâmica do nível de um tanque	17
2.4.1 Tanque retangular	18
2.4.2 Tanque trapezoidal	20
2.5 Resultados de simulações e experimentais	21
2.5.1 Tanque retangular	21

2.5.2	Tanque trapezoidal	26
2.6	Discussão e conclusão	29
3	Modelo do sistema de quatro tanques	33
3.1	Descrição do sistema	33
3.2	Modelo não linear	35
3.2.1	Pontos de equilíbrio - estado estacionário	37
3.2.2	Dinâmica dos zeros	38
3.3	Simulador do modelo não linear	40
3.3.1	Diagrama de blocos	40
3.4	Linearização	42
3.4.1	Zeros	44
3.5	Simulador do modelo linear	46
3.5.1	Diagrama de blocos	46
3.6	Parâmetros	47
3.6.1	Parâmetros gerais	48
3.6.2	Identificação para a configuração de fase mínima	48
3.6.3	Identificação para a configuração de fase não-mínima	51
3.7	Caso I: fase mínima	51
3.7.1	Resultados de simulação	55
3.8	Caso II: fase não mínima	56
3.8.1	Resultados de simulação	57
3.9	Discussão e conclusão	59
4	Controle de nível de um sistema de quatro tanques	60
4.1	Controle multivariável descentralizado	62
4.2	Controle PI descentralizado	63
4.2.1	Breve revisão do controlador PI monovariável	63
4.2.2	Topologia do controlador PI descentralizado	65
4.2.3	Emparelhamento de variáveis	67
4.2.3.1	Caso I: fase mínima	69
4.2.3.2	Caso II: fase não-mínima	70
4.2.4	Configuração de controle para o caso I: fase mínima	71

4.2.5	Configuração de controle para o caso II: fase não-mínima	73
4.3	Projeto do controlador e simulações	74
4.4	Resultados experimentais	78
4.5	Conclusão	80
5	Conclusão	81
A	Descrição do sistema de quatro tanques	83
A.1	Tanque e reservatório de água	83
A.2	Mangueiras e conexões hidráulicas	84
A.2.1	Mangueiras	84
A.2.2	Conexão T	84
A.2.3	<i>Nipple</i>	84
A.2.4	Tampões e drenos	86
A.3	Bomba	86
A.4	Transmissor de pressão diferencial	87
A.5	Painel	89
A.6	Módulo de potência	90
A.7	Controlador	92
A.8	Conversores	95
B	Matlab	97
B.1	<i>Scripts</i>	97
B.1.1	Principal	97
B.1.2	Constantes	100
B.2	Diagrama de blocos	102
B.2.1	Modelo linear e não linear	102
B.2.2	Modelo não linear	103

Lista de Figuras

1.1	O sistema de quatro tanques.	2
1.2	Diagrama da metodologia adotada.	4
2.1	Um volume de controle com apenas uma entrada e uma saída.	9
2.2	Carga de água de um tanque.	10
2.3	Velocidade ao longo de uma linha de corrente na região central do escoamento em regime permanente.	12
2.4	Forças que atuam em uma partícula de fluido.	13
2.5	Esvaziamento de um tanque.	15
2.6	Variação do volume ocupado pela água no tempo representada por um volume de controle.	19
2.7	Esquema de planta piloto utilizada nos experimentos em malha aberta. Onde $y(k)$ e $u(k)$ são sinais amostrados (digitais).	22
2.8	Dimensões internas do tanque retangular.	23
2.9	Valores experimentais do tempo para o deságue completo em função da razão entre as áreas A/a (círculo), comparado aos valores obtidos pela equação (2.21) (linha contínua).	24
2.10	Valores da simulação para a carga de água (linha contínua) e dos dados medidos (círculo) para o tanque retangular.	25
2.11	Valores da simulação para a descarga de água (linha contínua) e dos dados medidos (círculo) para o tanque retangular.	26
2.12	Valores da simulação do modelo ajustado para a carga de água (linha contínua) e dos dados medidos (círculo) para o tanque retangular.	27

2.13	Valores da simulação do modelo ajustado para a descarga de água (linha contínua) e dos dados medidos (círculo) para o tanque retangular. . . .	28
2.14	Dimensões internas do tanque trapezoidal. Sendo $b = 78 \text{ mm}$, $c = 76 \text{ mm}$ e $\theta = 23,5^\circ$	29
2.15	Valores da simulação para a carga de água (linha contínua) e dos dados medidos (círculo) para o tanque trapezoidal.	30
2.16	Valores da simulação para a descarga de água (linha contínua) e dos dados medidos (círculo) para o tanque trapezoidal.	31
2.17	Valores da simulação do modelo ajustado para a descarga de água (linha contínua) e dos dados medidos (círculo) para o tanque trapezoidal. . . .	31
2.18	Valores da simulação do modelo ajustado para a carga de água (linha contínua) e dos dados medidos (círculo) para o tanque trapezoidal. . . .	32
3.1	Diagrama esquemático do sistema de quatro tanques.	34
3.2	Vazões de entrada e de saída de cada tanque e suas interações.	36
3.3	Diagrama de blocos do simulador do modelo não linear para o sistema de quatro tanques em <i>Simulink</i>	41
3.4	Diagrama de blocos da matriz de transferência do sistema de quatro tanques linearizado.	43
3.5	Dependendo dos valores dos parâmetros γ_1 e γ_2 o sistema será de fase mínima (P_-) ou de fase não-mínima (P_+). Acima da linha cinza o sistema é de fase mínima e abaixo é de fase não-mínima.	45
3.6	Diagrama de blocos do simulador do modelo linear para o sistema de quatro tanques em <i>Simulink</i>	47
3.7	Resultados experimentais e de simulação do modelo não linear (fase mínima) para a identificação dos parâmetros k_{lj} . No par de gráficos superiores, temos c_i (azul) que são os sinais de entrada do módulo e y_{jnt} (verde) são as saídas dos sensores da planta. Nos gráficos inferiores h_{jnt} (azul) são os níveis dos tanques do modelo não linear e h_{je} (vermelho) os níveis amostrados.	50

3.8	Gráficos superiores: sinais aplicados nas entradas do módulo de potência. Gráficos inferiores: h_{1l} do modelo linear de fase mínima (linha contínua); e h_{1nl} do modelo não linear (linha tracejada).	55
3.9	Gráficos superiores: sinais aplicados nas entradas do módulo de potência. Gráficos inferiores: h_{1l} do modelo linear de fase mínima (linha contínua); e h_{1nl} do modelo não linear (linha tracejada).	58
4.1	Diagrama esquemático para o controle dos níveis dos tanques inferiores do processo de quatro tanques.	66
4.2	Estrutura descentralizada com dois controladores PI para a configuração de fase mínima.	67
4.3	Estrutura de controle PI descentralizado para a configuração de fase não-mínima.	71
4.4	Diagrama de blocos da estrutura de controle PI descentralizado para a configuração de fase mínima.	72
4.5	Diagrama de blocos da estrutura de controle PI descentralizado com dois controladores PI para a configuração de fase não-mínima.	73
4.6	Diagrama de blocos do controlador em sua versão discreta utilizada nas simulações.	76
4.7	Resultados de simulação em malha fechada. Controle PI descentralizado e planta em configuração de fase mínima.	77
4.8	Resultados de simulação em malha fechada. Controle PI descentralizado e planta em configuração de fase não mínima.	78
4.9	Resultados experimentais do controle PI para a configuração de fase mínima do sistema. Em vermelho o sinal de referência, e em azul os sinais de controle (gráficos superiores) e os níveis dos tanques (gráficos inferiores).	79
A.1	Reservatório.	84
A.2	Mangueiras e conexões na parte de trás do painel.	85
A.3	<i>Nipple</i> , dreno e sensor.	85
A.4	Dreno, tampão e o-ring.	86
A.5	Bomba de engrenagens.	86

A.6	Curva de vazão da bomba \times tensão. A reta (azul) representa os valores da simulação da vazão da bomba em função da tensão para o ganho k_2 dado na tabela 3.7, e os círculos (vermelho) referem-se aos dados medidos.	88
A.8	Placa eletrônica do transdutor de pressão.	88
A.7	Diagrama do circuito do transdutor de pressão.	89
A.9	Transdutor de pressão.	89
A.10	Módulo de potência.	90
A.11	Máscara da caixa do módulo de potência.	91
A.12	Diagrama do circuito do módulo de potência.	93
A.13	Placa eletrônica do módulo de potência.	94
A.14	Diagrama elétrico.	95
B.1	Diagrama de blocos do gerador de sinal de referência 1.	103
B.2	Diagrama de blocos do ganho do módulo de potência 1.	103
B.3	Diagrama de blocos do modelo da bomba 1.	103
B.4	Diagrama de blocos do modelo do estrangulamento do fluxo 1.	104
B.5	Diagrama de blocos do modelo do tanque 1.	104
B.6	Diagrama de blocos do modelo do tanque 2.	105
B.7	Diagrama de blocos do modelo do tanque 3.	105
B.8	Diagrama de blocos do modelo do tanque 4.	106
B.9	Diagrama de blocos do modelo do sensor 1.	106

Lista de Tabelas

3.1	Parâmetros gerais.	49
3.2	Configuração dos estrangulamentos para configuração de fase mínima.	49
3.3	Parâmetros para fase mínima obtidos pelo experimento de carga.	49
3.4	Constantes de perda de carga para a configuração de fase mínima.	52
3.5	Condições iniciais para regime em fase mínima.	52
3.6	Configuração dos estrangulamentos para configuração de fase não-mínima.	52
3.7	Parâmetros para fase não-mínima obtidos pelo experimento de carga.	52
3.8	Constantes de perda de carga para a configuração de fase não-mínima.	54
3.9	Condições iniciais para regime em fase não-mínima.	54
3.10	Constantes de tempo para fase mínima.	54
3.11	Constantes de tempo para fase não mínima.	54
A.1	Dados de desempenho da bomba a 12 V.	87

Simbologia

A seguir listam-se os principais símbolos usados de forma geral. O uso específico de símbolos será definido *in loco*.

A é a área da seção transversal do tanque

a é a área da seção transversal do canal de saída do tanque

a_s é a aceleração no espaço de uma partícula do fluido na direção s

b é o comprimento interno da lateral do tanque trapezoidal

c é o comprimento interno da base menor do trapézio retângulo

$\mathbf{C}(s)$ é a matriz de controle

c_i é a tensão média na entrada i do módulo de potência

dA é a área infinitesimal

d_e é o diâmetro de estrangulamento do fluxo da bomba na entrada do tanque

dp é a pressão infinitesimal

ds é o deslocamento infinitesimal da direção s

F_s é a força na direção s

g é a aceleração da gravidade

$\mathbf{G}(s)$ é a matriz de transferência da planta

- $\mathbf{G}_-(s)$ é a matriz de transferência da planta para o ponto de operação em fase mínima
- $\mathbf{G}_+(s)$ é a matriz de transferência da planta para o ponto de operação em fase não-mínima
- $\mathbf{G}_D(s)$ é a função racional própria do denominador, obtida pela descrição fracional à direita da matriz de transferência da planta
- $\overline{\mathbf{G}}_D(s)$ é a função racional própria do denominador, obtida pela descrição fracional à esquerda da matriz de transferência da planta
- $\mathbf{G}_N(s)$ é a função racional própria do denominador, obtida pela descrição fracional à direita da matriz de transferência da planta
- $\overline{\mathbf{G}}_N(s)$ é a função racional própria do denominador, obtida pela descrição fracional à esquerda da matriz de transferência da planta
- h altura da coluna de água do tanque (nível)
- h_0 é o nível no ponto de operação
- h_i é a altura inicial da coluna de água
- h_f é a altura final da coluna de água
- k é o ganho da bomba
- K é o ganho proporcional do controlador
- k_c é o ganho do sensor
- k_l é constante de perda de carga pelo canal de saída do tanque
- k_{mod} é o ganho do módulo de potência
- m é a massa
- m_e massa total entrando no volume de controle

m_s	massa total saindo do volume de controle
Δm_{VC}	variação da massa no volume de controle
\dot{m}	vazão mássica
p	é a pressão
P_-	é o ponto de operação em fase mínima
P_+	é o ponto de operação em fase não-mínima
p_A	é a pressão na superfície do fluido
p_a	é a pressão no orifício de saída
p_{atm}	é a pressão atmosférica
q	vazão da bomba
q_e	vazão volumétrica de entrada
q_s	vazão volumétrica de saída
$\mathbf{R}(s)$	é o vetor de sinais de referência
t_i	é o instante inicial
t_f	é o instante final
T_j	constante de tempo j
u	é a variável de desvio da entrada de controle
$\mathbf{U}(s)$	é o vetor das entradas da planta
u_h	é o vetor da entrada de controle
v	velocidade
v_a	é a velocidade do fluido no canal de saída
v_A	é a velocidade do fluido em sua superfície livre

- V volume
- w é o peso da partícula de fluido
- x é a variável de desvio do estado
- x_h é o vetor do estado do sistema
- y é a saída da planta
- $\mathbf{Y}(s)$ é o vetor das saídas da planta
- y_a é a altura do orifício de saída em relação ao nível de referência
- y_A é a altura da superfície do fluido em relação ao nível de referência
- y_h é o vetor da saída de interesse (medida)
- α é o ângulo entre a normal da linha de corrente e o eixo vertical h
- γ_i é a parcela do fluxo de água da bomba i para o tanque inferior
- Λ é a matriz de ganhos relativos
- ρ é a densidade do fluido
- τ_i tempo integral
- ϑ é a tensão média aplicada no motor da bomba
- ϑ_0 é a tensão média aplicada no motor da bomba no ponto de operação
- θ é o ângulo entre a lateral do trapézio e a projeção da altura da coluna de água

Abreviações

A seguir são listadas as principais abreviações usadas nesta dissertação. No caso de siglas consagradas na literatura internacional, optou-se por manter as mesmas em inglês.

BP	Banda Proporcional
CLP	Controlador Lógico Programável
COPPE	Instituto Alberto Luiz Coimbra de Pós-graduação e Pesquisa de Engenharia
DMC	<i>Dynamic Matrix Control</i>
GPC	<i>Generalized Predictive Controller</i>
IFT	<i>Iterative Feedback Tuning</i>
IMC	<i>Internal Model Control</i>
LEAD	Laboratório de Aplicação e Desenvolvimento em Instrumentação, Automação, Controle, Otimização e Logística
LIT	Linear Invariante no Tempo
LMFD	<i>Left Matrix Fraction Description</i>
LQG	<i>Linear Quadratic Gaussian</i>
MA	Malha Aberta

MF	Malha Fechada
MIMO	<i>Multiple-Input and Multiple-Output</i>
MPC	<i>Model Predictive Control</i>
MV	Variável Manipulada
PI	Proporcional-Integral
PID	Proporcional-Integral-Derivativo
PV	Variável do Processo
QFT	<i>Quantitative Feedback Theory</i>
RG	<i>Relative Gain Array</i>
RMFD	<i>Right Matrix Fraction Description</i>
RPN	<i>Robust Performance Number</i>
SISO	<i>Single-Input and Single-Output</i>
TITO	<i>Two-Input and Two-Output</i>
UFRJ	Universidade Federal do Rio de Janeiro
VC	Volume de Controle
ZOH	<i>Zero Order Hold</i>

Capítulo 1

Introdução

Nos últimos anos tem-se observado o aumento do interesse da indústria na utilização de técnicas de controle multivariável. A motivação para este tipo de pesquisa é a riqueza de material teórico desenvolvido e a importância de se considerar o efeito de não-linearidades e acoplamentos para o controle apropriado de muitos sistemas de interesse prático inerentemente multivariáveis ou cujas características não lineares são significativas. Muitas vezes é difícil afirmar quando estratégias de controle mais complexas são necessárias para um melhor desempenho na prática, e quando estratégias simples são suficientes (Johansson, 2000). É importante, portanto, explorar métodos de controle de sistemas multivariáveis, por exemplo, em cursos de engenharia de controle e automação. Nesse sentido, esforços para o desenvolvimento em laboratório de processos multivariáveis têm sido relatados na literatura.

Segundo Johansson (2000) são raras as práticas de laboratório que permitem ilustrar a locação e direção de zeros em sistemas MIMO. Nesse sentido, (Johansson, 1997) desenvolveu um sistema de quatro tanques viabilizando a avaliação na prática das limitações de desempenho relacionadas a zeros no semi-plano direito (zeros de fase não mínima). Gatzke et al. (2000) cita que dentre as práticas de controle oferecidas na Universidade de Delaware, a que mais despertou o interesse dos alunos foi a do controle dos níveis do sistema de quatro tanques. Esta foi uma das principais motivações para o desenvolvimento deste trabalho.

1.1 Objetivos

Este trabalho tem por objetivo a construção de uma planta multivariável composta por um sistema de quatro tanques acoplados, bem como sua modelagem, identificação paramétrica e o projeto de controle de nível para a configuração de fase mínima e de fase não-mínima.

1.2 Breve apresentação da planta piloto

A planta desenvolvida é o sistema de quatro tanques e um reservatório, implementado no Lead/COPPE. Diferentemente de Johansson (2000), o sistema apresenta um tanque trapezoidal (figura 1.1). O reservatório tem como finalidade armazenar a água usada em todo o processo e que é enviada para os demais tanques.



FIGURA 1.1: O sistema de quatro tanques.

O objetivo de controle é regular o nível dos tanques inferiores. Os tanques superiores serão considerados como perturbações no sistema de controle, decorrentes do acoplamento. O nível do tanque é medido através de um sensor de pressão diferencial cujo sinal é amplificado e transmitido por um condicionador de sinais desenvolvido no laboratório, especificamente para este trabalho.

Duas bombas de engrenagens (atuadores) são utilizadas para o controle do fluxo de água enviado para os tanques. O sinal de controle, proveniente de um controlador lógico programável (PLC), é conectado à entrada de um módulo de potência que aciona as bombas por meio de um sinal modulado por largura de pulsos (PWM).

As parcelas de fluxo para os tanques inferiores e os diâmetros dos drenos de descarga dos tanques são configuráveis, de acordo com o comportamento de interesse da planta, resultando em um sistema de fase mínima ou não mínima. O acoplamento pode apresentar maior ou menor interação entre os canais, dependendo dos valores configurados para as parcelas de fluxo.

1.3 Metodologia

A metodologia adotada neste trabalho é descrita a seguir (ver figura 1.2).

A partir da teoria obtida na literatura de fluidodinâmica, será desenvolvido um modelo matemático não-linear cujas entradas são as tensões aplicadas aos motores das bombas e as saídas são as tensões dos dois sensores de pressão diferencial que são proporcionais aos níveis dos tanques inferiores. As principais características da planta nas configurações de fase mínima e não mínima serão apresentadas. Uma estrutura de um modelo linear válido em torno de um ponto de operação será obtida a partir da linearização do modelo não linear proposto.

Serão realizados experimentos em malha aberta para a identificação de parâmetros relacionados aos modelos matemáticos, como por exemplo: as parcelas de fluxo de água das bombas para os tanques inferiores e as constantes de perda de carga pelos drenos. Uma metodologia de ensaios e de simulações para a identificação será proposta e apresentada.

Com base no modelo linear e não linear será desenvolvido e implementado um simulador do processo em malha aberta que será validado e utilizado para o projeto e sintonia do controlador.

A disponibilidade no mercado de instrumentos de sensoriamento e atuação para processos em escala reduzida é limitada. Para possibilitar a implementação prática do processo alguns itens serão desenvolvidos no laboratório. Para realização da medição dos níveis dos tanques via o sensor de pressão diferencial disponível é necessário o

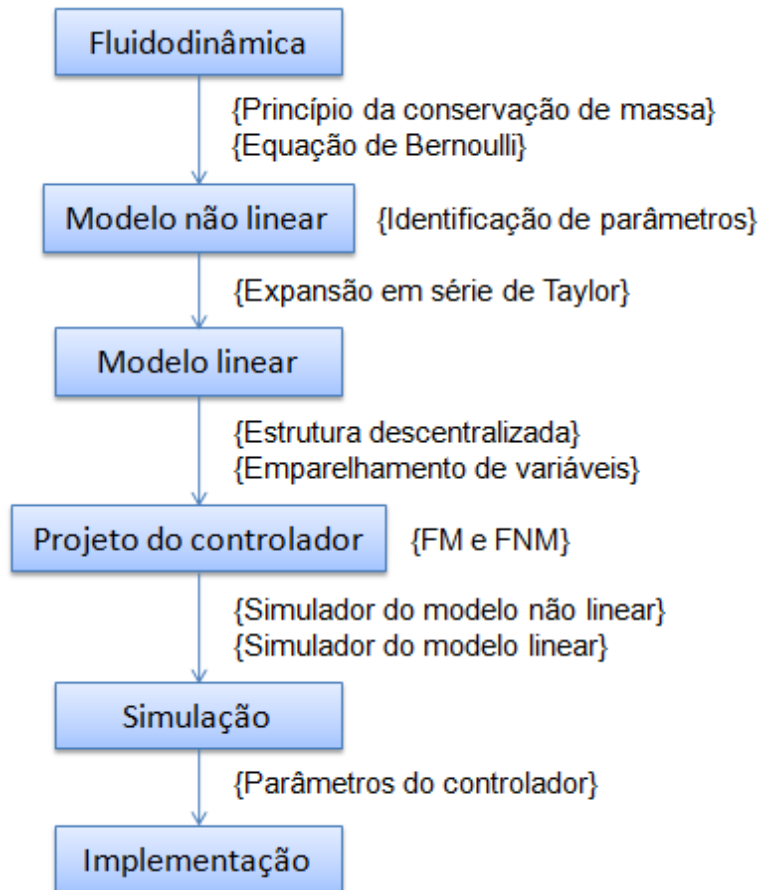


FIGURA 1.2: Diagrama da metodologia adotada.

desenvolvimento de um amplificador e transdutor para o sinal do sensor. Um módulo de potência capaz de acionar os motores CC das bombas também será desenvolvido.

Finalmente, os modelos identificados e validados serão utilizados no projeto do controlador para a regulação dos níveis dos tanque inferiores. Os resultados de simulação e experimentais de controle serão apresentados.

1.4 Conteúdo dos capítulos

O capítulo 2 apresenta a teoria básica de fluidodinâmica relacionada ao trabalho proposto e, em seguida, desenvolve um modelo não-linear para simulação de carga e descarga de água e um tanque. Este modelo também serve como base para a obtenção do modelo não linear do sistema de quatro tanques, e do modelo linearizado que será apresentado no capítulo 3 para fins de projeto do controlador no capítulo 4.

O procedimento de identificação de parâmetros, e a descrição do sistema de fase mínima e de fase não mínima também são assuntos abordados no capítulo 3.

A aplicação da técnica de controle multimalha por uma estrutura descentralizada implementada em controladores PI monovariáveis, a escolha do emparelhamento de variáveis (manipuladas-controladas) pela técnica da matriz de ganhos relativos (RGA, sigla em inglês), e os resultados experimentais e de simulação para o controle proposto são apresentados no capítulo 4.

Finalmente, no capítulo 5, são discutidas as conclusões sobre o trabalho realizado e as sugestões para trabalhos futuros.

Capítulo 2

Modelo de um tanque

Este capítulo aborda conceitos básicos de fluidos, apresenta as leis básicas que governam os movimentos dos fluidos com suas respectivas aplicações no sistema proposto neste trabalho.

Para isto, será mostrado resumidamente os passos que permitem obter um modelo físico para carga e descarga de água de um tanque. A partir do modelo desenvolvido, simulações são realizadas e comparadas com os dados experimentais para a avaliação do modelo.

2.1 Conceitos básicos

Fluido é a substância que se deforma continuamente sob a ação de um esforço (tensão) tangencial, não importando quão diminuto seja este esforço (Fox & McDonald, 1988). Assim, por fluidos, entendem-se os líquidos e gases. A principal diferença entre eles está em que os líquidos são praticamente incompressíveis, e os gases são compressíveis.

A mecânica dos fluidos estuda o comportamento destas substâncias em repouso ou em movimento. Este capítulo aborda dois importantes conceitos usados na mecânica dos fluidos: o princípio de conservação de massa e o teorema de Bernoulli; que são diretamente empregados na análise do sistema descrito neste trabalho.

O escoamento dos fluidos é complexo e pode ser de difícil análise matemática. Diferentemente dos sólidos, os elementos de um fluido em escoamento podem possuir diferentes velocidades e podem estar sujeitos a diferentes acelerações (Giles, 1975).

O escoamento pode ser classificado em permanente (estável) ou não-permanente (instável); uniforme ou não-uniforme; laminar ou turbulento; e rotacional ou irrotacional. Sendo descrito

1. quanto à direção da trajetória:

- escoamento laminar, no qual as partículas do fluido percorrem trajetórias paralelas;
- escoamento turbulento, quando apresenta trajetórias curvilíneas e irregulares, sendo na prática o regime mais comum. Escoamentos turbulentos são não-permanentes;

2. quanto à variação no tempo:

- escoamento permanente, caracterizado por apresentar velocidade e pressão independente do tempo, porém pode depender do espaço. Significa apenas nenhuma variação com o tempo em um local específico, mas o valor de uma quantidade pode variar de um local para outro;
- escoamento não-permanente, no qual a velocidade e a pressão em determinado ponto, variam com o tempo. É o escoamento que ocorre quando se esvazia um recipiente através de um orifício, a pressão e a velocidade decrescem com o movimento descendente da superfície livre;

3. quanto à variação na trajetória:

- escoamento uniforme, quando a velocidade não varia em direção e intensidade de ponto a ponto. Ocorre em tubulações longas de diâmetro constante;
- escoamento não-uniforme, no qual a velocidade não é constante de ponto a ponto em uma mesma trajetória;

4. quanto ao movimento de rotação:

- escoamento rotacional, ocorre o movimento de partículas fluidas em torno de seus próprios centros de massa. Em virtude da viscosidade, o escoamento dos fluidos reais é do tipo rotacional;

- escoamento irrotacional, é uma das características do fluido ideal, no qual se despreza a influência da viscosidade.

A viscosidade é a medida da resistência de um fluido à deformação causada por um torque. Ela está relacionada com a fricção interna entre as distintas partes de um fluido.

Para simplificar a descrição do movimento de um fluido, consideraremos o escoamento unidimensional, permanente e irrotacional. Ou seja, um fluido ideal, não-viscoso e incompressível. Devido às características do sistema a ser analisado neste trabalho, que serão discutidos em momentos oportunos, estas aproximações são aceitáveis e resultam em bons modelos da dinâmica do nível de um tanque.

2.2 Conservação de massa

O princípio da conservação de massa diz que a massa não pode ser criada nem destruída na natureza.

Para sistemas fechados, este princípio é usado implicitamente com a exigência de que a massa do sistema permaneça constante durante um processo. Para os volumes de controle, porém, a massa pode cruzar as fronteiras e, assim, deveremos controlar a quantidade de massa que entra e sai do volume de controle (Çengel & Cimbala, 2007).

Neste trabalho, do ponto de vista da mecânica dos fluidos, os tanques são os volumes de controle, e o sistema é o conjunto dos tanques, bombas, mangueiras e reservatório.

A transferência total de massa para dentro ou para fora de um volume de controle (VC) durante um intervalo de tempo Δt é igual à variação total da massa dentro do volume de controle durante o mesmo intervalo de tempo. Ou seja,

$$\Delta m_{VC} = m_e - m_s, \quad (2.1)$$

onde

m_e é a massa total entrando no VC durante o intervalo de tempo Δt ;

m_s é a massa total saindo do VC durante o intervalo de tempo Δt ;

Δm_{VC} é a variação da massa no VC durante o intervalo de tempo Δt .

A taxa de variação da massa no tempo, vazão mássica, pode ser expressa por:

$$\frac{dm_{VC}}{dt} = \dot{m}_e - \dot{m}_s. \quad (2.2)$$

As equações (2.1) e (2.2) são denominadas balanço de massa e se aplicam a um volume de controle passando por um processo sob pressão e temperatura constantes (figura 2.1).

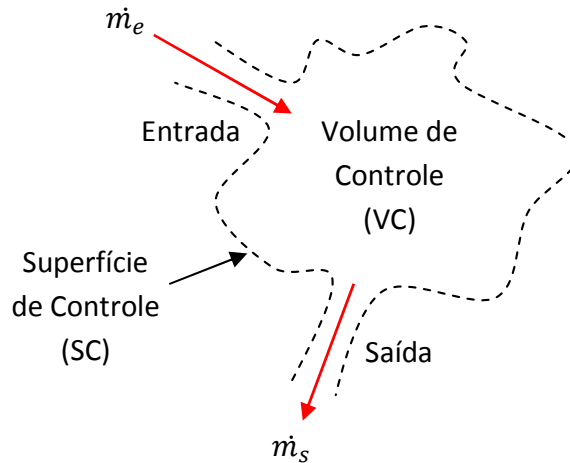


FIGURA 2.1: Um volume de controle com apenas uma entrada e uma saída.

2.2.1 Modelo para a carga de um tanque sem orifício

Para obter o modelo de carga de água de um tanque utiliza-se o princípio da conservação de massa. Neste caso, considerando a água um fluido incompressível, o princípio da conservação de massa pode ser aplicado ao volume. Portanto, a taxa de variação do volume ocupado pela água no tempo é igual à diferença das vazões de entrada e de saída do tanque. De forma análoga à equação (2.2), tem-se:

$$\frac{dV}{dt} = q_e - q_s, \quad (2.3)$$

onde

V é o volume ocupado pela água no tanque;

q_e é a vazão volumétrica de entrada;

q_s é a vazão volumétrica de saída.

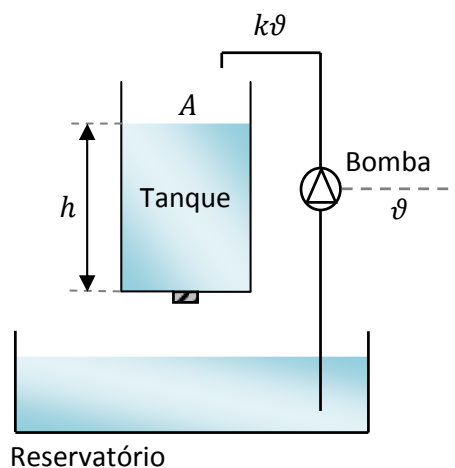


FIGURA 2.2: Carga de água de um tanque.

Seja um tanque com área (A) da seção transversal constante cuja parte superior está aberta para a atmosfera é carregado de água por uma bomba com vazão proporcional à tensão aplicada no motor da bomba, como representado na figura 2.2. Desejamos encontrar a variação da altura da coluna de água (h) no tempo, sendo a altura da água medida a partir da base do tanque.

No caso em que não há um orifício para descarga de água no tanque, $q_s = 0$, a variação do volume ocupado pela água no tempo, dada pela equação anterior (2.3), é igual à vazão de entrada, podendo ser representada por

$$q_e = A \frac{dh}{dt} = k\vartheta, \quad (2.4)$$

onde

ϑ é a tensão média aplicada no motor da bomba;

k é o ganho da bomba.

Desse modo, a variação da altura da coluna de água no tempo será dada por

$$\frac{dh}{dt} = \frac{k}{A} \vartheta. \quad (2.5)$$

Considerando que o tanque seja submetido a uma vazão constante de água em sua entrada ($\vartheta(t)$ constante $\forall t$), podemos obter o tempo (t) para a carga de água no tanque pela integração da equação (2.4),

$$\begin{aligned}
A \int_{h_i}^{h_f} dh &= k\vartheta \int_{t_i}^{t_f} dt, \\
Ah_{h_i}^{h_f} &= k\vartheta t, \\
t_f &= \frac{A}{k\vartheta} (h_f - h_i),
\end{aligned}
\tag{2.6}$$

onde

- h_i é a altura inicial da coluna de água;
- h_f é a altura final da coluna de água;
- t_i é o instante inicial;
- t_f é o instante final.

Sendo a altura inicial nula ($h_i = 0$), a equação (2.6) se resume a

$$t_f = \frac{A}{k\vartheta} h. \tag{2.7}$$

2.3 Equação de Bernoulli

A equação de Bernoulli é uma relação aproximada entre pressão, velocidade e elevação de uma partícula de fluido ao longo de uma linha de corrente durante o escoamento em regime permanente.

Uma das condições para o uso da equação de Bernoulli é o seu emprego em fluidos que apresentem escoamento incompressível, sendo essa condição satisfeita por líquidos. Ela se aplica somente ao escoamento em regime permanente. Desse modo, não se deve usá-la durante os períodos de início e fechamento de escoamentos. Outra limitação do uso é o seu emprego em regiões nas quais os efeitos das forças viscosas ou resultantes de atrito são desprezíveis quando comparados aos efeitos da inércia, da gravidade e da pressão que atuam sobre as partículas do fluido. Portanto, a equação de Bernoulli deve ser aplicada, de preferência, ao longo de uma linha de corrente na região central do escoamento, distante das superfícies sólidas. Uma vez que, nas linhas de corrente próximas às superfícies os efeitos do atrito são significativos.

Vale lembrar que o escoamento em regime permanente é caracterizado pela não variação no tempo da velocidade e pressão em um determinado ponto, mas o valor de uma quantidade pode variar de um local para outro. É o que ocorre, por exemplo, em uma seção anterior e posterior a um bocal em uma tubulação, como ilustrado na figura 2.3. Mesmo com escoamento em regime permanente, com vazão de massa de água constante, o fluido acelera através do bocal. A aceleração em um escoamento em regime permanente é devida à variação da velocidade espacial, e não temporal, sendo dada por

$$a_s = v \frac{dv}{ds}, \quad (2.8)$$

onde

- a_s é a aceleração no espaço de uma partícula do fluido na direção s ;
- ds é o deslocamento infinitesimal da direção s .

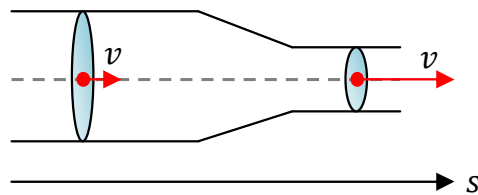


FIGURA 2.3: Velocidade ao longo de uma linha de corrente na região central do escoamento em regime permanente.

A equação de Bernoulli é comumente usada na prática, uma vez que com ela uma variedade de problemas de escoamento de fluido podem ser analisados com realismo razoável. Isso acontece porque muitos escoamentos de interesse prático para a engenharia são de regime permanente (ou pelo menos em média), os efeitos da compressibilidade são relativamente pequenos e as forças de atrito resultantes são desprezíveis nas regiões de interesse do escoamento (Çengel & Cimbala, 2007).

Nesta seção, a equação de Bernoulli é deduzida aplicando a Segunda Lei de Newton, denominada na mecânica dos fluidos como o princípio da conservação do momento linear, a uma partícula de fluido no campo de escoamento em regime permanente ao longo de uma linha de corrente (figura 2.4). A Segunda Lei de Newton nos diz que

$$\sum F_s = ma_s, \quad (2.9)$$

onde

F_s é a força na direção s ;

m é a massa.

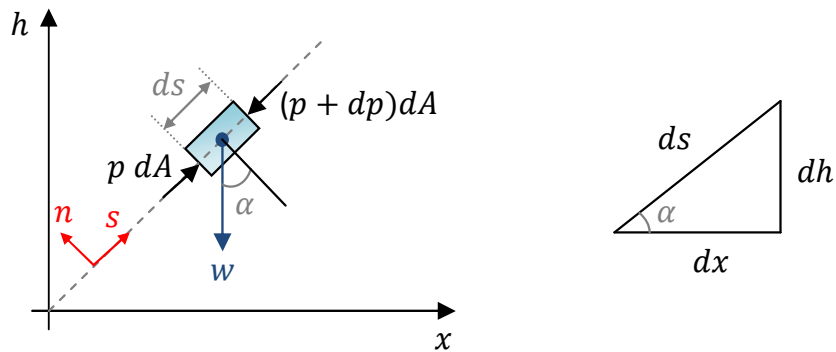


FIGURA 2.4: Forças que atuam em uma partícula de fluido.

Desprezando as forças de atrito (viscoso), as forças significativas que atuam na partícula na direção s são a pressão (agindo em ambos os lados) e o componente do peso. A aceleração na direção s de uma partícula de um fluido em escoamento permanente é dada pela equação (2.8). Assim, a equação (2.9) torna-se

$$[p dA] - [(p + dp) dA] - [w \sin(\alpha)] = m \left[v \frac{dv}{ds} \right], \quad (2.10)$$

onde

p é a pressão;

dA é a área infinitesimal;

α é o ângulo entre a normal da linha de corrente e o eixo vertical h ;

w é o peso da partícula de fluido.

Substituindo as relações de massa ($m = \rho(dA ds)$), peso ($w = (\rho dA ds)g$) e trigonômetria ($\sin(\alpha) = \frac{dh}{ds}$) na equação (2.10) e realizando algumas simplificações, temos

$$dp + \rho g dh + \rho \frac{1}{2} d(v^2) = 0, \quad (2.11)$$

sendo ρ a densidade do fluido, g a aceleração da gravidade e $\frac{1}{2}d(v^2) = v dv$.

Integrando a equação (2.11), obtemos a equação de Bernoulli para o escoamento compressível não permanente:

$$\int dp + \int \rho g dh + \int \rho \frac{1}{2} d(v^2) = \text{constante}. \quad (2.12)$$

Considerando o escoamento incompressível ($\rho = \text{constante}$) e permanente, os termos dessa equação são diferenciais exatas e suas integrais resultam em

$$p + \rho gh + \rho \frac{v^2}{2} = \text{constante}. \quad (2.13)$$

Sendo essa a equação de Bernoulli representada sob a forma da pressão total ao longo de uma linha de corrente, comumente empregada na mecânica dos fluidos. Manipulando a equação (2.13), pode-se expressá-la em termos de cargas ou de energias.

A equação de Bernoulli apresenta o mesmo valor da *constante* para qualquer ponto em uma mesma linha de corrente. Assim, para dois pontos em uma mesma linha podemos escrever

$$p_1 + \rho gh_1 + \rho \frac{v_1^2}{2} = p_2 + \rho gh_2 + \rho \frac{v_2^2}{2}. \quad (2.14)$$

A rigor, o valor da *constante* da equação de Bernoulli é diferente para diferentes linhas de corrente. Entretanto, para um escoamento irrotacional e, portanto, sem a presença de vórtice, o valor da *constante* é igual para todas as linhas de corrente.

2.3.1 Modelo para a descarga de um tanque grande

Nesta seção, mostraremos o uso da equação de Bernoulli em uma típica aplicação, a drenagem de água de um tanque grande aberto para a atmosfera, que apresenta escoamento em regime quase permanente.

Seja um tanque preenchido com água até uma altura inicial, submetido a uma descarga através de um canal localizado em sua base (figura 2.5). Desejamos obter a

equação da dinâmica da altura da coluna de água do tanque no tempo.

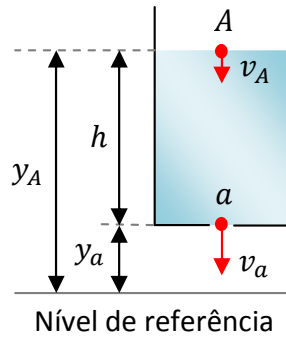


FIGURA 2.5: Esvaziamento de um tanque.

Considerando o comportamento de um fluido incompressível, de acordo com a equação da continuidade, que resulta do princípio de conservação de massa (2.1), o volume que atravessa a seção A num tempo, deve ser igual ao volume que atravessa a seção a no mesmo intervalo de tempo. Assim, a relação das vazões nas seções será dada por

$$v_A A = v_a a, \quad (2.15)$$

onde

- A é a área da seção transversal do tanque;
- a é a área da seção transversal do canal de saída do tanque;
- v_A é a velocidade do fluido em sua superfície livre;
- v_a é a velocidade do fluido no canal de saída.

Segundo Libii (2003), quando um líquido em um tanque é submetido a uma descarga por um orifício de saída com área da seção transversal muito menor que a área da seção transversal do tanque, a hipótese de escoamento sem atrito pode ser empregada, resultando em um modelo que se comporta de modo semelhante ao de um fluido real.

Portanto, considerando o escoamento sem atrito e em regime quase permanente, de acordo com as observações realizadas nos trabalhos de Libii e Sabersky, podemos aplicar a equação de Bernoulli no centro da superfície do fluido e no centro da seção do canal de saída, obtemos a seguinte equação:

$$p_A + \rho g y_A + \frac{1}{2} \rho v_A^2 = p_a + \rho g y_a + \frac{1}{2} \rho v_a^2 \quad (2.16)$$

sendo

p_A é a pressão na superfície do fluido;

p_a é a pressão no orifício de saída;

y_A é a altura da superfície do fluido em relação ao nível de referência;

y_a é a altura do orifício de saída em relação ao nível de referência.

Como o fluido nas seções A e a estão em contato com o ar sob a mesma pressão atmosférica, $p_A = p_a = p_{atm}$, estes termos são eliminados da equação. A altura da coluna de fluido (h), a variável do processo, é dada pela diferença das alturas y_A e y_a . Assim, a equação (2.16) é reduzida a

$$\rho g h + \frac{1}{2} \rho v_A^2 = \frac{1}{2} \rho v_a^2. \quad (2.17)$$

Isolando v_A da equação (2.15) e substituindo na equação (2.17), obtemos a seguinte relação

$$v_a = A \sqrt{\frac{2gh}{A^2 - a^2}}. \quad (2.18)$$

O volume de água drenado pelo canal na unidade de tempo é dado por $a v_a$, e no tempo dt será dado por $a v_a dt$. Para o mesmo intervalo de tempo, ocorrerá o movimento descendente da superfície livre do fluido, que resulta em

$$- A dh = a v_a dt. \quad (2.19)$$

Substituindo a equação (2.18) em (2.19), simplificando e integrando a função da altura no intervalo $[h_i, h_f]$ para o período $[t_i, t_f]$, considerando a área da seção transversal do tanque constante, obtemos a expressão da altura da coluna de água em função do tempo,

$$\sqrt{h_i} - \sqrt{h_f} = \left(\frac{a}{2} \sqrt{\frac{2g}{A^2 - a^2}} \right) t_f. \quad (2.20)$$

Além disso, o tempo para a descarga de água completa do tanque é obtida quando a altura final da coluna de água é igual a zero ($h_f = 0$). Substituindo esta condição na equação (2.20),

$$t_f = \sqrt{\left(\frac{A^2}{a^2} - 1\right) \frac{2h_i}{g}}. \quad (2.21)$$

2.4 Modelo para a dinâmica do nível de um tanque

Nesta seção será desenvolvido o modelo matemático para a variação do nível da coluna de água de um tanque submetido a carga e descarga de água. Em nossa planta são utilizados dois diferentes tipos de tanques, com a forma retangular e trapezoidal, como ilustrado nas figuras 2.8 e 2.14. Para cada tipo de tanque um modelo para a dinâmica do nível de água será apresentado.

Neste trabalho, aborda-se sistemas a parâmetros concentrados (dimensão finita e dependentes apenas do tempo) que podem ser representados por equações diferenciais ordinárias (EDOs). A fim de simplificar a modelagem serão realizadas as seguintes hipóteses:

1. a velocidade do fluido em sua superfície livre (v_A) é desprezível;
2. a perda de carga na tubulação é desprezível;
3. a água é incompressível e sua densidade não varia;
4. a temperatura do fluido é constante;
5. a pressão atmosférica em cada ponto da planta é a mesma;
6. a dinâmica da bomba é mais rápida do que a dinâmica do tanque;
7. o canal de saída é arredondado e sua superfície é lisa, não apresentando expansões ou contrações, evitando assim a presença de atrito e perturbações no escoamento.

Observe que a hipótese de que a velocidade do fluido na seção A seja desprezível ($v_A \cong 0$) em comparação com a velocidade do fluido na seção a modifica a equação (2.18), reduzindo-a para a equação de Torricelli:

$$v_a = \sqrt{2gh}. \quad (2.22)$$

Esta hipótese pode ser explicada pelo balanço das energias cinética e potencial. O fluido em queda livre, que é ejetado do tanque pelo canal de deságüe, acelera uniformemente em seu movimento descendente pela ação da gravidade. Enquanto a superfície livre, com seção A , desacelera durante o seu movimento descendente. Durante este processo de descarga de água, a energia potencial é convertida em energia cinética. Contudo, a energia cinética gerada por esta conversão não é armazenada no tanque, sendo ela eliminada com o escoamento de massa do fluido pelo canal. Assim, ambas formas de energia diminuem constantemente dentro do tanque. Se o processo de drenagem for bastante lento, a superfície livre desacelerará lentamente e uniformemente, e a energia cinética dos elementos do fluido em sua superfície livre será muito pequena em comparação com a sua energia potencial.

Dessa forma, ao substituir a equação (2.22) na equação (2.19), a expressão da altura da coluna de água em função do tempo para a descarga de água (2.20) pode ser simplificada para

$$\sqrt{h_i} - \sqrt{h_f} = \left(\frac{a}{A} \sqrt{\frac{g}{2}} \right) t. \quad (2.23)$$

Isolando t e considerando a altura final da coluna de água nula ($h_f = 0$), o tempo para a descarga de água completa do tanque (2.21) passa a ser expresso por

$$t = \frac{A}{a} \sqrt{\frac{2h_i}{g}}. \quad (2.24)$$

2.4.1 Tanque retangular

Para a modelagem física do nível de um tanque retangular submetido à entrada e saída de água, como apresentado na figura 2.7, necessitamos escrever a equação que governa o balanço de massa no tanque. Esse balanço, que neste caso pode ser aplicado ao volume ($\rho = \text{constante}$), estabelece que o volume de água que entra menos o que sai é igual à variação do volume ocupado pela água no tanque (2.3). O volume de água no tanque retangular em qualquer momento é uma função linear da altura da coluna

de água no tanque, uma vez que sua seção transversal é constante.

A vazão de água na entrada do tanque é dada pela vazão da bomba, sendo expressa por

$$q_e = k\vartheta. \quad (2.25)$$

Substituindo a equação (2.22) na equação (2.19) obtemos a vazão de água pelo canal de deságüe, sendo determinada por

$$q_s = a\sqrt{2gh}. \quad (2.26)$$

Para facilitar a interpretação, representamos as vazões de água de entrada e de saída em um volume de controle (figura 2.6).

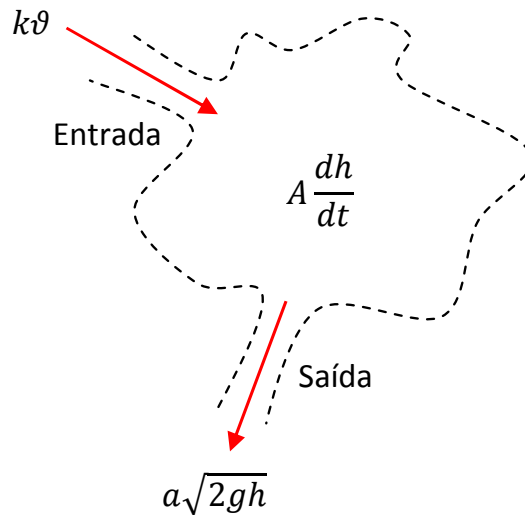


FIGURA 2.6: Variação do volume ocupado pela água no tempo representada por um volume de controle.

Substituindo as equações (2.25) e (2.26) na relação de balanço do volume ocupado pela água no tempo (2.3), temos

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= k\vartheta - a\sqrt{2gh} \\ A \frac{dh}{dt} &= k\vartheta - a\sqrt{2gh} \\ \frac{dh}{dt} &= \frac{k}{A}\vartheta - \frac{a}{A}\sqrt{2gh}. \end{aligned} \quad (2.27)$$

A expressão (2.27) é uma equação diferencial em h , altura da coluna de água, e depende da vazão de entrada e das dimensões do tanque.

2.4.2 Tanque trapezoidal

Duas faces deste tanque apresentam a forma de um trapézio retângulo, na qual dois ângulos internos são retos (figura 2.14). Deste modo, a área da seção transversal da superfície livre do fluido pode ser expressa por

$$A = b(c + tg(\theta)h). \quad (2.28)$$

onde

b é o comprimento interno da lateral do tanque trapezoidal;

c é o comprimento interno da base menor do trapézio retângulo;

θ é o ângulo entre a lateral do trapézio e a projeção da altura da coluna de água.

Note que a área A depende da altura da coluna de água, e o volume ocupado pela água no tanque não é mais uma função linear da altura da superfície livre do fluido, como ocorre no tanque retangular.

A equação diferencial que relaciona a variação da altura do nível de água no tempo para uma dada vazão de entrada de água, apresentada na equação (2.5), passa a ser expressa por

$$\frac{dh}{dt} = k \frac{\vartheta}{b(c + tg(\theta)h)}. \quad (2.29)$$

Considerando a velocidade do fluido na superfície livre desprezível, ao substituir as equações (2.28) e (2.22) na equação (2.19), obtemos a equação diferencial para o processo de descarga de água do tanque trapezoidal, sendo expressa por

$$\frac{dh}{dt} = -a \frac{\sqrt{2gh}}{b(c + tg(\theta)h)}. \quad (2.30)$$

Para o processo de carga e descarga de água do tanque trapezoidal, temos a equação diferencial dada por

$$\frac{dh}{dt} = k \frac{\vartheta}{b(c + tg(\theta)h)} - a \frac{\sqrt{2gh}}{b(c + tg(\theta)h)} \quad (2.31)$$

Essa expressão tem como variável de estado a altura da coluna de água e depende das vazões de entrada e saída de água, bem como das dimensões do tanque. Ela é análoga à equação (2.27), diferenciando-se pela área A não ser mais uma constante.

2.5 Resultados de simulações e experimentais

Nos experimentos realizados na planta piloto para a validação dos modelos de cada tanque, foram utilizados os dispositivos que se encontram ilustrados no diagrama esquemático na figura 2.7. A superfície do tanque é aberta à atmosfera, por onde a água bombeada entra e escoar por um canal de deságüe localizado em sua base. A bomba utilizada é do tipo de engrenagens e apresenta uma vazão média de $50,5 \times 10^3 \text{ mm}^3/\text{s}$ quando operando a 12 V . O conjunto moto-bomba é acionado por um módulo de potência. A modulação do sinal (PWM) de saída do módulo determina a velocidade do motor e é variada a partir de um sinal de comando em tensão de 0 a 10 V . A vazão de saída da bomba é proporcional à tensão aplicada nos terminais do motor de corrente contínua. A medida da altura da coluna de água é realizada de forma indireta pela medição da pressão.

2.5.1 Tanque retangular

Trata-se de um tanque com capacidade aproximada de $4,5 \ell$ e sua área da seção transversal é constante. As dimensões internas do tanque retangular estão representadas na figura 2.8. O diâmetro do canal de deságüe pode ser configurado para $4,6 \text{ mm}$ ($\approx 3/16 \text{ in}$) ou $6,9 \text{ mm}$.

De acordo com Libii (2003), para tanques que apresentam um valor elevado da razão entre a área da seção transversal do tanque e a área da seção transversal do canal de drenagem, a descarga será lenta e o tempo para o completo deságüe do tanque variará linearmente com essa razão. Este resultado é dado pela equação (2.21) e é apresentado com os dados experimentais na figura 2.9, para a altura inicial de 64 mm da coluna de água.

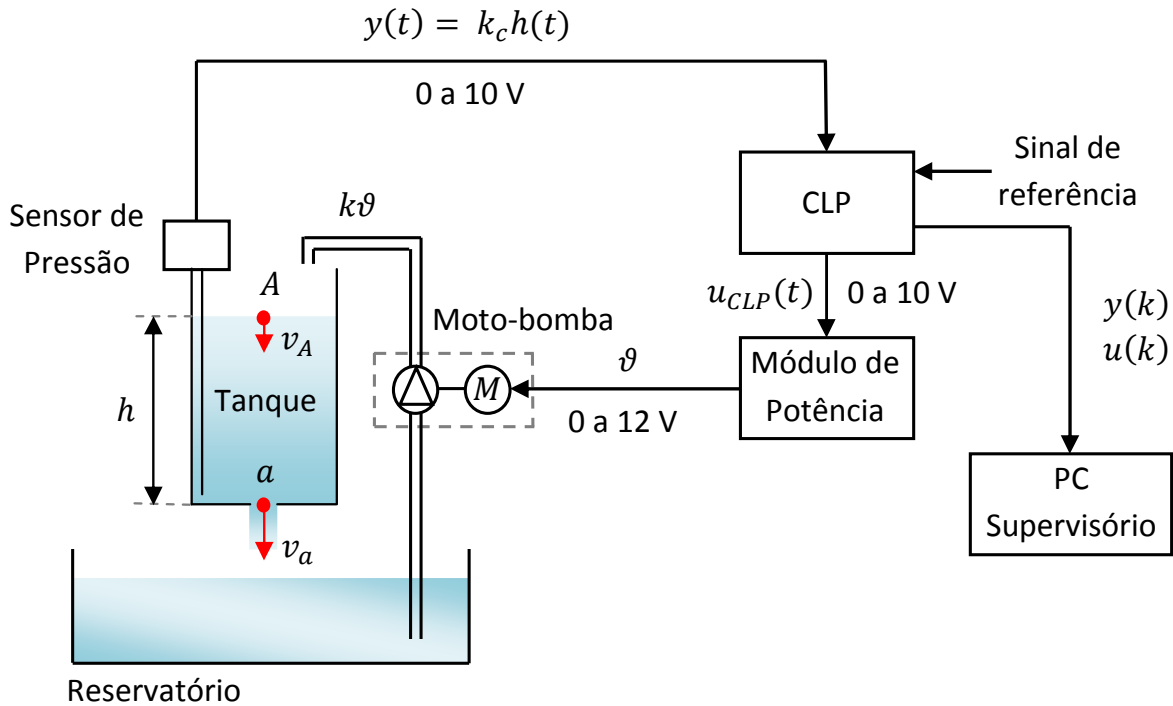


FIGURA 2.7: Esquema de planta piloto utilizada nos experimentos em malha aberta. Onde $y(k)$ e $u(k)$ são sinais amostrados (digitais).

Uma vez obtido um modelo matemático para o tanque retangular (2.27), é necessário validá-lo. Para a simulação numérica do modelo contínuo foi utilizado o método de integração Runge-Kutta (*ode45* do *Matlab*). Os resultados de simulação para a carga e descarga de água em um tanque retangular são comparados com os resultados experimentais, sendo apresentados respectivamente nas figuras 2.10 e 2.11.

Para a simulação da carga de água de um tanque, considerou-se a vazão de água pela bomba a 12 V igual a $52,2 \times 10^3 \text{ mm}^3/\text{s}$. O intervalo de integração foi de 0 a 100 s, para a altura inicial da coluna de água nula ($h_i = 0$), e o ganho da bomba (k) é igual a $4,35 \times 10^3 \text{ mm}^3/\text{Vs}$. Considere que exista uma restrição do fluxo de água na entrada do tanque que reduza a vazão de água na entrada do tanque para 72% do declarado.

Na simulação do modelo para a descarga de água de um tanque com escoamento em regime quase permanente, considerou-se a altura inicial de 109,2 mm e o diâmetro do canal de deságue igual a 6,9 mm para o intervalo de 0 a 80 s.

Observa-se que o modelo físico apresenta um resultado satisfatório em relação ao comportamento do sistema real. O modelo foi alcançado através do uso da equação de Bernoulli, e o emprego dessa só foi permitido ao considerar o regime de escoamento de

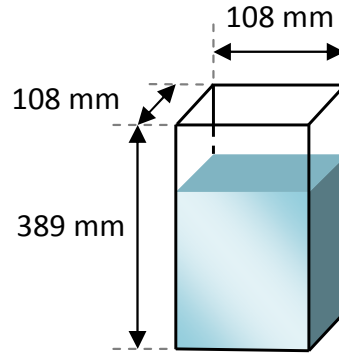


FIGURA 2.8: Dimensões internas do tanque retangular.

um fluido ideal. Essa hipótese é válida somente para tanques com grandes valores da razão entre as áreas de sua seção transversal e da área da seção transversal do canal de deságüe ($A/a > 100$).

Na figura 2.10 observa-se um atraso dos dados experimentais em relação a curva dos resultados da simulação do modelo. Isto se deve ao atraso existente no sistema real, relacionado ao tempo para o transporte do fluido desde o reservatório de água até o tanque retangular. Podemos remover o tempo do atraso para o bombeamento, excluindo as amostras realizadas nos três primeiros segundos, que é o tempo necessário para o preenchimento completo das mangueiras com água. Os resultados da simulação do modelo ajustado para a carga de água em comparação com os resultados experimentais estão ilustrados na figura 2.12.

Os valores da altura da coluna de água calculados pelo modelo físico do processo de descarga de água do tanque retangular - segundo termo da equação diferencial (2.27) - apresentam discrepâncias quando comparados com os níveis amostrados.

De acordo com os resultados obtidos no trabalho de Libii & Faseyitan (1997) esta divergência era esperada. Segundo eles, o tempo para a descarga completa de um tanque estimado pela teoria é inferior ao tempo obtido no experimento. Esta diferença varia com a dimensão, razão das áreas e geometria da seção transversal do tanque. Sendo mais acentuada nos tanques com seção transversal quadrada do que nos tanques com seção transversal circular.

A diferença entre a resposta do modelo e a resposta do processo real pode ser reduzida através de ajustes. Essa aproximação pode ser realizada pelo ajuste da constante de tempo, que apresenta uma interpretação física no campo de mecânica dos fluidos.

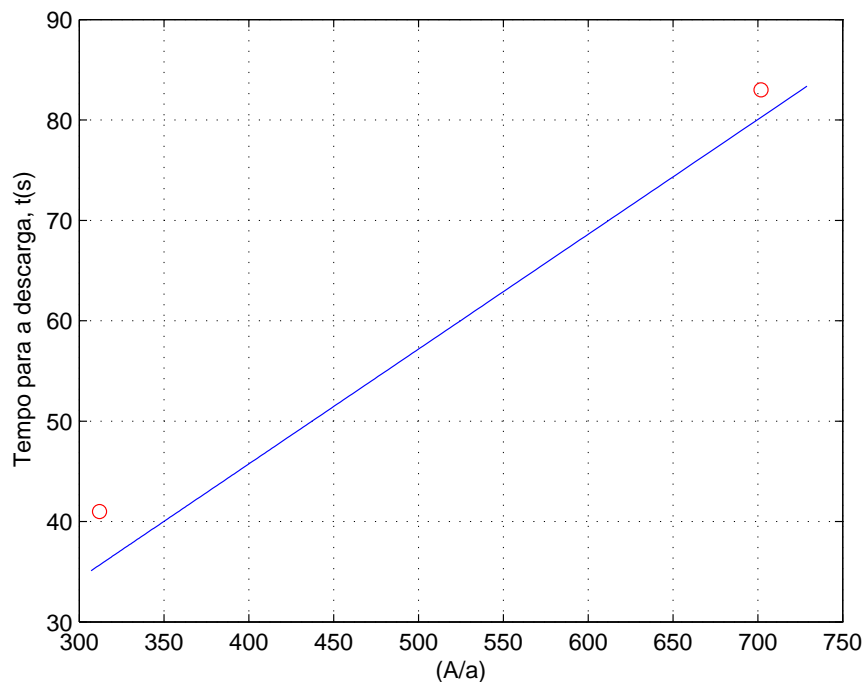


FIGURA 2.9: Valores experimentais do tempo para o deságue completo em função da razão entre as áreas A/a (círculo), comparado aos valores obtidos pela equação (2.21) (linha contínua).

Para que o modelo do comportamento de deságue corresponda aos dados amostrados, deve-se aumentar a constante de tempo, para tornar mais lenta a resposta do modelo, ou seja, diminuir a velocidade com que a altura da superfície livre varia no tempo. Isso corresponde à multiplicação do segundo termo da equação (2.27) por uma constante $k_l < 1$. Assim, a equação diferencial da altura da coluna de água para o modelo ajustado do processo de descarga de água passa a ser expressa por

$$\frac{dh}{dt} = -k_l \frac{a}{A} \sqrt{2gh}. \quad (2.32)$$

A partir de simulações e comparações com os resultados experimentais obteve-se o valor da constante k_l igual a 0,68. Este fator de ajuste é válido para o tanque retangular descrito nesta seção. Os resultados da simulação do modelo ajustado em comparação com os resultados experimentais estão ilustrados na figura 2.13.

A mecânica de fluidos explica esta discrepância entre o modelo teórico e os resultados experimentais por duas razões: o desprezo do atrito no desenvolvimento do

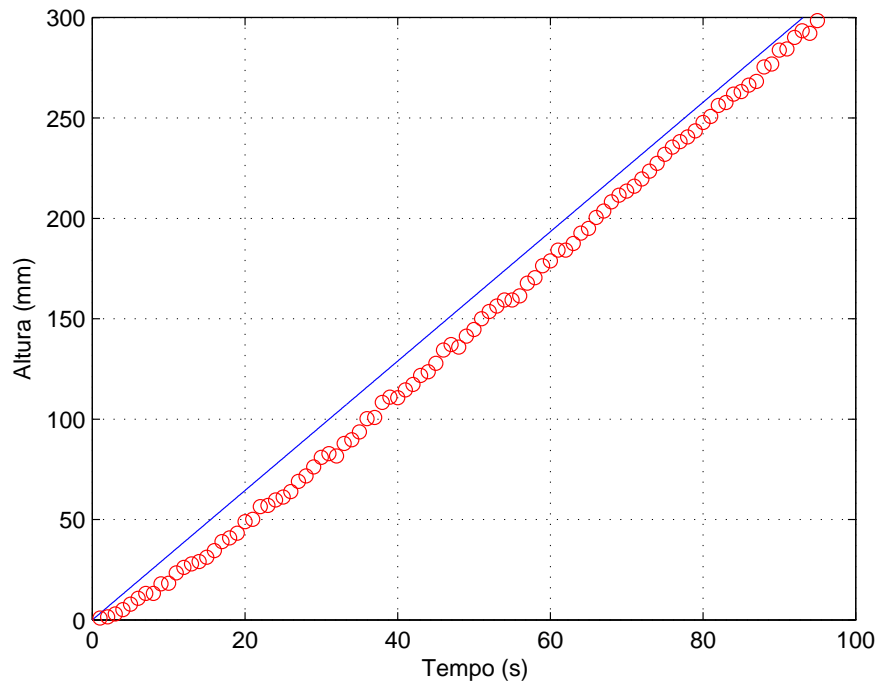


FIGURA 2.10: Valores da simulação para a carga de água (linha contínua) e dos dados medidos (círculo) para o tanque retangular.

modelo, e o diâmetro de fluxo efetivo ser inferior ao valor físico do orifício de descarga. O primeiro diz respeito à necessidade de correção da velocidade teórica do fluido no canal de deságue, que deve ser ajustada por um coeficiente de velocidade, uma vez que as perdas por atrito no orifício não foram consideradas no modelo. O outro, coeficiente de contração do orifício, deve-se ao fato de que a abertura efetiva do orifício é menor do que a física, isso porque o perfil da velocidade do fluido não é uniforme. Segundo a teoria do deslocamento de um fluido real, para o canal circular, o fluxo apresenta um perfil de velocidades parabólico, sendo a velocidade máxima no centro do orifício. Nas linhas de corrente adjacentes à superfície do canal, a velocidade teórica é nula. Dessa forma ocorre um estrangulamento do fluxo do real jato de descarga. Estes dois coeficientes são constantes, que podem ser agrupadas a um único valor, que corresponda ao coeficiente de perda de carga (k_l) devido à passagem de água pelo orifício.

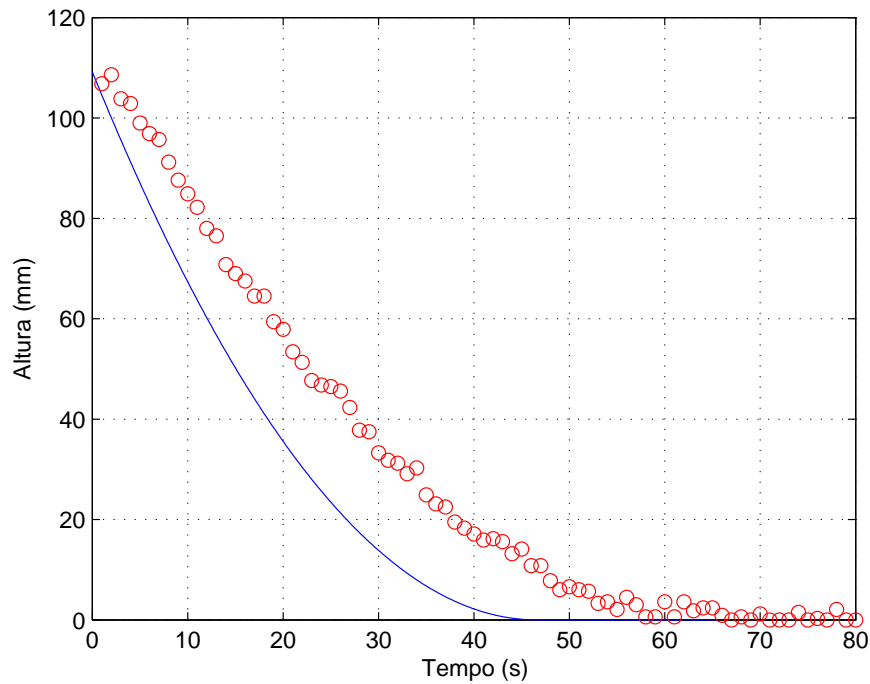


FIGURA 2.11: Valores da simulação para a descarga de água (linha contínua) e dos dados medidos (círculo) para o tanque retangular.

2.5.2 Tanque trapezoidal

O segundo tanque a ser utilizado no experimento é trapezoidal com capacidade aproximada de $4,8 \ell$ e sua área da seção transversal não é constante. As dimensões internas do tanque trapezoidal estão representadas na figura 2.14. O diâmetro do canal de deságüe pode ser configurado para $4,6 \text{ mm}$ ($\approx 3/16 \text{ in}$) ou $6,9 \text{ mm}$.

A partir do modelo matemático, equação (2.31), podemos comparar seu comportamento em relação ao sistema real. Esta avaliação é realizada comparando os resultados de simulação para a carga e descarga de água em um tanque trapezoidal, que estão apresentados respectivamente nas figuras 2.15 e 2.16.

Para a simulação de carga de água de um tanque, considerou-se a vazão máxima de água pela bomba a 12 V igual a $48,7 \times 10^3 \text{ mm}^3/\text{s}$. O intervalo de integração foi de 0 a 100 s , para a altura inicial da coluna de água nula ($h_i = 0$), e o ganho da bomba (k) é igual a $4,06 \times 10^3 \text{ mm}^3/\text{Vs}$. Após a bomba de água existe um estrangulamento, que reduz a vazão na entrada do tanque trapezoidal para 72% do enunciado.

A simulação do modelo de descarga de água de um tanque com escoamento em

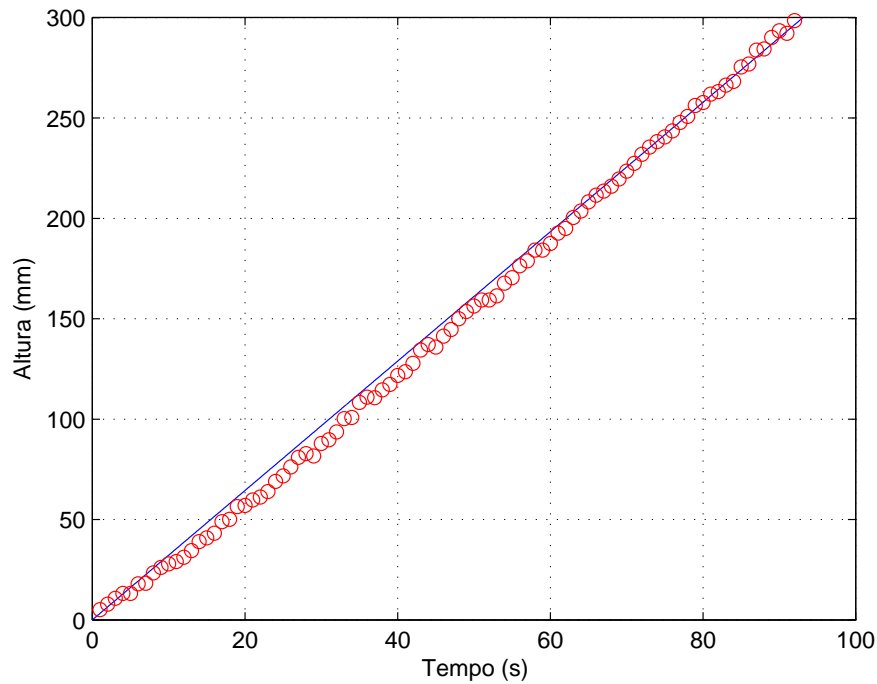


FIGURA 2.12: Valores da simulação do modelo ajustado para a carga de água (linha contínua) e dos dados medidos (círculo) para o tanque retangular.

regime quase permanente, apresentado na subseção 2.4.2, considerou a altura inicial igual a $111,9 \text{ mm}$ e o diâmetro do canal de deságue igual a $6,9 \text{ mm}$ para o intervalo de 0 a 80 s.

Para o processo de descarga de água de um tanque trapezoidal foi realizado a simulação de um modelo que considera a velocidade da superfície livre do fluido ($v_A \neq 0$). Esse modelo é obtido substituindo as equações (2.18) e (2.28) na expressão (2.19). Essa simulação apresentou o mesmo comportamento dos resultados obtidos pelo modelo (2.30) apresentado na figura 2.16.

Observa-se que o modelo físico apresenta um resultado razoável em relação ao comportamento do sistema real. Comparando os gráficos das figuras 2.11 e 2.16, nota-se que o desempenho do modelo teórico para o deságue do tanque trapezoidal foi semelhante ao desempenho do tanque retangular em relação aos resultados experimentais.

Adicionalmente, ao comparar esses gráficos, percebe-se que a curva da variação do nível para o tanque trapezoidal apresenta um maior intervalo com característica linear do que a do tanque retangular. Isso se explica pelo fato de que a área da

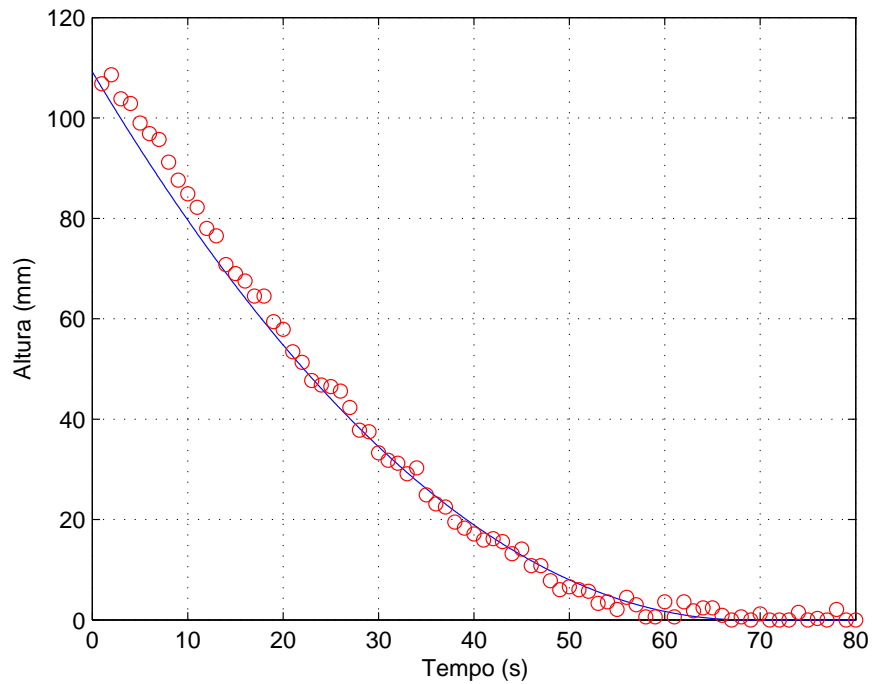


FIGURA 2.13: Valores da simulação do modelo ajustado para a descarga de água (linha contínua) e dos dados medidos (círculo) para o tanque retangular.

seção transversal do fluido, no tanque trapezoidal, reduz com o decréscimo da altura. A medida que o nível do fluido decresce no tempo, a velocidade do fluido em sua superfície é reduzida. Em contrapartida, a área da seção transversal diminui com a redução da altura, o que leva a um acréscimo da velocidade da superfície livre do fluido. Assim, a velocidade do deslocamento da superfície de água, para o tanque trapezoidal, é aproximadamente constante na maior parte do seu período de descarga.

O desempenho do modelo teórico pode ser melhorado ao ajustar um de seus parâmetros. No gráfico da figura 2.16 observa-se que a resposta do modelo apresenta a mesma forma da resposta do processo real, porém a velocidade teórica com que o nível varia no tempo é mais rápida do que a amostrada no experimento.

Portanto, podemos ajustar a constante de tempo de forma análoga ao realizado na equação (2.32). Para o tanque trapezoidal o valor da constante de perda de carga (k_l) devido à passagem de água pelo orifício vale 0,62, e foi obtido por simulações e comparações com os resultados experimentais.

Dessa forma, o modelo ajustado para a descarga de água do tanque trapezoidal,

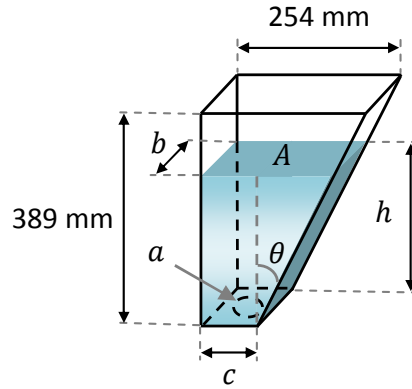


FIGURA 2.14: Dimensões internas do tanque trapezoidal. Sendo $b = 78 \text{ mm}$, $c = 76 \text{ mm}$ e $\theta = 23,5^\circ$.

descrito pela equação (2.30), passa a ser expresso por

$$\frac{dh}{dt} = -k_l a \frac{\sqrt{2gh}}{b(c + tg(\theta)h)}. \quad (2.33)$$

O resultado da simulação do modelo ajustado para o deságue encontra-se ilustrado no gráfico da figura 2.17. Observa-se que o modelo ajustado apresenta um bom resultado em comparação com o comportamento real, de forma similar ao resultado apresentado na seção 2.5.1 para o modelo ajustado de deságue do tanque retangular.

Para a carga de água, podemos remover as amostras iniciais relacionadas ao período do transporte de água, e assim obter uma aproximação da curva dos resultados experimentais em relação a curva dos resultados da simulação do modelo. Os resultados da simulação do modelo ajustado para a carga de água em comparação com os resultados experimentais estão ilustrados na figura 2.18.

2.6 Discussão e conclusão

Neste capítulo foram apresentados os modelos que descrevem a dinâmica do nível para os tanques retangular e trapezoidal. Estes modelos foram derivados a partir das leis básicas que governam os movimentos dos fluidos.

Embora hipóteses restritivas, como a de escoamento de um fluido ideal, tenham sido empregadas no desenvolvimento dos modelos, bons resultados foram alcançados pelos modelos ajustado em comparação com os dados experimentais. Contudo, devemos

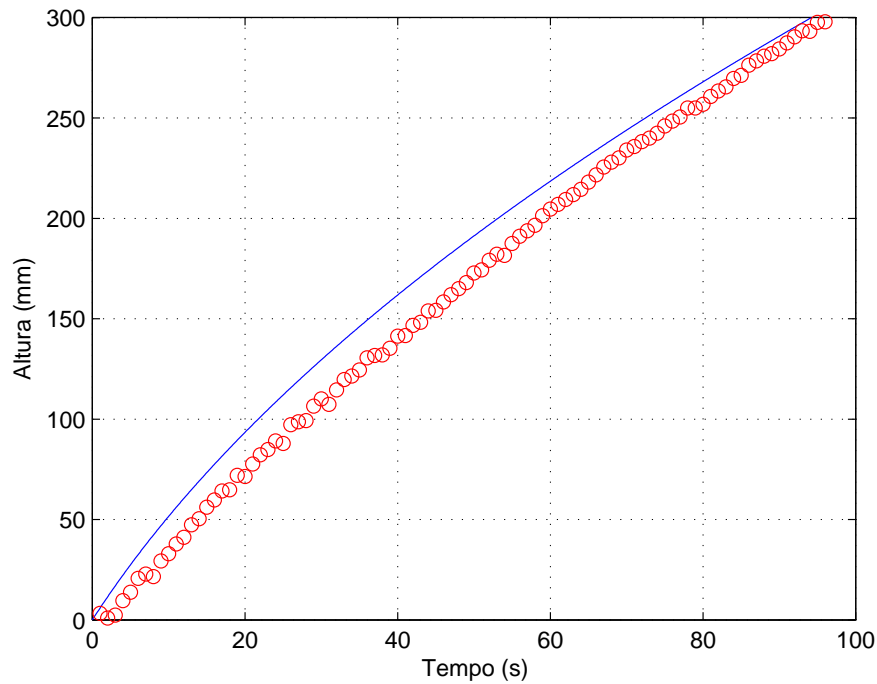


FIGURA 2.15: Valores da simulação para a carga de água (linha contínua) e dos dados medidos (círculo) para o tanque trapezoidal.

observar que o modelo representa bem o sistema real apenas quando o orifício de saída de água é pequeno quando comparado à área da seção transversal do tanque. Para pequenas razões de áreas (A/a), a aceleração das partículas na superfície livre do fluido não pode ser assumida como constante e desprezível em relação à aceleração da gravidade, e a consideração de escoamento em regime quase permanente não é mais válida.

Podemos afirmar que os modelos ajustados representam bem o comportamento do sistema real proposto neste trabalho.

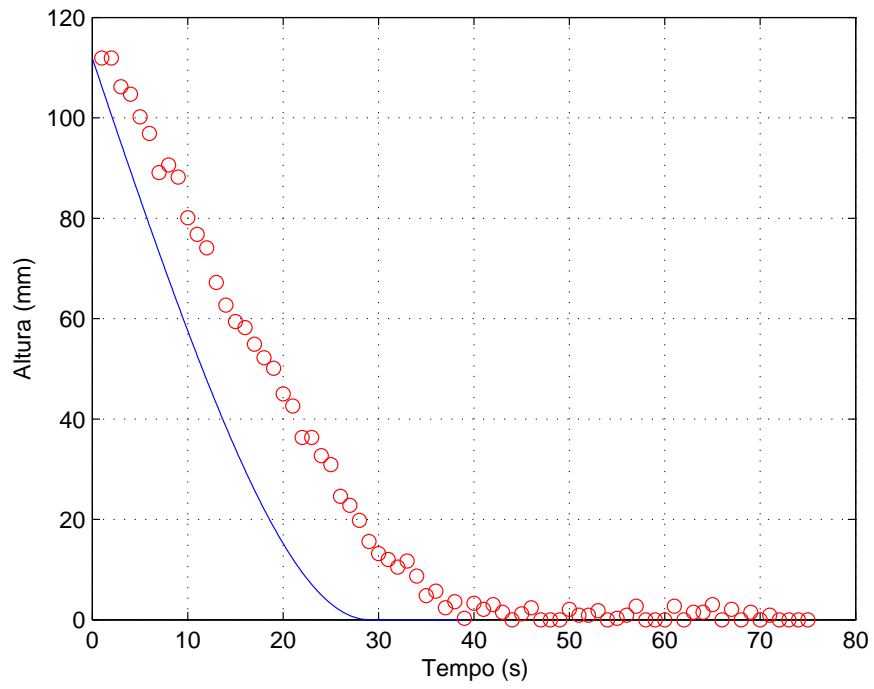


FIGURA 2.16: Valores da simulação para a descarga de água (linha contínua) e dos dados medidos (círculo) para o tanque trapezoidal.

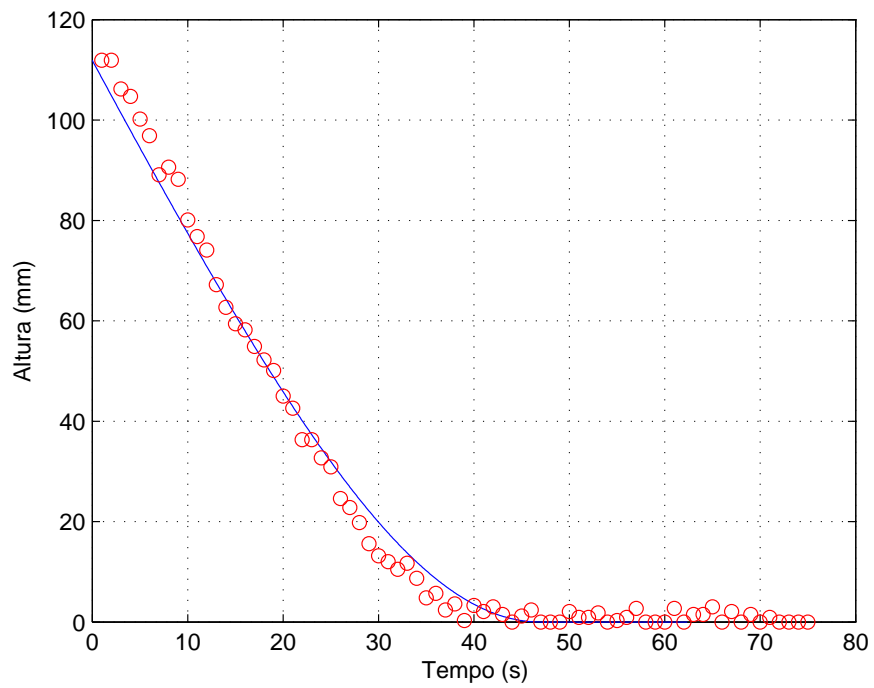


FIGURA 2.17: Valores da simulação do modelo ajustado para a descarga de água (linha contínua) e dos dados medidos (círculo) para o tanque trapezoidal.

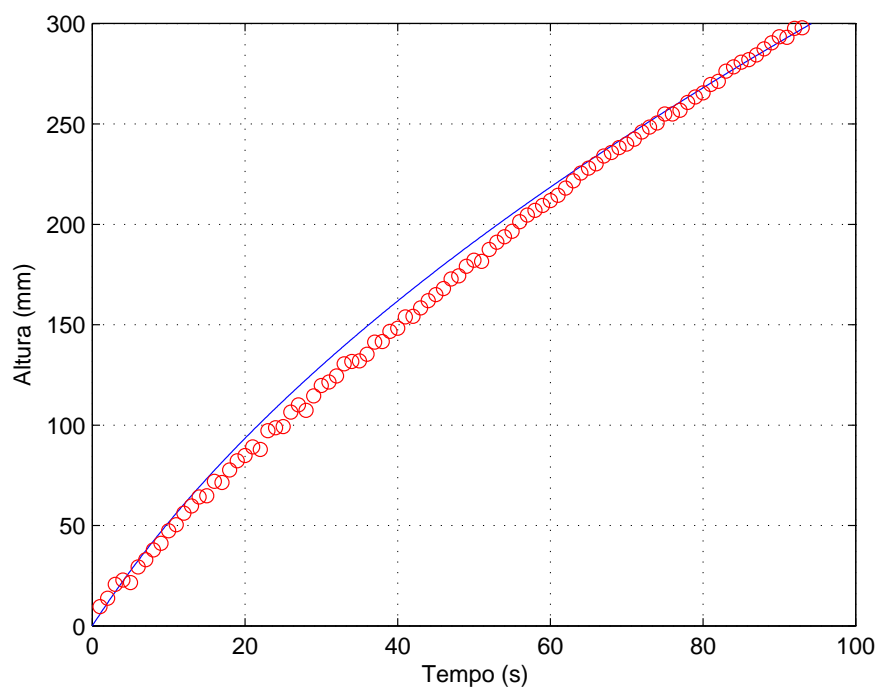


FIGURA 2.18: Valores da simulação do modelo ajustado para a carga de água (linha contínua) e dos dados medidos (círculo) para o tanque trapezoidal.

Capítulo 3

Modelo do sistema de quatro tanques

Este capítulo apresenta a modelagem de um sistema de quatro tanques, baseada no trabalho realizado por Johansson (2000), onde os parâmetros e variáveis têm interpretação física. O trabalho proposto diferencia-se principalmente pela presença de um tanque trapezoidal, com área da seção transversal dependente da altura. O objetivo inicial é obter modelos matemáticos para simulação com elevado grau de realismo que possam ser implementados em ambiente *Simulink/Matlab*. O modelo não-linear obtido pode apresentar dinâmica dos zeros de fase não mínima, dependendo da configuração adotada. Posteriormente, modelos linearizados são obtidos para as configurações de fase mínima e não mínima que serão utilizados para fins de projeto.

3.1 Descrição do sistema

O sistema proposto consiste de quatro tanques interligados, duas bombas e um reservatório, como ilustrado no diagrama esquemático da figura 3.1. Estas bombas foram numeradas de acordo com o tanque inferior ao qual estão diretamente associadas. As duas entradas da planta são as tensões aplicadas nos motores das bombas, e suas saídas de interesse são os níveis dos tanques inferiores.

O fluxo que sai de cada bomba é direcionado para dois tanques por meio de uma conexão T . Nas saídas desta conexão encontram-se estrangulamentos de fluxo, que são

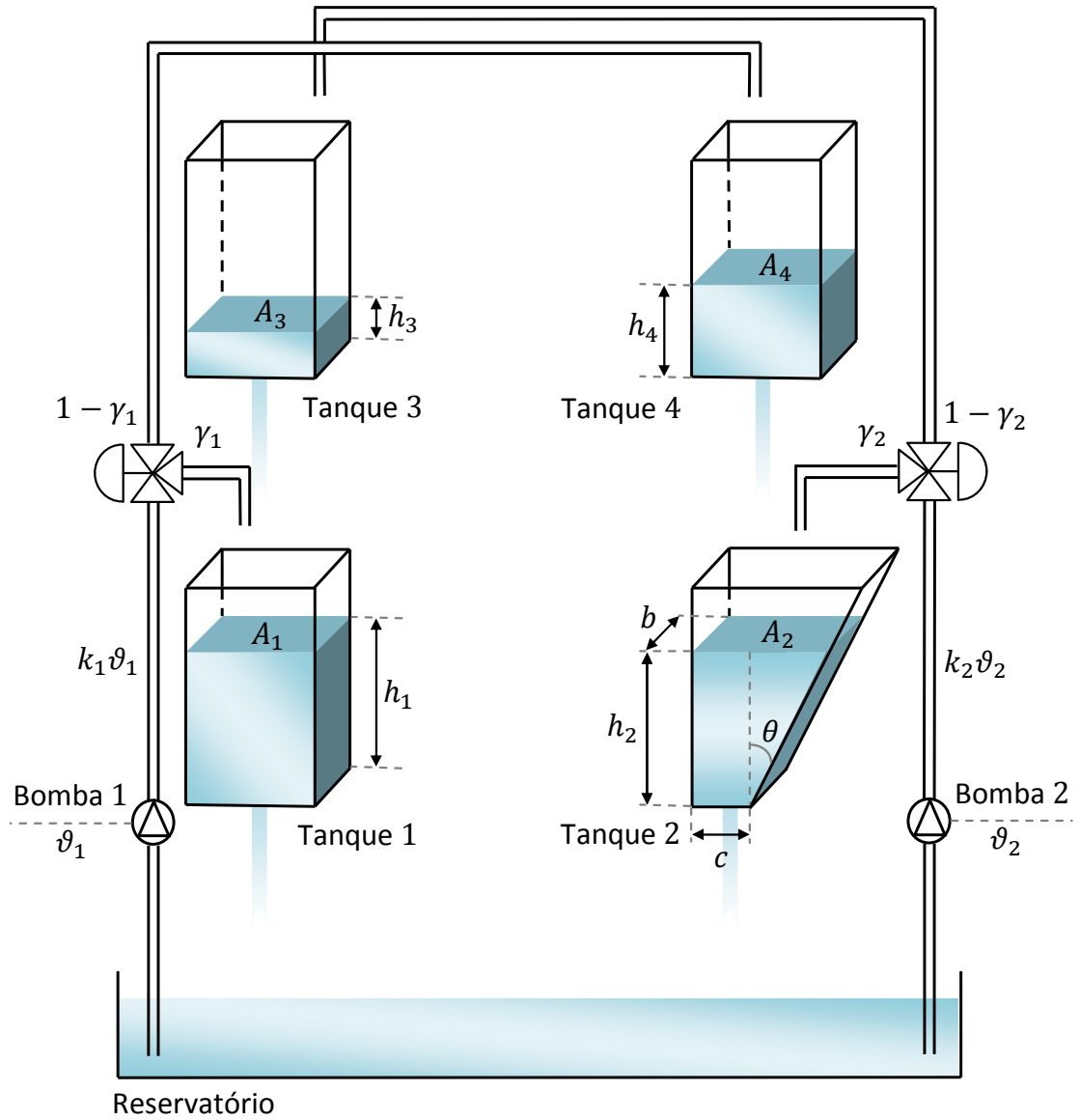


FIGURA 3.1: Diagrama esquemático do sistema de quatro tanques.

configurados de acordo com o experimento a ser realizado. Estes estrangulamentos de fluxo definem os valores dos parâmetros γ_1 e $\gamma_2 \in [0,1]$. De acordo com o Capítulo 2, por hipótese, a vazão da bomba (i) é proporcional à tensão média (ϑ_i) aplicada nos terminais do seu motor, sendo dada por $k_i\vartheta_i$, onde k_i é uma constante positiva e $i = 1,2$. Sendo assim, a vazão de entrada do tanque 1 devido à bomba 1 é dada por $\gamma_1 k_1 \vartheta_1$, enquanto que a vazão de entrada do tanque 4 devido à bomba 1 é expresso por $(1 - \gamma_1) k_1 \vartheta_1$. De forma similar é descrita a vazão de entrada dos tanques 2 e 3 devido à bomba 2.

3.2 Modelo não linear

Nesta seção será desenvolvido o modelo matemático para o sistema de quatro tanques a partir das leis físicas que descrevem o comportamento desse sistema. A fim de simplificar a modelagem, considere as hipóteses adotadas na seção 2.4 e sejam q_{ej} e q_{sj} as vazões de entrada e saída do tanque j , respectivamente, a_j é a área da seção reta do orifício de saída do tanque j e g é a aceleração da gravidade. De acordo com as equações apresentadas na seção 2.4, as vazões de saída e de entrada podem ser expressas, respectivamente, por:

$$q_{sj} = a_j \sqrt{2gh_j}, \quad j = 1, 2, 3, 4,$$

$$q_{e1} = \gamma_1 k_1 \vartheta_1 + q_{s3}, \quad q_{e2} = \gamma_2 k_2 \vartheta_2 + q_{s4}, \quad q_{e3} = (1 - \gamma_2) k_2 \vartheta_2 \quad \text{e} \quad q_{e4} = (1 - \gamma_1) k_1 \vartheta_1,$$

onde h_j é o nível no tanque j . A figura 3.2 ilustra as vazões de entrada e de saída de cada tanque e suas interações. Note que, as vazões de entrada dos tanques 1 e 2 dependem das vazões das bombas e das vazões de saída dos tanques 3 e 4, enquanto que as vazões de entrada dos tanques 3 e 4 dependem apenas das vazões das bombas. Considere as grandezas A_1, A_2, A_3, A_4, b, c e θ definidas na figura 3.1. Vale relembrar que, de acordo com a seção 2.4, o volume $V_j(h_j)$ contido no tanque j (para $j = 1, 3, 4$) é linear com respeito ao nível h_j e é dado por

$$V_j = A_j h_j, \quad j = 1, 3, 4,$$

enquanto que o volume do tanque 2 é quadrático em h_2 e é dado por

$$V_2 = bch_2 + bh_2^2 \tan(\theta)/2.$$

Sendo assim, pode-se verificar facilmente que:

$$\frac{dV_j}{dh_j} = A_j, \quad j = 1, 2, 3, 4,$$

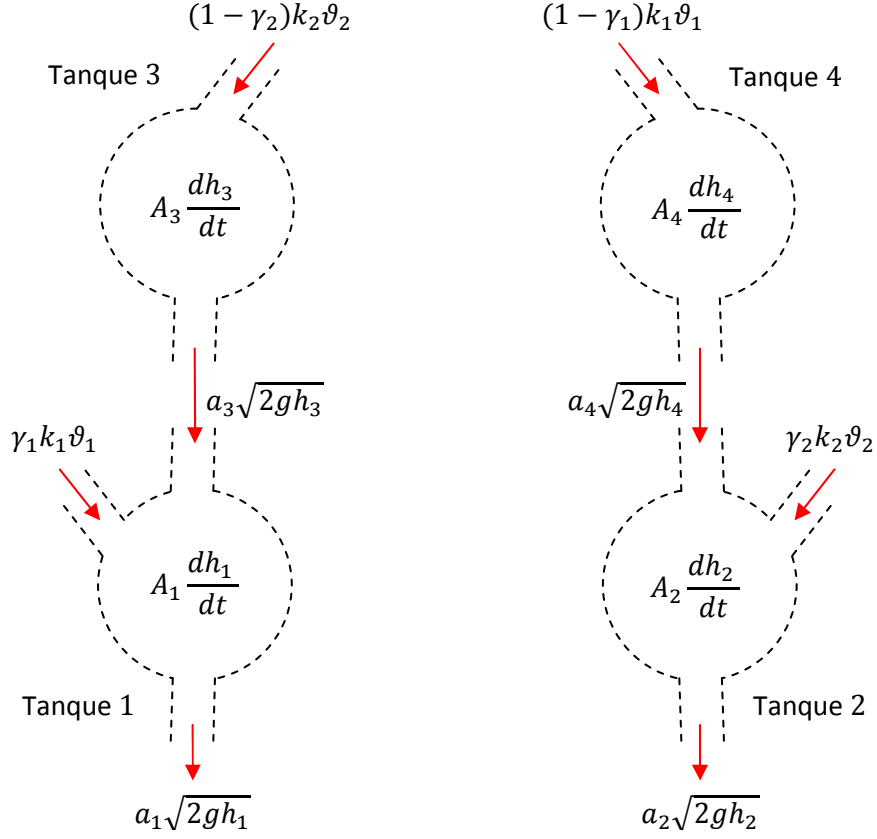


FIGURA 3.2: Vazões de entrada e de saída de cada tanque e suas interações.

onde A_1, A_3, A_4 são constantes e $A_2 = b(c + h_2 \tan(\theta))$ (ver equação (2.28)). Portanto, a partir do balanço de massa descrito na seção 2.4, tem-se:

$$\frac{dV_j(h_j(t))}{dt} = \frac{dV_j}{dh_j} \frac{dh_j}{dt} = q_{ej} - q_{sj}, \quad j = 1, 2, 3, 4,$$

e, conseqüentemente, a dinâmica do nível de cada tanque pode ser expressa por:

- Tanque 1:

$$\frac{dh_1}{dt} = -\frac{a_1}{A_1} \sqrt{2gh_1} + \frac{a_3}{A_1} \sqrt{2gh_3} + \frac{\gamma_1 k_1}{A_1} \vartheta_1, \quad (3.1)$$

- Tanque 2:

$$\frac{dh_2}{dt} = -\frac{a_2}{A_2} \sqrt{2gh_2} + \frac{a_4}{A_2} \sqrt{2gh_4} + \frac{\gamma_2 k_2}{A_2} \vartheta_2, \quad (3.2)$$

onde $A_2 := b(c + h_2 \tan(\theta))$.

- Tanque 3:

$$\frac{dh_3}{dt} = -\frac{a_3}{A_3} \sqrt{2gh_3} + \frac{(1 - \gamma_2) k_2}{A_3} \vartheta_2, \quad (3.3)$$

- Tanque 4:

$$\frac{dh_4}{dt} = -\frac{a_4}{A_4}\sqrt{2gh_4} + \frac{(1-\gamma_1)k_1}{A_4}\vartheta_1. \quad (3.4)$$

A constante de perda de carga k_{lj} apresentada no capítulo 2 é utilizada nas simulações para o ajuste do modelo, sendo multiplicada à área (a_j) da seção transversal do dreno do tanque j .

De forma compacta, o sistema não linear MIMO considerado é dado por:

$$\dot{x}_h = f_h(x_h, u_h), \quad y_h = \begin{bmatrix} h_1 & h_2 \end{bmatrix}^T, \quad (3.5)$$

onde $x_h := \begin{bmatrix} h_1 & h_2 & h_3 & h_4 \end{bmatrix}^T$ é o estado do sistema, y_h é a saída de interesse (medida) e $u_h = \begin{bmatrix} \vartheta_1 & \vartheta_2 \end{bmatrix}^T$ é a entrada de controle. O campo vetorial $f_h(x_h, u_h)$ é obtido diretamente de (3.1)–(3.4).

3.2.1 Pontos de equilíbrio - estado estacionário

Sejam $h_0 := (h_{1,0}, h_{2,0}, h_{3,0}, h_{4,0})^T$ e $\vartheta_0 := (\vartheta_{1,0}, \vartheta_{2,0})^T$. Para o modelo não linear apresentado na seção 3.2, o par (h_0, ϑ_0) denomina-se ponto de operação em estado estacionário se for ponto de equilíbrio de (3.1)–(3.4) (ou de (3.5), $f_h(h_0, \vartheta_0) = 0$). A existência e unicidade deste ponto de operação, para cada nível fixo da saída $(h_{1,0}, h_{2,0})$ será verificado no que segue. De (3.3) e (3.4) tem-se:

$$a_3\sqrt{2gh_{3,0}} = (1-\gamma_2)k_2\vartheta_{2,0},$$

$$a_4\sqrt{2gh_{4,0}} = (1-\gamma_1)k_1\vartheta_{1,0}.$$

Substituindo essas relações nas equações (3.1) e (3.2), resulta

$$a_1\sqrt{2gh_{1,0}} = \gamma_1 k_1 \vartheta_{1,0} + (1-\gamma_2)k_2 \vartheta_{2,0},$$

$$a_2\sqrt{2gh_{2,0}} = (1-\gamma_1)k_1 \vartheta_{1,0} + \gamma_2 k_2 \vartheta_{2,0},$$

podendo ser representado na forma matricial por

$$\begin{bmatrix} a_1\sqrt{2gh_{1,0}} \\ a_2\sqrt{2gh_{2,0}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_1 k_1 & (1 - \gamma_2)k_2 \\ (1 - \gamma_1)k_1 & \gamma_2 k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vartheta_{1,0} \\ \vartheta_{2,0} \end{bmatrix}.$$

Existe um único vetor de entrada constante $(\vartheta_{1,0}, \vartheta_{2,0})$ dado os níveis $(h_{1,0}, h_{2,0})$ em regime permanente se e somente se a matriz dos coeficientes das entradas for não singular. Verificando a não singularidade pelo cálculo do determinante tem-se que

$$\gamma_1 + \gamma_2 \neq 1, \quad (3.6)$$

representa a condição a ser satisfeita para que o sistema não apresente singularidades.

O nível de um tanque encontra-se em regime estacionário, quando a vazão volumétrica de entrada é igual a de saída. Nesta situação, a vazão da entrada do tanque 1 é dada por uma parcela do fluxo da bomba 1, $\gamma_1 k_1 \vartheta_1$, e pela vazão de descarga do tanque 3, $(1 - \gamma_2)k_2 \vartheta_2$. De forma análoga, a vazão de entrada do tanque 2 será dada por uma parcela do fluxo da bomba 2 e pela vazão de descarga do tanque 4, sendo expressa respectivamente por $\gamma_2 k_2 \vartheta_2 + (1 - \gamma_1)k_1 \vartheta_1$. Assim, quando o somatório dos parâmetros relacionados aos estrangulamentos das vazões das bombas é unitário ($\gamma_1 + \gamma_2 = 1$), as vazões para os tanques 1 e 2 serão dadas respectivamente por $\gamma_1(k_1 \vartheta_1 + k_2 \vartheta_2)$ e $(1 - \gamma_1)(k_1 \vartheta_1 + k_2 \vartheta_2)$. Observe que a condição $\gamma_1 + \gamma_2 = 1$ equivale a matriz de transferência (3.17) apresentar um zero na origem.

É importante notar que para a situação apresentada, quando ocorre a dependência das vazões volumétricas entre os tanques inferiores, a alta interação entre os canais impossibilita o controle individual das duas saídas do processo. O mesmo ocorre quando o somatório das frações do fluxo das bombas, γ_1 e γ_2 , está próximo do valor unitário. Como resultado, as alterações realizadas sobre uma variável manipulada tende a produzir um efeito compensatório em ambas as saídas.

3.2.2 Dinâmica dos zeros

A noção de zeros do sistema (3.5) será fundamental neste trabalho. É possível escolher a entrada u para que a saída y do modelo não linear do sistema de quatro

tanques seja identicamente nula, de tal modo que $h_1(t) = h_2(t) = 0$ para todo $t \geq 0$. A dinâmica de (3.1) e (3.4) restrita ao subespaço de $\{(h_1, h_2, h_3, h_4)^T \in \mathbb{R}^4 | h_1 = h_2 = 0\}$ é denominada de dinâmica dos zeros.

Para obtê-la primeiro substitua $h_1 = h_2 = 0$ em (3.1) e (3.4) resultando nas expressões que representam as vazões volumétricas das bombas:

$$k_1 \vartheta_1 = -\frac{a_3}{\gamma_1} \sqrt{2gh_3}, \quad (3.7)$$

$$k_2 \vartheta_2 = -\frac{a_4}{\gamma_2} \sqrt{2gh_4}. \quad (3.8)$$

Agora, substituindo as relações (3.7) e (3.8) em (3.3) e (3.4), tem-se que a dinâmica dos zeros é descrita por:

$$\frac{d\eta_1}{dt} = -\frac{a_3}{A_3} \sqrt{2g\eta_1} - \frac{(1-\gamma_2)}{\gamma_2} \frac{a_4}{A_3} \sqrt{2g\eta_2}, \quad (3.9)$$

$$\frac{d\eta_2}{dt} = -\frac{(1-\gamma_1)}{\gamma_1} \frac{a_3}{A_4} \sqrt{2g\eta_1} - \frac{a_4}{A_4} \sqrt{2g\eta_2}. \quad (3.10)$$

onde $\eta_1 := h_3$ e $\eta_2 := h_4$. Além disso, considerando as variáveis de desvio $\tilde{\eta}_1 = h_3 - h_{3,0}$ e $\tilde{\eta}_2 = h_4 - h_{4,0}$ e linearizando (3.9) e (3.10) por meio da expansão em série de Taylor, tem-se:

$$\frac{d\tilde{\eta}_1}{dt} = -\frac{1}{T_3} \tilde{\eta}_1 - \frac{(1-\gamma_2)}{\gamma_2} \frac{A_4}{A_3 T_4} \tilde{\eta}_2, \quad (3.11)$$

$$\frac{d\tilde{\eta}_2}{dt} = -\frac{(1-\gamma_1)}{\gamma_1} \frac{A_3}{A_4 T_3} \tilde{\eta}_1 - \frac{1}{T_4} \tilde{\eta}_2, \quad (3.12)$$

ou, equivalentemente,

$$\dot{\tilde{\eta}} = A_0 \tilde{\eta}, \quad A_0 := \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_3} & -\frac{(1-\gamma_2)}{\gamma_2} \frac{A_4}{A_3 T_4} \\ -\frac{(1-\gamma_1)}{\gamma_1} \frac{A_3}{A_4 T_3} & -\frac{1}{T_4} \end{bmatrix}.$$

onde T_3 e T_4 são constantes positivas.

Portanto, avaliando os autovalores de A_0 verifica-se que o sistema linearizado será de fase não mínima para $0 < \gamma_1 + \gamma_2 < 1$ (autovalores instáveis) e de fase mínima para $1 < \gamma_1 + \gamma_2 < 2$ (autovalores estáveis). Os zeros do sistema linearizado dependem apenas dos valores de γ_1 e γ_2 , referentes aos estrangulamentos dos fluxos das bombas.

3.3 Simulador do modelo não linear

Esta seção descreve o simulador do modelo não linear desenvolvido para a dinâmica do sistema de quatro tanques. O modelo foi implementado utilizando blocos de funções disponíveis no pacote de ferramentas *Simulink/Matlab*.

Este simulador foi desenvolvido para auxiliar a avaliação do desempenho do sistema, a partir das respostas para diferentes configurações dos sinais de entrada. O sinal de entrada de teste utilizado foi a função degrau. Sendo esta considerada um bom sinal de teste, dentre os comumente empregados, para a análise de sistemas sujeitos a variações bruscas de entrada. Como o simulador foi implementado com todas as não linearidades, ele permite realizar simulações em diversas condições.

Adotou-se a seguinte filosofia para desenvolver o simulador:

1. o modelo foi parametrizado de modo a permitir alterações dos valores sem a necessidade de editar o diagrama de blocos;
2. as simulações são executadas através de *scripts* que fornecem todos os parâmetros e condições necessárias.

3.3.1 Diagrama de blocos

O diagrama de blocos do simulador, apresentado na figura 3.3, é baseado nas equações diferenciais (3.1) a (3.4), e ilustra a interação dos diversos componentes do sistema real.

A dinâmica interna de cada subsistema do diagrama de blocos encontra-se ilustrada no apêndice B.

É importante citar que as dinâmicas dos tanques retangulares (1, 3 e 4) são similares, diferenciando-se no número de entradas de fluxo de água, e nos valores do diâmetro do dreno e da constante de perda de carga, de acordo com sua configuração. Da mesma forma as conexões em T com suas respectivas estrangulações de fluxo, apresentam dinâmicas similares. A mesma situação ocorre com a dinâmica dos sensores e a dos módulos de potência. Já as bombas apresentam uma ligeira diferença em suas dinâmicas em decorrência do processo de sua fabricação, apresentando ganhos diferentes, como consta nas tabelas 3.3 e 3.7. A relação de vazão da bomba, representada

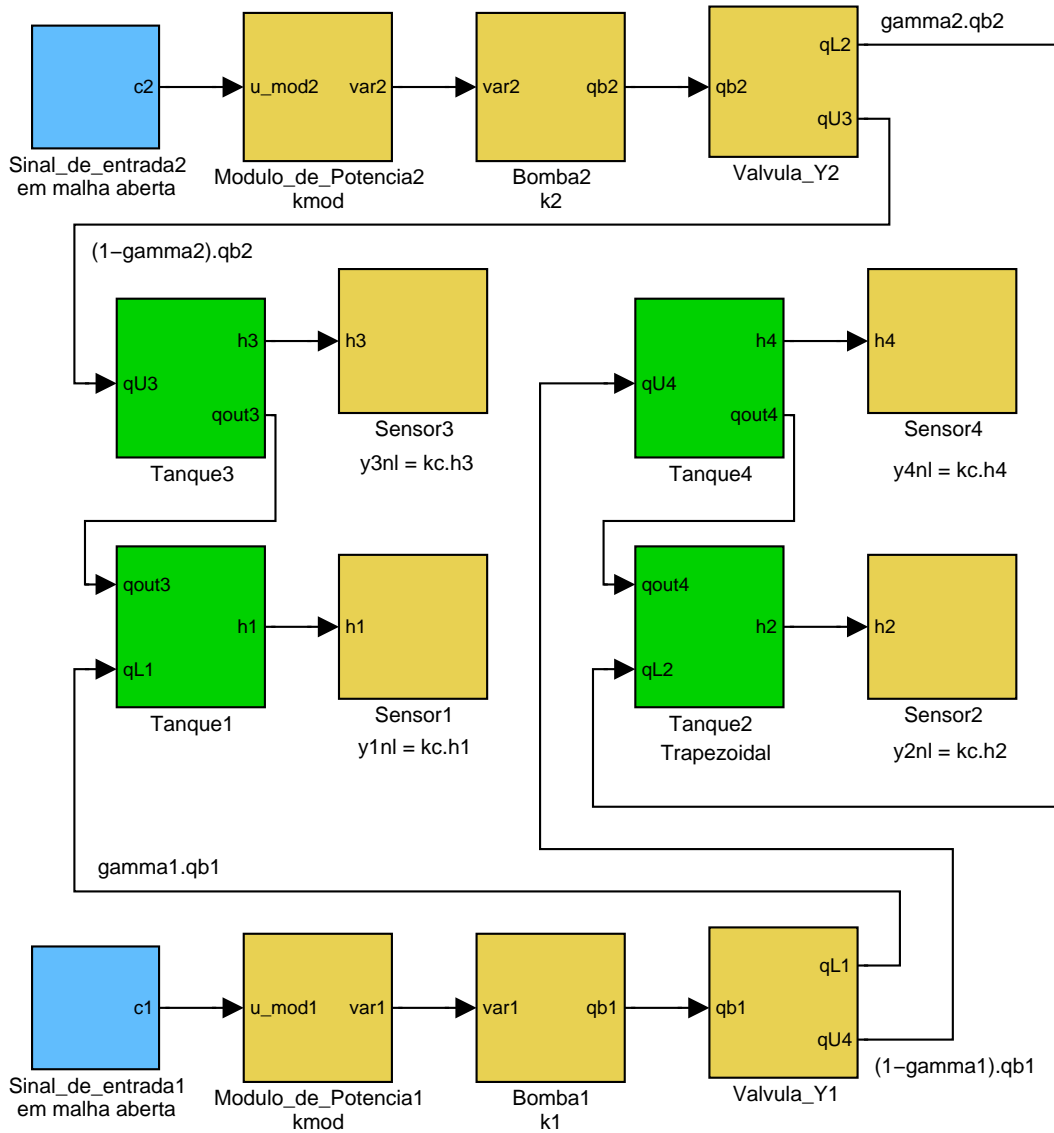


FIGURA 3.3: Diagrama de blocos do simulador do modelo não linear para o sistema de quatro tanques em *Simulink*.

por q_{bi} na figura 3.3, em relação à tensão aplicada (ϑ_i) em sua entrada é praticamente linear, de acordo com resultados observados em experimentos. É importante notar que para a configuração de bombas de engrenagens, dada uma velocidade constante tem-se vazão constante.

O diagrama de blocos e os *scripts* implementados permitem a simulação do sistema com diferentes configurações das dinâmicas dos subsistemas.

3.4 Linearização

Embora os sistemas reais frequentemente apresentem características não lineares, muitos sistemas podem ser descritos por modelos lineares dentro de uma faixa de operação. Segundo Goodwin et al. (2001), a motivação para linearizar um sistema não linear provém do fato de que o estado da arte existente para o controle linear é mais amplo e simples do que o disponível para o caso não linear. Modelos lineares podem ser obtidos por uma aproximação linear na vizinhança de um ponto de operação, por exemplo, utilizando a expansão em série de Taylor.

Considere o modelo não linear do sistema de quatro tanques (3.1)–(3.4) representado de forma compacta pela equação (3.5) repetida a seguir por conveniência:

$$\dot{x}_h = f_h(x_h, u_h), \quad y_h = \begin{bmatrix} h_1 & h_2 \end{bmatrix}^T, \quad (3.13)$$

onde $x_h := \begin{bmatrix} h_1 & h_2 & h_3 & h_4 \end{bmatrix}^T$, y_h é a saída de interesse (medida) e $u_h = \begin{bmatrix} \vartheta_1 & \vartheta_2 \end{bmatrix}^T$ é a entrada de controle. Expandindo o campo vetorial f_h por meio da série de Taylor em torno do ponto de operação (h_0, ϑ_0) , onde $h_0 := (h_{1,0}, h_{2,0}, h_{3,0}, h_{4,0})^T$ e $\vartheta_0 := (\vartheta_{1,0}, \vartheta_{2,0})^T$ (ver Seção 3.2.1), tem-se:

$$f_h(x_h, u_h) = \left. \frac{\partial f_h}{\partial x_h} \right|_{(h_0, \vartheta_0)} (x_h - h_0) + \left. \frac{\partial f_h}{\partial u_h} \right|_{(h_0, \vartheta_0)} (u_h - \vartheta_0) + \mathcal{O}(x_h, u_h),$$

onde $\mathcal{O}(x_h, u_h)$ representam os termos de segunda ordem e superiores. Assumindo as variáveis de desvio $x = x_h - h_0$ e $u = u_h - \vartheta_0$ e desprezando $\mathcal{O}(x_h, u_h)$ obtém-se o sistema do erro (linear e invariante no tempo):

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_1} & 0 & \frac{A_3}{A_1 T_3} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{T_2} & 0 & \frac{A_4}{A_{2,0} T_4} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{T_3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T_4} \end{bmatrix} \mathbf{x}(t) + \begin{bmatrix} \frac{\gamma_1 k_1}{A_1} & 0 \\ 0 & \frac{\gamma_2 k_2}{A_{2,0}} \\ 0 & \frac{(1-\gamma_2)k_2}{A_3} \\ \frac{(1-\gamma_1)k_1}{A_4} & 0 \end{bmatrix} \mathbf{u}(t), \quad (3.14)$$

e

$$\mathbf{y}(t) = \begin{bmatrix} k_c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_c & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t). \quad (3.15)$$

onde k_c é o ganho do sensor e

$$T_j = \left[\frac{a_j}{A_{j,0}} \sqrt{\frac{g}{2h_{j,0}}} + \delta_j \right]^{-1}, \quad j = 1, \dots, 4, \quad (3.16)$$

$A_{1,0} = A_1$, $A_{3,0} = A_3$, $A_{4,0} = A_4$, $A_{2,0} = b(c + \tan(\theta)h_{2,0})$ é a seção transversal do tanque trapezoidal no ponto de operação, $\delta_1 = \delta_3 = \delta_4 = 0$ e $\delta_2 = -\frac{A'_2}{A_{2,0}^2}(a_2\sqrt{2gh_{2,0}} - a_4\sqrt{2gh_{4,0}} - \gamma_2k_2\vartheta_{2,0})$ e $A'_2 = b \tan(\theta)$. Note que a função de saída redefinida

$$y = k_c \left(y_h - \begin{bmatrix} h_{1,0} & h_{2,0} \end{bmatrix}^T \right)$$

considera variações em torno do ponto de operação e a existência de um possível ganho linear do sensor de nível. A matriz de transferência de u para y é dada por:

$$\mathbf{G}(s) = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\gamma_1 c_{11}}{T_1 s + 1} & \frac{(1-\gamma_2)c_{12}}{(T_3 s + 1)(T_1 s + 1)} \\ \frac{(1-\gamma_1)c_{21}}{(T_4 s + 1)(T_2 s + 1)} & \frac{\gamma_2 c_{22}}{T_2 s + 1} \end{bmatrix}. \quad (3.17)$$

onde $c_{11} = \frac{T_1 k_c k_1}{A_1}$, $c_{12} = \frac{T_1 k_c k_2}{A_1}$, $c_{21} = \frac{T_2 k_c k_1}{A_{2,0}}$ e $c_{22} = \frac{T_2 k_c k_2}{A_{2,0}}$.

Observe que os parâmetros γ_1 e γ_2 estão presentes na matriz. Na figura 3.4 apresentamos o diagrama de blocos da interação das funções de transferência $G_{ik}(s)$ com as entradas e saídas do sistema de quatro tanques.

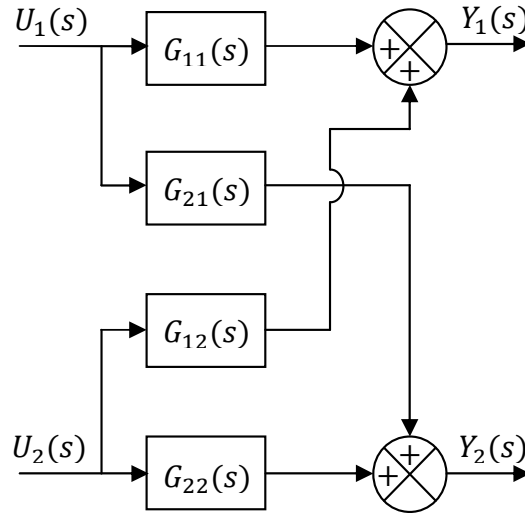


FIGURA 3.4: Diagrama de blocos da matriz de transferência do sistema de quatro tanques linearizado.

O modelo não linear do sistema de quatro tanques (3.1)–(3.4) linearizado em torno

do ponto de operação pode ser expresso termo a termo por:

- Tanque 1:

$$\frac{dx_1}{dt} = -\frac{a_1}{A_1} \sqrt{\frac{g}{2h_{1,0}}} x_1 + \frac{a_3}{A_1} \sqrt{\frac{g}{2h_{3,0}}} x_3 + \frac{\gamma_1 k_1}{A_1} u_1, \quad (3.18)$$

- Tanque 2:

$$\frac{dx_2}{dt} = -\left[\frac{a_2}{A_{2,0}} \sqrt{\frac{g}{2h_{2,0}}} + \delta_2 \right] x_2 + \frac{a_4}{A_{2,0}} \sqrt{\frac{g}{2h_{4,0}}} x_4 + \frac{\gamma_2 k_2}{A_{2,0}} u_2, \quad (3.19)$$

- Tanque 3:

$$\frac{dx_3}{dt} = -\frac{a_3}{A_3} \sqrt{\frac{g}{2h_{3,0}}} x_3 + \frac{(1 - \gamma_2) k_2}{A_3} u_2, \quad (3.20)$$

- Tanque 4:

$$\frac{dx_4}{dt} = -\frac{a_4}{A_4} \sqrt{\frac{g}{2h_{4,0}}} x_4 + \frac{(1 - \gamma_1) k_1}{A_4} u_1. \quad (3.21)$$

A linearização apresentada é válida nas proximidades dos pontos de operação. Se as condições de operação variarem muito, essas equações linearizadas não serão adequadas para representar com precisão a dinâmica do sistema real (ver simulações nas seções 3.7 e 3.8).

3.4.1 Zeros

Segundo Johansson (2000) os zeros de transmissão da matriz de transferência (3.17) são as raízes que satisfazem $\det(G(s)) = 0$, ou equivalentemente, as raízes do polinômio:

$$\frac{c_{11} c_{22} \gamma_1 \gamma_2}{\prod_{i=1}^4 (T_i s + 1)} \left[(T_3 s + 1)(T_4 s + 1) - \frac{(1 - \gamma_1)(1 - \gamma_2)}{\gamma_1 \gamma_2} \right] = 0. \quad (3.22)$$

Portanto, a matriz de transferência $\mathbf{G}(s)$ apresenta dois zeros finitos, para $\gamma_1, \gamma_2 \in [0, 1]$. Seja $\eta \in (0, \infty)$ dado por:

$$\eta = \frac{(1 - \gamma_1)(1 - \gamma_2)}{\gamma_1 \gamma_2}. \quad (3.23)$$

Utilizando um argumento pelo lugar das raízes pode-se mostrar que o sistema é de fase não mínima para $\eta > 1$ (ou $0 < \gamma_1 + \gamma_2 < 1$) e de fase mínima para $\eta < 1$ (ou $1 < \gamma_1 + \gamma_2 < 2$). Note que, para η pequeno, os dois zeros estarão próximos de $-1/T_3$

e $-1/T_4$. Para η grande ($\eta \rightarrow \infty$) os zeros tenderão a infinitos opostos ($+\infty$ e $-\infty$), e para $\eta = 1$ um zero estará na origem. A figura 3.5 mostra quando o ponto de operação é de fase mínima (P_-) ou de fase não-mínima (P_+).

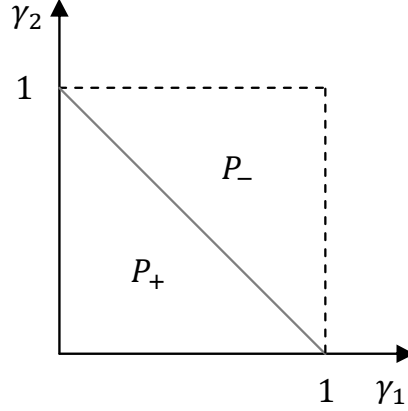


FIGURA 3.5: Dependendo dos valores dos parâmetros γ_1 e γ_2 o sistema será de fase mínima (P_-) ou de fase não-mínima (P_+). Acima da linha cinza o sistema é de fase mínima e abaixo é de fase não-mínima.

Também é possível relacionar os zeros às propriedades da fatoração coprima da matriz de transferência $\mathbf{G}(s)$. Por exemplo, se escrevermos

$$\mathbf{G}(s) = [\mathbf{G}_N(s)] [\mathbf{G}_D(s)]^{-1} = [\overline{\mathbf{G}}_D(s)]^{-1} [\overline{\mathbf{G}}_N(s)] \quad (3.24)$$

onde $\mathbf{G}_N(s)$, $\mathbf{G}_D(s)$, $\overline{\mathbf{G}}_D(s)$ e $\overline{\mathbf{G}}_N(s)$ são funções racionais próprias estáveis - sendo $\mathbf{G}_N(s)$ e $\mathbf{G}_D(s)$ obtidas pela descrição fracional à direita (*RMFD*, sigla em inglês), e $\overline{\mathbf{G}}_D(s)$ e $\overline{\mathbf{G}}_N(s)$ obtidas pela descrição fracional à esquerda (*LMFD*, sigla em inglês) -, que satisfazem a identidade de *Bézout*; então os zeros da matriz de transferência $\mathbf{G}(s)$ correspondem àqueles valores de s onde tanto $\mathbf{G}_N(s)$ ou $\overline{\mathbf{G}}_N(s)$ (ou ambos) perdem o posto (Goodwin et al., 2001). A vantagem de se calcular os zeros por esse método, em comparação com ao apresentado pela equação (3.22), é que não ocorre o cancelamento de zeros por pólos como no cálculo do $\det(G(s)) = 0$.

O sistema apresenta um zero de transmissão, que dependendo dos valores das frações γ_1 e γ_2 assumirá valores negativos ou positivos, movendo-se ao longo do eixo real. Existe uma interpretação física para este fenômeno. Seja q_i o fluxo de água pela bomba i e assumamos que $q_1 = q_2$. Assim, o somatório dos fluxos para os tanques superiores será dado por $[2 - (\gamma_1 + \gamma_2)] q_1$ e para os tanques inferiores será dado por $(\gamma_1 + \gamma_2) q_1$.

Portanto, o sistema linearizado será se fase mínima, quando o fluxo de água para os tanques inferiores for maior do que o fluxo para os tanques superiores. Quando ocorre o inverso, o sistema será de fase não mínima, e será mais difícil controlar o nível dos tanques inferiores, através das entradas u_1 e u_2 , quando a maior parcela do fluxo de água está direcionada para os tanques superiores.

3.5 Simulador do modelo linear

O simulador do modelo linear da planta de quatro tanques é apresentado nessa seção. Ele foi desenvolvido em ambiente *Simulink/Matlab* a partir dos conceitos apresentados na seção 3.4.

A dinâmica da planta é representada pela matriz de transferência (3.17). As constantes de tempo, presente nos numeradores das funções de transferência, são obtidas pela equação (3.16), ver tabelas 3.10 e 3.11 para as configurações de fase mínima e não mínima do sistema.

As matrizes de transferência (3.25) e (3.26) incorporam a constante de perda de carga pelos drenos (k_{lj}) como implementado no simulador do modelo não-linear. Estas constantes multiplicadas às áreas das seções transversais dos drenos resultam nas áreas efetivas de fluxo de água, e que são dadas por $a_j k_{lj}$. As constantes k_{lj} foram identificadas por testes de regime permanente, ver seções 3.6.2 e 3.6.3.

3.5.1 Diagrama de blocos

Observe na figura 3.6 que as entradas e as saídas do modelo linear são absolutas, como no simulador não linear. Para que isso seja possível, implementamos o sistema do erro (linear e invariante no tempo), no qual subtrai-se nas entradas as tensões no ponto de operação e na saída do modelo adiciona-se o sinal de saída do sensor para o nível no ponto de operação. Essas condições dos pontos de operação estão relacionadas nas tabelas 3.5 e 3.9, onde $\vartheta_i = k_{mod} c_{i0}$ e $y_{j0} = k_c h_{j0}$.

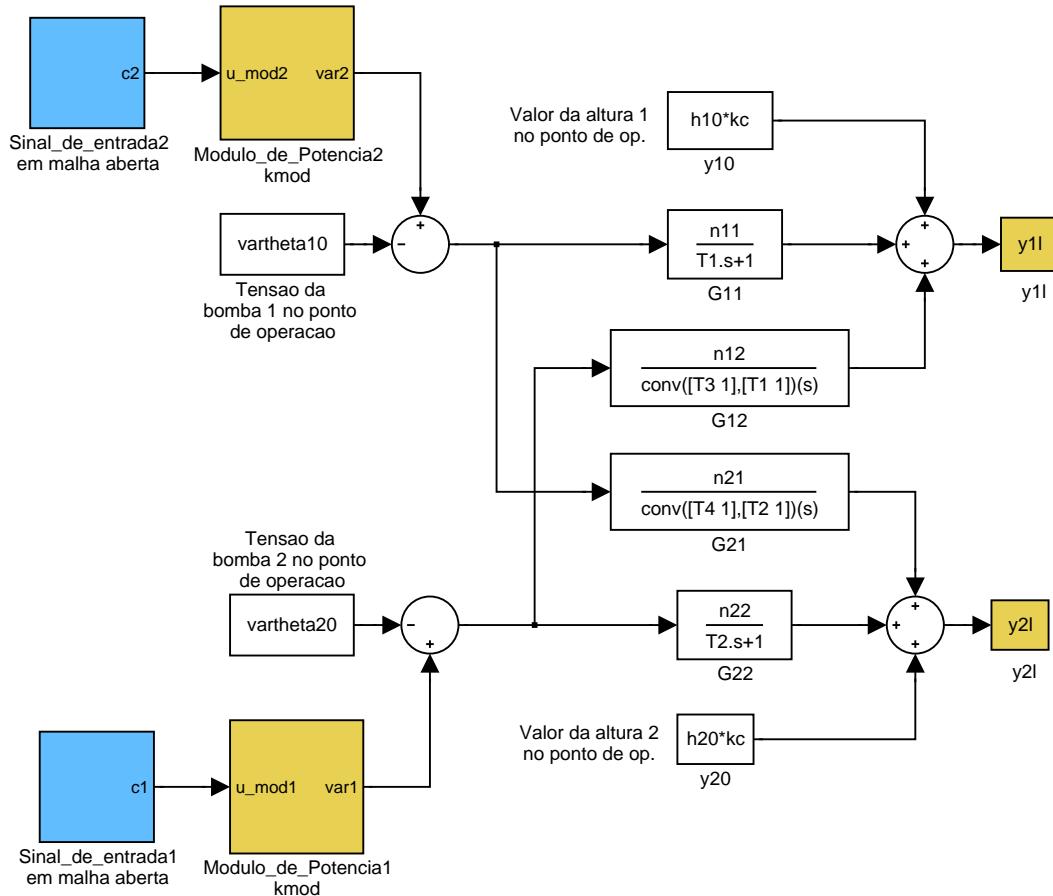


FIGURA 3.6: Diagrama de blocos do simulador do modelo linear para o sistema de quatro tanques em *Simulink*.

3.6 Parâmetros

Nesta seção apresenta-se os parâmetros da planta do sistema de quatro tanques. Alguns parâmetros foram derivados de medidas, como é o caso das áreas e do ângulo. A medida da aceleração da gravidade é a fornecida pelo *Observatório Nacional*, localizado na cidade do Rio de Janeiro. Outros parâmetros foram identificados através de experimentos em malha aberta, como é o caso dos parâmetros (γ_i) relacionados à parcela de fluxo (direto) das bombas para os tanques inferiores, resultantes dos estrangulamentos localizados na linha da conexão T , e os ganhos das bombas (k_i) que foram obtidos a partir de experimentos de carga de água dos tanques. Já os coeficientes de perda de carga nos drenos (k_{ij}) foram estimados por comparação dos resultados experimentais com a simulação do sistema em regime permanente nos pontos de operação.

3.6.1 Parâmetros gerais

Neste conjunto encontram-se os parâmetros relacionados às grandezas físicas ou aos ganhos do sistema que não dependem de experimentos para identificação (tabela 3.1).

3.6.2 Identificação para a configuração de fase mínima

A descrição da metodologia empregada para se obter os parâmetros da configuração de fase mínima estão descritas nesta sub-seção. Para essa configuração os estrangulamentos das saídas dos fluxos das bombas nas entradas dos tanques foram configurados como descrito na tabela 3.2.

O primeiro experimento realizado para a identificação dos parâmetros γ_i e k_i foi o de carga de água com o uso de tampões nos drenos dos tanques. Nesse experimento foram aplicados os degressos $c_1 = 8,39 V$ e $c_2 = 8,58 V$ nas entradas do módulo de potência, que acionam as bombas, durante o tempo de $104 s$. No fim do experimento as alturas alcançadas foram: $h_1 = 302 mm$, $h_2 = 304 mm$, $h_3 = 96 mm$ e $h_4 = 99 mm$. Com o intervalo de tempo em que as bombas foram acionadas, e os volumes de água em cada tanque, obtemos as vazões das bombas e as parcelas de fluxo de água γ_i . A parcela γ_2 é encontrada pela razão do volume de água do tanque 2 em relação ao somatório dos volumes de água nos tanques 2 e 3. Já o cálculo de γ_1 é mais simples, em consequência da igualdade das formas e dimensões dos tanques 1 e 4, pode ser obtido pela razão do nível do tanque 1 em relação ao somatório dos níveis dos tanques 1 e 4. Assim, o ganho da bomba i (k_i) é obtido dividindo o valor da vazão da bomba (q_{bi}) pela tensão de saída (ϑ_i) do módulo de potência, onde $\vartheta_i = k_{mod} c_i$. Os parâmetros obtidos por este experimento estão presentes na tabela 3.3.

Conhecido os parâmetros relacionados às vazões das bombas e as frações de fluxo de água, obtemos as constantes de perda de carga (k_{lj} - tabela 3.4) do dreno de cada tanque. Para a identificação desses parâmetros necessitamos realizar um segundo teste, o de carga de água dos tanques com os drenos até que os níveis do sistema entre regime permanente, dada as tensões c_1 e c_2 nas entradas do módulo de potência. Após vinte minutos de experimento, os níveis alcançados foram $h_1 = 156.7 mm$, $h_2 = 152.5 mm$, $h_3 = 40.4 mm$ e $h_4 = 43.9 mm$. Obtidos esses níveis, e conhecendo as vazões de entrada de água dos tanques superiores 3 ($(1 - \gamma_2)k_2\vartheta_2$) e 4 ($(1 - \gamma_1)k_1\vartheta_1$), que são

TABELA 3.1: Parâmetros gerais.

Símbolo	Valor	Unidade	Descrição
A_1, A_3, A_4	11664	$[mm^2]$	área da seção transversal dos tanques retangulares
a_1, a_2	37,4	$[mm^2]$	área da seção transversal do canal de deságüe dos tanques 1 e 2
a_3, a_4	16,6	$[mm^2]$	área da seção transversal do canal de deságüe dos tanques 3 e 4
b	78	$[mm]$	comprimento interno da lateral do tanque trapezoidal
c	76	$[mm]$	comprimento interno da base menor do trapézio retângulo
θ	23,5	$[^\circ]$	ângulo entre a lateral do trapézio e a projeção da altura da coluna de água
g	9787,9	$[mm/s^2]$	aceleração da gravidade
k_{mod}	1,2		ganho do módulo de potência
k_c	1/30	$[V/mm]$	ganho do sensor para a amostragem do nível na faixa de 0 a 300 [mm]

TABELA 3.2: Configuração dos estrangulamentos para configuração de fase mínima.

Símbolo	Valor	Unidade	Descrição
d_{1e}	5/32	$[in]$	diâmetro de estrangulamento do fluxo da bomba na entrada do tanque 1
d_{2e}	5/32	$[in]$	diâmetro de estrangulamento do fluxo da bomba na entrada do tanque 2
d_{3e}	1/8	$[in]$	diâmetro de estrangulamento do fluxo da bomba na entrada do tanque 3
d_{4e}	1/8	$[in]$	diâmetro de estrangulamento do fluxo da bomba na entrada do tanque 4

TABELA 3.3: Parâmetros para fase mínima obtidos pelo experimento de carga.

Símbolo	Valor	Unidade	Descrição
γ_1, γ_2	0,75		parcela do fluxo de água da bomba i para o tanque inferior j
k_1	4470	$[mm^3/Vs]$	ganho da bomba 1
k_2	4190	$[mm^3/Vs]$	ganho da bomba 2

calculados pelos parâmetros identificados no experimento anterior, podemos encontrar os valores dos parâmetros k_{l3} e k_{l4} , ajustando seus valores na simulação do modelo não linear até que os níveis dos tanques 3 e 4 igualem aos níveis reais do sistema quando em regime permanente. Ajustado os valores de k_{l3} e k_{l4} , encontramos os valores dos parâmetros k_{l1} e k_{l2} de forma idêntica a anterior, ajustando esses valores até que os níveis dos tanques 1 e 2 de simulação do modelo não linear sejam equivalentes aos dos resultados experimentais, como apresentado na figura 3.7.

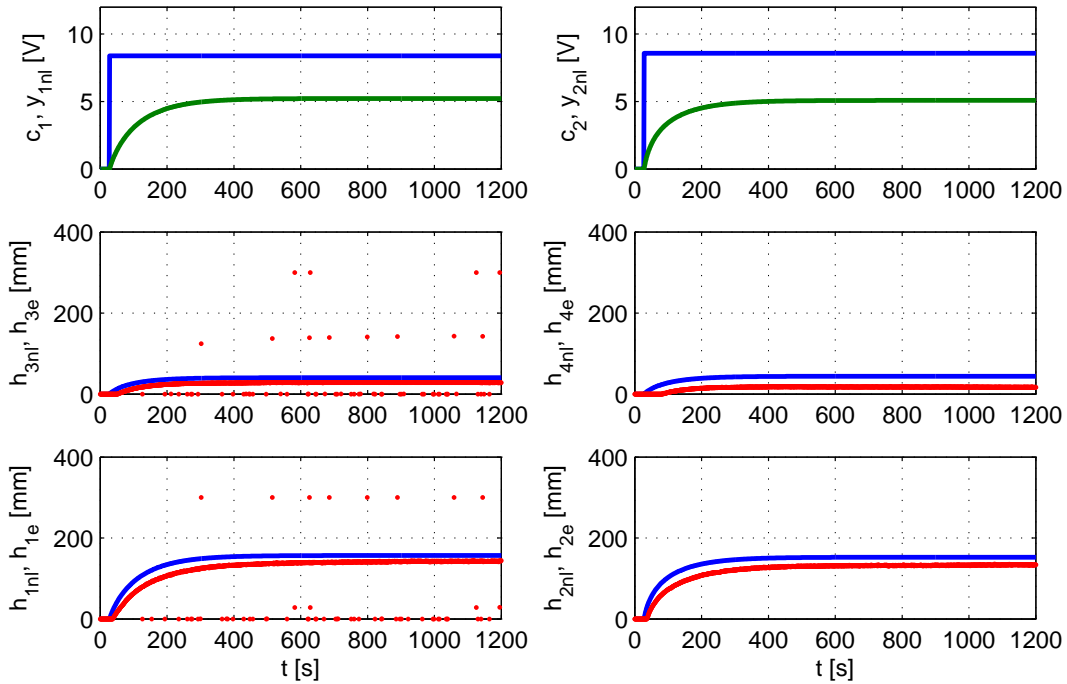


FIGURA 3.7: Resultados experimentais e de simulação do modelo não linear (fase mínima) para a identificação dos parâmetros k_{lj} . No par de gráficos superiores, temos c_i (azul) que são os sinais de entrada do módulo e y_{jnl} (verde) são as saídas dos sensores da planta. Nos gráficos inferiores h_{jnl} (azul) são os níveis dos tanques do modelo não linear e h_{je} (vermelho) os níveis amostrados.

Observe na figura 3.7 que os níveis amostrados apresentam ligeiras discrepâncias em relação ao do modelo não-linear. Isto se deve a imprecisão na leitura dos níveis pelos sensores. Experimentalmente, observou-se que para níveis baixos, este erro apresenta uma amplitude maior, na ordem de 15 [mm], e para níveis superiores a 200 [mm] o erro entre o nível amostrado e o real é de aproximadamente 3 [mm]. Como os tanques inferiores operarão nos níveis obtidos pelo experimento de regime em malha aberta

(tabela 3.5), espera-se que o erro na leitura seja pequeno.

3.6.3 Identificação para a configuração de fase não-mínima

Para a configuração de fase não mínima o processo de identificação é idêntico ao apresentado na seção 3.6.2. Já a montagem da planta, diferencia-se na configuração dos drenos que estão localizados na linha de fluxo da conexão T, veja a tabela 3.6. A configuração de montagem da planta foi realizada de forma que a parcela majoritária do fluxo das bombas esteja presente nas entradas dos tanques superiores, de tal modo que $\gamma_1 + \gamma_2 < 1$, como discutido na seções 3.2.2 e 3.4.1. Nestas condições o sistema é de fase não mínima.

Os parâmetros γ_i e k_i identificados pelos experimento de carga de água com tampões, e os parâmetros k_{lj} obtidos pelo experimento de regime permanente estão apresentados nas tabelas 3.7 e 3.8. Os pontos de operação em regime permanente, que foram obtidos pelo experimento de identificação das constantes de perda de carga dos drenos, estão presentes na tabela 3.9.

3.7 Caso I: fase mínima

Sistemas de fase mínima são sistemas com funções de transferência que possuem zeros apenas no semiplano esquerdo do plano s , as quais são denominadas como funções de transferência de fase mínima. Da mesma forma uma função de transferência é estável quando todos seus pólos estão no semiplano esquerdo, e estes são definidos como pólos estáveis.

O comportamento do sistema para o processo dos quatro tanques é de fase mínima quando o somatório das frações do fluxo de água das bombas para os tanques inferiores é superior ao valor unitário. Para esta situação, a alimentação direta de água pelas bombas aos tanques inferiores é predominante, o que facilita o projeto do sistema de controle para o processo. O ponto de operação do sistema é um ponto de equilíbrio no qual a energia fornecida ao sistema por unidade de tempo é igual à energia dissipada por unidade de tempo. A localização do ponto de operação é determinada pelas condições de operação do processo com base nas características do sistema.

TABELA 3.4: Constantes de perda de carga para a configuração de fase mínima.

Símbolo	Valor	Descrição
k_{l1}	0,68	constante de perda de carga do dreno do tanque 1
k_{l2}	0,675	constante de perda de carga do dreno do tanque 2
k_{l3}	0,73	constante de perda de carga do dreno do tanque 3
k_{l4}	0,73	constante de perda de carga do dreno do tanque 4

TABELA 3.5: Condições iniciais para regime em fase mínima.

Símbolo	P_+	Unidade
$h_{1,0}$	156,7	[<i>mm</i>]
$h_{2,0}$	152,5	[<i>mm</i>]
$h_{3,0}$	40,4	[<i>mm</i>]
$h_{4,0}$	43,9	[<i>mm</i>]
$c_{1,0}$	8.39	[<i>V</i>]
$c_{2,0}$	8.58	[<i>V</i>]

TABELA 3.6: Configuração dos estrangulamentos para configuração de fase não-mínima.

Símbolo	Valor	Unidade	Descrição
d_{3e}	1/8	[<i>in</i>]	diâmetro de estrangulamento do fluxo da bomba na entrada do tanque 1
d_{4e}	1/8	[<i>in</i>]	diâmetro de estrangulamento do fluxo da bomba na entrada do tanque 2
d_{5e}	7	[<i>mm</i>]	diâmetro de estrangulamento do fluxo da bomba na entrada do tanque 3
d_{6e}	6.7	[<i>mm</i>]	diâmetro de estrangulamento do fluxo da bomba na entrada do tanque 4

TABELA 3.7: Parâmetros para fase não-mínima obtidos pelo experimento de carga.

Símbolo	Valor	Unidade	Descrição
γ_1, γ_2	0,43		parcela do fluxo de água da bomba i para o tanque inferior j
k_1	4510	[mm^3/Vs]	ganho da bomba 1
k_2	4250	[mm^3/Vs]	ganho da bomba 2

A região de operação de um sistema é um intervalo de valores no qual o estado do sistema pode variar durante a operação. Este intervalo é determinado durante o projeto do sistema.

Um sistema está em equilíbrio se todos os balanços estão em equilíbrio, isto é, se todas as variáveis que descrevem o sistema, tal como as vazões, não variam no tempo. Isto significa que a soma das vazões mássicas que são fornecidas ao sistema é igual a soma das vazões de saída do sistema. Se essas vazões forem constantes, o sistema permanece em estado permanente.

Portanto, os valores adotados para o ponto de operação da coluna de água dos tanques 1 e 2 ($h_{1,0}$ e $h_{2,0}$) são os valores obtidos experimentalmente pelo teste de regime permanente em malha aberta, como discutido na seção 3.6.2, para a configuração do sistema de fase mínima, e que permitem o fluxo direto e contínuo das bombas para os quatro tanques do processo.

As condições iniciais da planta para o ponto de operação em fase mínima, P_- , estão descritas na tabela 3.5.

Na tabela 3.10 encontra-se os valores das constantes de tempo, que são utilizadas no modelo linear do sistema de quatro tanques, para a configuração do sistema em fase mínima, e que são obtidas substituindo os valores dos parâmetros das tabelas 3.1, 3.3, 3.4 e 3.5, na equação (3.16).

A partir dos valores das tabelas citadas obtemos os numeradores das funções de transferência do sistema de fase mínima, e uma vez conhecida as constantes de tempo encontramos a matriz de transferência do sistema, que é expressa por

$$\mathbf{G}_-(s) = \begin{bmatrix} \frac{0.79}{82s+1} & \frac{0.25}{(87s+1)(82s+1)} \\ \frac{0.26}{(91s+1)(78s+1)} & \frac{0.73}{78s+1} \end{bmatrix}. \quad (3.25)$$

As posições dos zeros para o ponto de operação em fase mínima, P_- , encontradas pelo cálculo dos valores de s onde as funções racionais $\mathbf{G}_N(s)$ ou $\overline{\mathbf{G}}_N(s)$ perdem o posto (seção 3.4.1) são dadas por -7.5×10^{-3} , -1.5×10^{-2} , -1.28×10^{-2} e -1.22×10^{-2} . Como era esperado, para esta configuração, os zeros estão localizados no semiplano esquerdo.

TABELA 3.8: Constantes de perda de carga para a configuração de fase não-mínima.

Símbolo	Valor	Descrição
k_{l1}	0,68	constante de perda de carga do dreno do tanque 1
k_{l2}	0,68	constante de perda de carga do dreno do tanque 2
k_{l3}	0,70	constante de perda de carga do dreno do tanque 3
k_{l4}	0,66	constante de perda de carga do dreno do tanque 4

TABELA 3.9: Condições iniciais para regime em fase não-mínima.

Símbolo	P_+	Unidade
$h_{1,0}$	156,1	[mm]
$h_{2,0}$	157,5	[mm]
$h_{3,0}$	234	[mm]
$h_{4,0}$	282,3	[mm]
c_{10}	8.39	[V]
c_{20}	8.58	[V]

TABELA 3.10: Constantes de tempo para fase mínima.

Constante	P_-
T_1	82
T_2	78
T_3	87
T_4	91

TABELA 3.11: Constantes de tempo para fase não mínima.

Constante	P_+
T_1	82
T_2	80
T_3	219
T_4	255

3.7.1 Resultados de simulação

Para apreciar a qualidade da aproximação, realizaremos uma comparação dos resultados de simulação do modelo não linear, dado pelas equações (3.1) a (3.4), e do modelo linearizado de fase mínima, representado pela equação (3.25).

Considere que o sistema esteja inicialmente nos pontos de operação, como descrito nos experimentos de regime em malha aberta, dadas as tensões $c_{1,0}$ e $c_{2,0}$ nas entradas do módulo de potência. Após o intervalo de tempo de 250 s , aplicou-se um degrau de 10% do valor de $c_{1,0}$ na entrada 1 do módulo. Aguardou-se 750 s até que os níveis $h_{1,0}$ e $h_{2,0}$ entrassem novamente em regime. Alcançado o novo nível de regime permanente, aplicou-se um degrau de 10% do valor de $c_{2,0}$ na entrada 2 do módulo de potência. Os resultados das simulações do sistema em malha aberta são apresentados na figura 3.8.

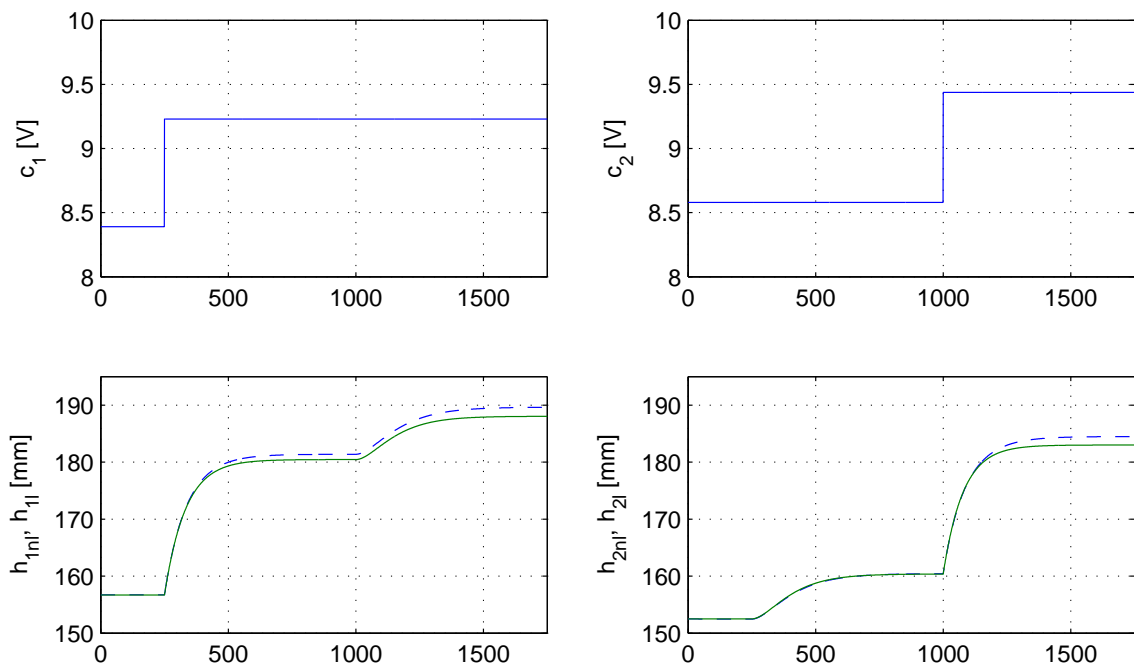


FIGURA 3.8: Gráficos superiores: sinais aplicados nas entradas do módulo de potência. Gráficos inferiores: h_{1l} do modelo linear de fase mínima (linha contínua); e h_{1nl} do modelo não linear (linha tracejada).

Observe na figura 3.8 que dado um degrau na entrada 1 do módulo, o nível 1 alcança rapidamente um novo ponto de operação em regime. Esse degrau também contribui no acréscimo do nível 2, em consequência do aumento do fluxo de água de entrada do tanque 4, e este por sua vez é transferido para o tanque 2 pela descarga de água pelo

dreno do tanque 4. Note que a dinâmica no nível do tanque 2 é mais lenta, dado um degrau na entrada 1, e apresenta uma menor amplitude em relação a contribuição da entrada 1 no nível h_1 . Leva-se cerca de 500 s até que o nível do tanque 2 alcance um novo nível em regime permanente. O mesmo ocorre com o nível do tanque 1 quando um degrau é aplicado na entrada 2, no instante $t = 1000$ s.

Podemos observar que o erro de linearização aumenta a medida que o sistema se distancia do seu ponto de operação, como era esperado. Sendo assim, optou-se em trabalhar com degraus máximos de 5% dos valores de referência, que é a primeira variação de nível alcançada pelo tanque 2, quando submetido um degrau na entrada 1 do módulo de potência. Nessa faixa de variação o modelo linear comportou-se bem, seguindo de forma satisfatória o modelo não linear. Para variações mais elevadas, o modelo linear não acompanha satisfatoriamente o modelo não linear.

3.8 Caso II: fase não mínima

Sistemas de fase não mínima são sistemas com funções de transferência que possuem zeros no semiplano direito do plano s . Caso exista pelo menos um pólo no semiplano direito, a função de transferência será instável.

O processo de quatro tanques apresentará o comportamento de fase não mínima quando o somatório das frações do fluxo de água das bombas para os tanques inferiores for menor que o valor unitário ($\gamma_1 + \gamma_2 < 1$). Neste caso, a alimentação indireta de água pela gravidade aos tanques inferiores é predominante, e o retardo de transporte está associado ao longo tempo para que os níveis dos tanques inferiores (1 e 2) entrem em regime dado um degrau em uma das entradas da planta, uma vez que o fluxo majoritário das bombas contribuirá com os níveis dos tanques inferiores pela descarga de água através dos drenos dos tanques superiores (3 e 4).

O ponto onde o sistema deve ser mantido ou operado é denominado como ponto de operação. Nesta seção estudaremos o sistema no ponto de operação P_+ , caracterizado pela configuração de fase não mínima, no qual um dos zeros de transmissão está no semiplano direito.

As condições iniciais da planta para o ponto de operação em fase não mínima estão descritas na tabela 3.9. Os valores adotados para $h_{1,0}$ e $h_{2,0}$ são os valores obtidos pelo

experimento de regime dado as tensões $c_{1,0}$ e $c_{2,0}$ nas entradas do módulo de potência, e que permite o fluxo direto e contínuo das bombas para os quatro tanques do processo, garantindo na prática a interação entre as malhas de controle do sistema.

Na tabela 3.11 temos os valores das constantes de tempo que são utilizadas no modelo linearizado para a configuração do sistema em fase não mínima. Estas constantes são obtidas substituindo os valores dos parâmetros das tabelas 3.1, 3.7, 3.8 e 3.9 na equação (3.16).

Conhecido os valores das constantes de tempo (tabela 3.11) e os parâmetros apresentados nas tabelas citadas, podemos obter a matriz de transferência do sistema para a fase não mínima, que é expressa por

$$\mathbf{G}_+(s) = \begin{bmatrix} \frac{0,45}{82s+1} & \frac{0,57}{(219s+1)(82s+1)} \\ \frac{0,61}{(255s+1)(80s+1)} & \frac{0,43}{80s+1} \end{bmatrix}. \quad (3.26)$$

Para o ponto de operação em fase não mínima, P_+ , a matriz de transferência G_+ tem um zero no semiplano direito, que prejudica de forma considerável o desempenho do controlador (ver capítulo 4).

Os zeros da matriz (3.26) estão alocados em $+1.4 \times 10^{-3}$, -9.9×10^{-3} , -1.25×10^{-2} e -1.22×10^{-2} . Observe que um zero está localizado no semi-plano direito, característica de sistema de fase não-mínima.

3.8.1 Resultados de simulação

Nesta seção utilizou-se a mesma metodologia apresentada nas simulações da seção 3.7.1. A diferença nas simulações do sistema de fase não mínima está na escala de tempo e no instante em que foram aplicados os degraus nas entradas dos módulos de potência.

Foi necessário aumentar o intervalo de tempo da simulação, uma vez que os níveis dos tanques inferiores apresentam um maior período de transitório dada uma variação nas entradas da planta (figura 3.9).

Observe na figura 3.9, que o sistema inicialmente encontra-se em regime permanente nos pontos de operação, e no instante $t = 250 s$ aplica-se um degrau de 10% do valor

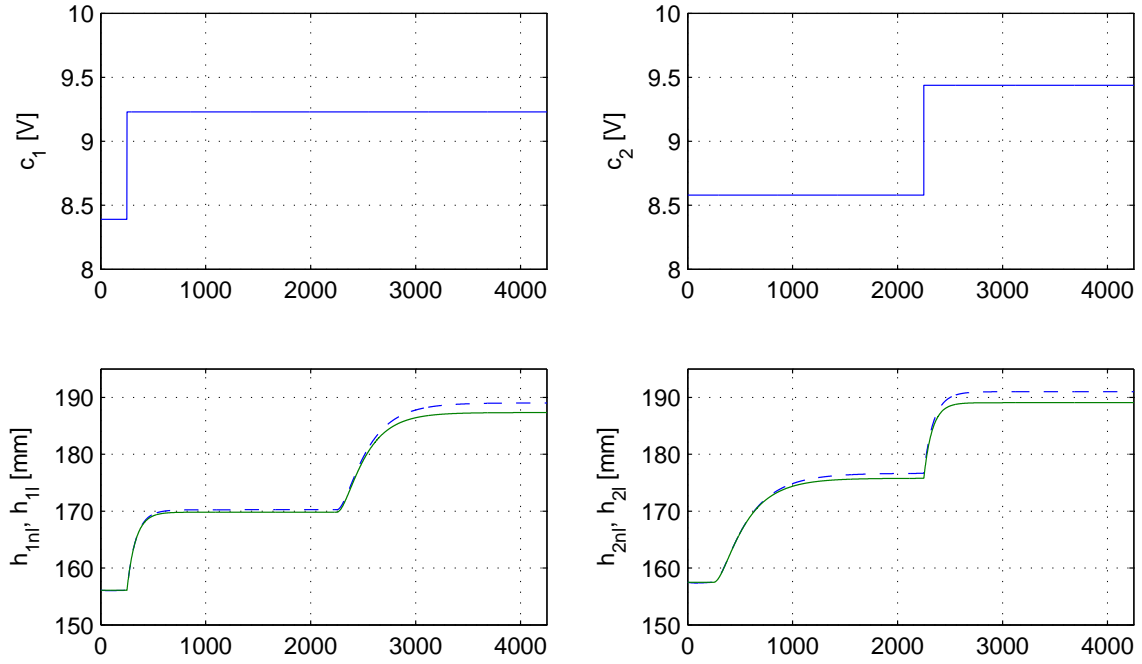


FIGURA 3.9: Gráficos superiores: sinais aplicados nas entradas do módulo de potência. Gráficos inferiores: h_{1l} do modelo linear de fase mínima (linha contínua); e h_{1nl} do modelo não linear (linha tracejada).

de $c_{1,0}$ da entrada 1 do módulo de potência. O nível do tanque 1 rapidamente atinge um novo valor em regime permanente, devido a contribuição direta da parcela de fluxo de água γ_1 para esse tanque. Entretanto, o nível do tanque 2, varia lentamente até atingir um novo valor em regime. Note que a variação da vazão da bomba 1 contribuiu majoritariamente, e de forma indireta, no nível do tanque 2, e não no tanque 1, como era esperado pelo valor de γ_1 para a configuração de fase não-mínima. O mesmo ocorre com o nível do tanque 1, em consequência da variação do fluxo da bomba 2, veja que quando $t = 2250 \text{ s}$ aplica-se um degrau de 10% do valor de $c_{2,0}$ na entrada 2 do módulo de potência, e o nível do tanque 1 apresenta um tempo de acomodação da ordem de 2000 s , cerca de $8/3$ do valor do tempo de acomodação encontrado nas simulações para o sistema de fase mínima.

Observa-se também que quando se distancia do ponto de operação, para o qual o modelo foi linearizado, ocorre um acréscimo do erro de linearização. Portanto, como observado na seção 3.7.1, o controlador será projetado no capítulo 4 para trabalhar com degraus máximos de 5% dos valores de operação.

3.9 Discussão e conclusão

Neste capítulo foi apresentado o modelo dinâmico não linear do processo de quatro tanques e as dinâmicas dos zeros associadas a esse modelo. Um modelo linearizado foi obtido para os pontos de operação de interesse, e será utilizado no capítulo 4 para o projeto do controlador.

Os simuladores do modelo não linear e do linearizado foram apresentados, assim como a metodologia empregada para a identificação dos parâmetros da planta para modelagem do tipo *caixa cinza* (Aguirre, 2007). Observou-se que as respostas do modelo linear nas vizinhanças dos pontos de operação, apresentam respostas idênticas ao do modelo não linear. Isso nos garante que a dinâmica do sistema de quatro tanques foi bem aproximada para os pontos de operação.

Na simulação do modelo para a configuração de fase não mínima, pode-se observar a lenta resposta dos níveis dos tanques inferiores, dada uma variação na entrada do sistema. Sendo essa uma característica do comportamento de sistemas de fase não mínima.

A motivação para o desenvolvimento do sistema de quatro tanques foi o interesse em se disponibilizar uma planta de um processo multivariável que apresente comportamentos de fase mínima e não mínima, dependendo de sua configuração. A partir desta, diversos trabalhos podem ser elaborados para o projeto de controle, modelagem e identificação do sistema.

Capítulo 4

Controle de nível de um sistema de quatro tanques

Diversos trabalhos têm sido propostos para o controle do clássico sistema de quatro tanques na última década. Johansson (1997) propôs um controlador multivariável descentralizado, composto por dois controladores do tipo Proporcional-Integral (PI) totalmente desacoplados e cujos parâmetros foram sintonizados pelo método do lugar das raízes. Posteriormente, Johansson et al. (1998) apresentaram um método de sintonia por relé, uma extensão do método do relé de Astrom e Hägglund, para o ajuste dos parâmetros de cada controlador. Em Johansson (2000), a matriz de ganhos relativos (RGA) foi empregada para auxiliar a escolha da ordem dos elementos dos vetores de entrada e saída (emparelhamento de variáveis de entrada-saída). O resultados alcançados, com o uso da estrutura centralizada de controle robusto H_∞ , apresentaram uma redução do tempo de acomodação da ordem de 30-40%.

Em decorrência da dificuldade de se projetar controladores para a configuração de fase não mínima outros trabalhos foram desenvolvidos por diferentes autores. Gatzke et al. (2000) projetaram e implementaram dois controladores, através da metodologia do modelo interno (IMC) e do controle preditivo por matriz dinâmica (DMC). Vadigepalli et al. (2001) investigaram a modelagem de controladores robustos para o sistema de quatro tanques, implementando três controladores robustos, utilizando as metodologias de controle PI descentralizado, controle por modelo interno (IMC), e controle baseado no método H_∞ . Estes dois últimos controladores alcançaram desem-

penhos similares, e apresentaram resultados superiores em relação ao controlador PI descentralizado. Trierweiler (2002) utilizou o método RPN (*Robust Performance Number*) para o estudo da controlabilidade do sistema nas configurações de fase mínima e não-mínima. García & Camacho (2002) implementaram o controlador preditivo generalizado (GPC) para o controle dos níveis do sistema. Raff et al. (2006) e Mercangöz & Doyle (2007) abordaram o problema por meio do controle preditivo com modelo não-linear e por modelo distribuído, respectivamente, alcançando resultados superiores aos obtidos com controladores MPC completamente descentralizados. Recentemente, o método *Iterative Feedback Tuning* (IFT) foi utilizado na sintonia de controladores (Huusom et al., 2007).

Neste capítulo, propõe-se avaliar o desempenho do controlador PI, multivariável e descentralizado (Johansson, 2000), como uma solução (simples e de fácil implementação em laboratório) para o problema de regulação (via realimentação de saída) dos níveis dos tanques inferiores do sistema de quatro tanques. Diferentemente de Johansson (2000), considera-se aqui o sistema de quatro tanques sendo um dos tanques trapezoidal. As saídas a serem reguladas são proporcionais aos níveis do tanque retangular (h_1) e trapezoidal (h_2) e as variáveis de controle são as tensões dos motores (ϑ_1 e ϑ_2), proporcionais às vazões das bombas (q_1 e q_2). O modelo linearizado (TITO, *two-input two-output*), apresentado no capítulo anterior, será utilizado para fins de projeto e sintonia do controlador.

O principal desafio é controlar o sistema em sua configuração de fase não mínima. Neste caso, utiliza-se a matriz de ganhos relativos (RGA) (Johansson, 2000) como um indicativo da necessidade de uma troca na ordem dos elementos do vetor de saída utilizado na realimentação. Verifica-se que sem esta troca (novo emparelhamento de variáveis entrada-saída), um simples controlador PI descentralizado não é indicado para resolver o problema de regulação.

Inicialmente será feita uma breve revisão das estratégias de controle multivariável descentralizado. Em seguida, após uma introdução do controlador PI monovariável apresenta-se o controlador PI multivariável e descentralizado, composto por duas malhas de controle PI monovariável independentes e implementadas com estratégia anti *reset-windup*. Destaca-se ainda como utilizar a matriz de ganhos relativos (RGA) para indicar a necessidade de um novo emparelhamento de variáveis. Por fim, é apresen-

tado o projeto e a sintonia do controlador via o método do lugar das raízes. O ajuste fino dos parâmetros do controlador foi realizado através de simulações numéricas em malha fechada com o modelo não linear. Simulações e resultados experimentais são apresentados e discutidos no final do capítulo.

4.1 Controle multivariável descentralizado

Não é surpreendente que exista uma variedade de métodos de projeto de controle multivariável (MIMO) que na prática sejam mais difíceis de serem projetados do que as versões escalares ou monovariáveis (Johansson, 1997) correspondentes, devido ao acoplamento de variáveis no caso MIMO. No entanto, pode-se verificar que há um crescimento de aplicações de controle preditivo (Brisk, 1993) e de controle por modelo interno (IMC) em processos industriais. Técnicas de desacoplamento, métodos inspirados no diagrama de Nyquist, projetos de controle em cascata, controle por matriz dinâmica (DMC) e a teoria de realimentação quantitativa (QFT) são exemplos de estratégias multivariáveis que tratam explicitamente a questão da interação de variáveis. Exemplos de estratégias que tratam implicitamente essas interações são: o controle LQG (*Linear Quadratic Gaussian*), o controle H_∞ e outros métodos de otimização.

Grande parte dos métodos de projeto para controle multivariável baseiam-se em uma estrutura de controle centralizada. No entanto, para a maioria das plantas industriais é impossível implementar um controlador centralizado. Regime de partida, experimentos de identificação e redes de comunicação são algumas das questões que são consideradas mais difíceis de serem tratadas com controladores centralizados do que com controladores descentralizados, ou multimalhas (Johansson, 1997).

Ao longo dos anos foram desenvolvidos métodos de projeto e sintonia de controladores PI/PID multivariáveis (Arruda et al., 2008) no contexto descentralizado. Davison (1978) propôs uma metodologia para sintonia on-line de reguladores em um problema de controle robusto descentralizado. Luyben (1986) apresentou um método de sintonia simples para controle PID descentralizado baseado na aplicação do método do relé em cada malha monovariável. Um algoritmo para síntese automática de reguladores auto-ajustáveis para processos MIMO lineares e invariantes no tempo e um controlador PID descentralizado com auto-sintonia baseada em estratégias de estimação, foram abor-

dados em (Hsu et al., 1988) e (Yusof & Omatu, 1993), respectivamente. Wang et al. (1997) propuseram um método de sintonia para controladores PID em processos MIMO acoplados a partir do teste do relé descentralizado. E mais recentemente, Toh & Rangaiyah (2002), Ayadi & Benhadj (2005) e Halaing et al. (2007) propuseram métodos de sintonia de controladores PIDs multivariáveis baseados em modelos.

4.2 Controle PI descentralizado

Nesta seção será apresentada uma breve revisão do controlador PI monovariável e serão destacados a estrutura de controle descentralizada (PI), as limitações de desempenho associadas a diferentes escolhas da ordem dos elementos dos vetores de entrada e saída, e o projeto/sintonia dos controladores PI descentralizados para a configuração da planta de fase mínima e não-mínima.

4.2.1 Breve revisão do controlador PI monovariável

O controle PI é muito utilizado na indústria pois permite obter desempenho em malha fechada satisfatório para um grande número de plantas que apresentam uma resposta em malha aberta dominante de primeira ordem. Mais de 90% das malhas existentes na indústria são do tipo PI ou do tipo PI com ação derivativa (PID), englobando uma larga faixa de aplicações, entre elas: o controle de processos, acionadores para motores, aplicações de instrumentação e na indústria automobilística, controladores de vôo, pilotos automáticos, entre outros (Aström & Hägglund, 2001).

De acordo com Aström & Hägglund (1995) a versão acadêmica do controlador PI pode ser escrita na seguinte forma

$$u(t) = K \left[e(t) + \frac{1}{\tau_i} \int_0^t e(s) ds \right], \quad (4.1)$$

onde o sinal de erro e é a diferença entre o sinal de comando r (sinal de referência) e o sinal de saída do processo y , K é o ganho proporcional do controlador e $\tau_i > 0$ é uma constante denominada tempo integral.

De (4.1), nota-se que a ação de controle PI é composta por um termo proporcional (ação proporcional) e por um termo integral (ação integral). De acordo com Goodwin

et al. (2001), tem-se que:

- ação proporcional: fornece uma contribuição que depende do valor instantâneo do sinal de erro. Usa-se, também, a expressão *banda proporcional* (BP) para descrever a ação proporcional, onde $BP[\%] := 100[\%]/K$. A banda proporcional é definida como o erro necessário (como uma porcentagem da escala completa) para modificar em 100% a saída do controlador. Apenas com ação proporcional o desempenho é limitado, podendo apresentar erro em regime permanente não nulo. Esta limitação deve-se ao fato de que a resposta em frequência correspondente ao termo proporcional é constante e limitada para todas as frequências;
- ação integral: por outro lado, o termo integral fornece uma saída de controle proporcional ao erro acumulado. Esse acúmulo resulta em geral em uma resposta mais lenta, o que pode ser observado pela característica passa-baixa da resposta em frequência do termo integral. Devido ao alto ganho para baixas frequências, o termo integral desempenha um papel em alcançar uma perfeita inversão da planta. Na realidade, quando o sistema em malha fechada é estável, a ação integral pode anular o erro em regime permanente mesmo na presença de perturbação. Vale mencionar que, por outro lado, o pólo na origem oriundo da integração pode ser prejudicial à estabilidade em malha fechada e, na presença de um atuador saturado, pode gerar o conhecido efeito indesejável de *Windup*.

A lei de controle descrita pela expressão (4.1) pode ser discretizada por qualquer método de aproximação discutido por Aström & Hägglund (1995). O termo proporcional, por se tratar de um parte puramente estática, não precisa de aproximação. Em particular, o termo integral pode ser aproximado pelo método de Tustin, resultando na seguinte lei de controle:

$$u(z) = K \left[1 + \frac{1}{\tau_i} \frac{h}{2} \frac{(z+1)}{(z-1)} \right] e(z), \quad (4.2)$$

onde

$u(z)$ é uma aproximação discreta de (4.1);

h é o intervalo de amostragem.

Na seção 4.4, a lei de controle discretizada (4.2) será utilizada nas simulações com o modelo não-linear do sistema de quatro tanques e nos experimentos. Em ambos os casos a estratégia de *anti-reset Windup* será implementada.

4.2.2 Topologia do controlador PI descentralizado

O uso de múltiplos controladores em uma estrutura descentralizada é uma estratégia atraente pois a implantação e supervisão de várias malhas de controladores independentes são tarefas mais fáceis de realizar na prática (Luyben, 1990). Segundo Goodwin et al. (2001), grande parte dos sistemas reais utilizam arquiteturas descentralizadas por apresentar vantagens como: simplicidade de compreensão, facilidade de manutenção, e possibilidade de ajustes de forma simples (em caso de uma modificação da planta).

Optou-se neste trabalho, portanto, pela estratégia de controle descentralizado devido, principalmente, a sua simplicidade e fácil implementação por meio dos controladores lógicos programáveis (CLPs) disponíveis no laboratório. De uma forma geral, o controle descentralizado do sistema de quatro tanques pode ser interpretado como um controle não-interativo implementado por controladores em malhas independentes que são projetados para cada tanque (Rusli et al., 2004).

Topologia do controlador: A malha de controle 1 (2) atua na vazão da bomba 1 (2), por meio de um sinal de tensão, para controlar o nível do tanque 1 (2), ver figura 4.1. No controle totalmente descentralizado as interações entre as malhas são tratadas como perturbação. Por exemplo, a saída ($y_1(t)$) de uma planta MIMO ($m \times m$) LIT pode ser descrita por

$$Y_1(s) = G_{11}(s)U_1(s) + \sum_{i=2}^m G_{1i}(s)U_i(s), \quad (4.3)$$

onde G_{ij} são os elementos da matriz de transferência da planta. Logo a contribuição de cada entrada, exceto de u_1 , pode ser considerada uma perturbação ($G_{1i}(s)U_i(s)$) para a malha SISO com entrada u_1 e saída y_1 . Vale ressaltar que, em geral, perturbações são sinais exógenos. No entanto, sob determinadas condições (dependendo da magnitude e frequência), pode-se obter resultados aceitáveis (Goodwin et al., 2001) com esta abordagem.

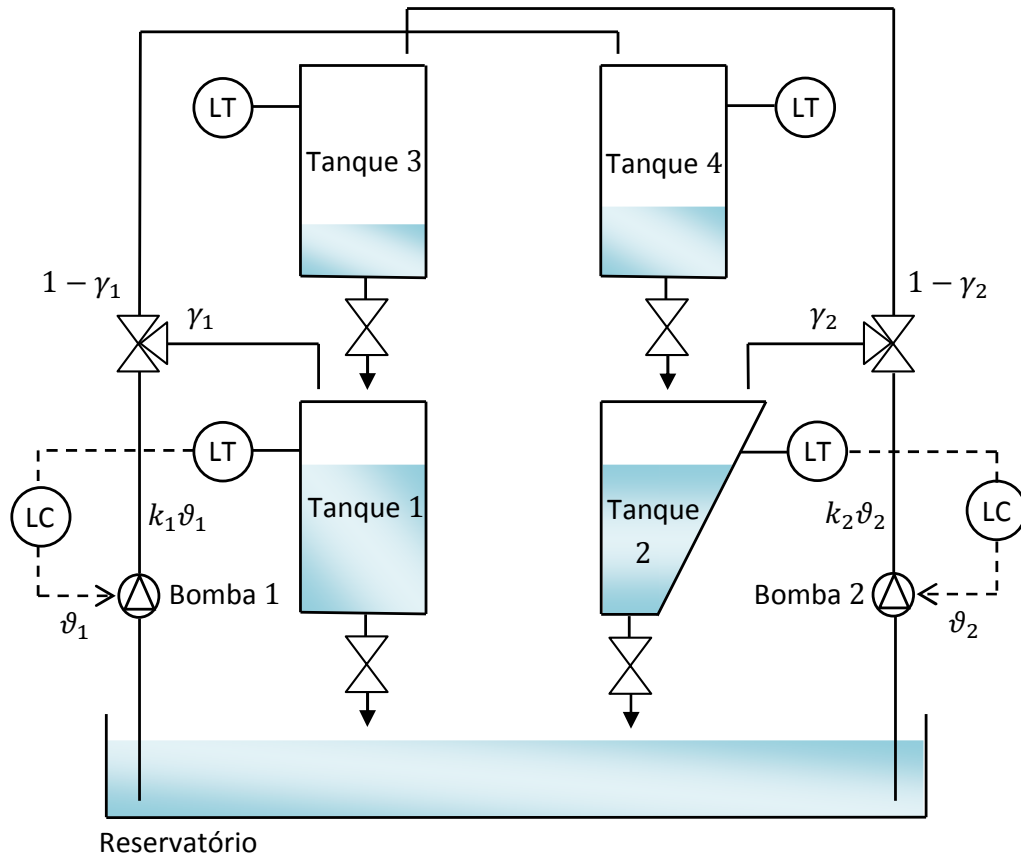


FIGURA 4.1: Diagrama esquemático para o controle dos níveis dos tanques inferiores do processo de quatro tanques.

Dada a estrutura de controle apresentada na figura 4.2, as quatro funções de transferência que modelam a relação entre as duas referências, $R_1(s)$ e $R_2(s)$, e as duas saídas, $Y_1(s)$ e $Y_2(s)$, podem ser organizadas na forma matricial por

$$\begin{bmatrix} Y_1(s) \\ Y_2(s) \end{bmatrix} = (\mathbf{I} + \mathbf{G}(s)\mathbf{C}(s))^{-1} \mathbf{G}(s)\mathbf{C}(s) \begin{bmatrix} R_1(s) \\ R_2(s) \end{bmatrix}, \quad (4.4)$$

onde $\mathbf{G}(s)$ é dada pela equação (3.17) e

$$\mathbf{C}(s) = \begin{bmatrix} C_1(s) & 0 \\ 0 & C_2(s) \end{bmatrix}, \quad C_j(s) = K_j \left(1 + \frac{1}{\tau_{ij}s} \right), \quad j = 1, 2. \quad (4.5)$$

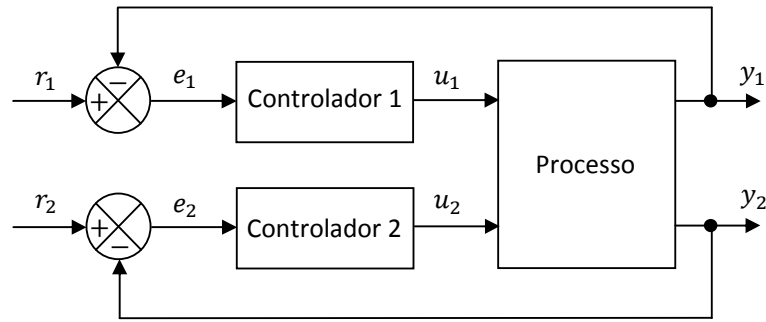


FIGURA 4.2: Estrutura descentralizada com dois controladores PI para a configuração de fase mínima.

4.2.3 Emparelhamento de variáveis

Diversos são os fatores que causam limitações no desempenho de controladores, e segundo Goodwin et al. (2001) as limitações fundamentais no controle de sistemas monovariáveis (SISO) podem ser geradas por limitações nos sensores e atuadores, incertezas no modelo, e questões estruturais como a localização de pólos e zeros.

No contexto multivariável, questões estruturais da planta como os tipos de interações entre as variáveis de entrada e saída influem no desempenho do controlador. Segundo Arruda et al. (2008), em instalações industriais é comum a existência de processos multivariáveis que possuem variáveis com fortes interações entre si, o que significa que uma variável controlada (saída do processo) sofre influência de diversas variáveis manipuladas (entradas do processo).

Para a configuração de fase não-mínima, observa-se nas simulações que as respostas do sistema em malha fechada apresentam *overshoot* e *undershoot* inaceitáveis (acarretando inclusive instabilidade) quando o nível do tanque 1 (2) é controlado pela vazão da bomba 1 (2). Neste caso, estabilidade e um melhor desempenho se observa para o novo emparelhamento de variáveis: nível do tanque 1 (2) controlado pela vazão da bomba 2 (1). Por outro lado, como consequência do novo emparelhamento, o tempo de acomodação é consideravelmente prejudicado em decorrência da nova interação entre as malhas de controle SISO. Isso pode ser verificado por meio dos resultados experimentais (e simulações) que mostram que o tempo de acomodação alcançado é aproximadamente 10 vezes superior ao obtido no controle da configuração de fase mínima, onde um novo emparelhamento não se fez necessário.

Segundo Goodwin et al. (2001) quando a arquitetura descentralizada for utilizada no controle de uma planta MIMO, deverá ser realizada a análise do emparelhamento das entradas e saídas. Um método que pode ser usado para sugerir a escolha dos emparelhamentos é uma grandeza conhecida como Matriz de Ganhos Relativos ou RGA (*Relative Gain Array*).

Desenvolvida por Bristol (1966), a RGA é uma medida de interação entre todos os possíveis pares de sistemas SISO em sistemas multivariáveis com arquitetura de controle descentralizada. Utiliza-se como principal instrumento na decisão da estrutura de controle de processos na indústria (Morari & Zafiriou, 1989).

Considere uma matriz de transferência $G(s)$ de uma planta MIMO linear, invariante no tempo e quadrada que implicitamente define uma ordem (emparelhamento) para os elementos dos vetores de entrada e saída. A RGA (denotada por Λ) é definida por

$$\Lambda := \mathbf{G}(0) \otimes (\mathbf{G}(0)^{-1})^T, \quad (4.6)$$

onde \otimes é o produto de *Schur* (multiplicação de matriz elemento por elemento) e $\mathbf{G}(0)$ é a matriz de ganhos estáticos do processo multivariável. Note que a soma dos elementos de cada linha ou coluna é sempre igual a 1. O seguinte critério será adotado:

- se algum elemento da diagonal principal de Λ for negativo o emparelhamento não é indicado (Bristol, Morari & Zafiriou, Goodwin et al., 1966, 1989, 2001).

Para um processo TITO (2×2 , sigla em inglês), com matriz de transferência $G(s)$ associada ao emparelhamento $(u_1, y_1)-(u_2, y_2)$, a RGA é expressa por

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_{11} & \lambda_{12} \\ \lambda_{21} & \lambda_{22} \end{bmatrix}, \quad (4.7)$$

onde λ_{ij} é uma medida de interação entre as malhas de controle em uma determinada configuração que fornece uma indicação de quão prudente é emparelhar entrada i com

a saída j . Os elementos λ_{ij} podem ser descritos por:

$$\begin{aligned}\lambda_{11} &= \frac{G_{11}(0)G_{22}(0)}{G_{11}(0)G_{22}(0) - G_{12}(0)G_{21}(0)} = \lambda, \\ \lambda_{12} &= \frac{G_{12}(0)G_{21}(0)}{G_{12}(0)G_{21}(0) - G_{11}(0)G_{22}(0)} = 1 - \lambda, \\ \lambda_{21} &= \frac{G_{12}(0)G_{21}(0)}{G_{12}(0)G_{21}(0) - G_{11}(0)G_{22}(0)} = 1 - \lambda, \\ \lambda_{22} &= \frac{G_{11}(0)G_{22}(0)}{G_{11}(0)G_{22}(0) - G_{12}(0)G_{21}(0)} = \lambda,\end{aligned}\tag{4.8}$$

onde $G_{11}(0)$, $G_{12}(0)$, $G_{21}(0)$ e $G_{22}(0)$ são os elementos da matriz $G(0)$.

Portanto, tem-se que:

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda & 1 - \lambda \\ 1 - \lambda & \lambda \end{bmatrix},\tag{4.9}$$

e, de acordo com o critério adotado, $\lambda > 0$ indica positivamente o emparelhamento. Stephanopoulos (1984) descreve os parâmetros λ_{ij} como

$$\lambda_{ij} = \frac{\text{Ganho da } PV_i \text{ a operações na } MV_j \text{ com as demais em MA}}{\text{Ganho da } PV_i \text{ a operações na } MV_j \text{ com as demais em MF}},$$

onde

- PV variável do processo;
- MV variável manipulada;
- MA malha aberta;
- MF malha fechada.

4.2.3.1 Caso I: fase mínima

A matriz de transferência do sistema de quatro tanques, para o caso de fase mínima, foi apresentada na subseção 3.7. Assim, calculando a RGA (4.9) a partir da matriz de transferência (3.17), obtém-se

$$\lambda = \frac{\gamma_1\gamma_2}{\gamma_1 + \gamma_2 - 1}.\tag{4.10}$$

Observe que a RGA depende apenas das parcelas de fluxos das bombas para os

tanques inferiores (γ_1 e γ_2), não dependendo de outros parâmetros físicos do processo. Note que o parâmetro λ será positivo (emparelhamento indicado) se $\gamma_1 + \gamma_2 > 1$, que corresponde à configuração de fase mínima discutido na subseção 3.2.2.

Substituindo os valores de $\gamma_1 = 0,75$ e $\gamma_2 = 0,75$ (tabela 3.3) na equação (4.10), temos que a RGA é dada por

$$\Lambda = \begin{bmatrix} 1,125 & -0,125 \\ -0,125 & 1,125 \end{bmatrix}. \quad (4.11)$$

Esse resultado é apenas um indicativo de que o emparelhamento (u_1, y_1) e (u_2, y_2) pode acarretar bons resultados, para a planta na configuração de fase mínima (ver subseção 4.2.4).

4.2.3.2 Caso II: fase não-mínima

Note que o parâmetro λ será negativo (emparelhamento não indicado) se $\gamma_1 + \gamma_2 < 1$, que corresponde a configuração de fase não-mínima discutido na subseção 3.2.2. Para este caso, as parcelas dos fluxos de água das bombas são dadas por $\gamma_1 = 0,43$ e $\gamma_2 = 0,43$ (tabela 3.7). Substituindo esses valores na equação (4.10) tem-se

$$\Lambda = \begin{bmatrix} -1,32 & 2,32 \\ 2,32 & -1,32 \end{bmatrix}. \quad (4.12)$$

Observe que os elementos da diagonal da matriz (4.12) são negativos e que, segundo Goodwin et al. (2001), emparelhamentos de variáveis que resultem em elementos negativos na diagonal da matriz Λ devem ser evitados, estando esses sujeitos a instabilidade na estrutura de controle descentralizado. Isso sugere uma inversão na ordem das saídas y_1 e y_2 utilizadas na realimentação. Com uma nova configuração de controle (figura 4.3) dada pelo emparelhamento (u_1, y_2) e (u_2, y_1) , a matriz de ganhos estáticos do processo **equivalente** será dada por

$$\tilde{\mathbf{G}}(0) = \begin{bmatrix} G_{21}(0) & G_{22}(0) \\ G_{11}(0) & G_{12}(0) \end{bmatrix}. \quad (4.13)$$

O escalar λ da equação (4.9) passa a ser expresso por

$$\tilde{\lambda} = \frac{(1 - \gamma_1)(1 - \gamma_2)}{1 - \gamma_1 - \gamma_2}. \quad (4.14)$$

Assim, para $\gamma_1 + \gamma_2 < 1$ o escalar $\tilde{\lambda}$ é sempre positivo, e a matriz de ganhos relativos para o novo emparelhamento é dada por

$$\tilde{\Lambda} = \begin{bmatrix} \tilde{\lambda} & 1 - \tilde{\lambda} \\ 1 - \tilde{\lambda} & \tilde{\lambda} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.32 & -1.32 \\ -1.32 & 2.32 \end{bmatrix}. \quad (4.15)$$

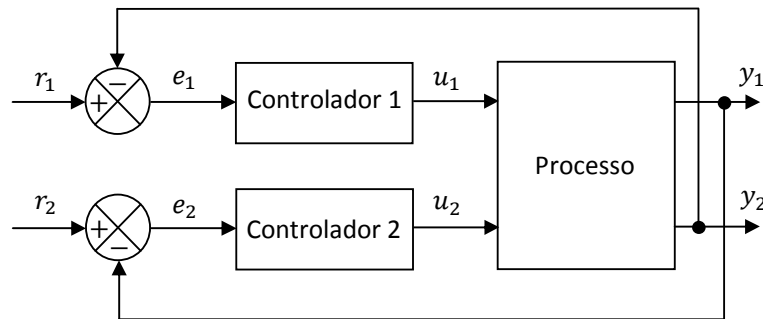


FIGURA 4.3: Estrutura de controle PI descentralizado para a configuração de fase não-mínima.

Portanto, para o caso de fase não-mínima, o emparelhamento (u_1, y_2) e (u_2, y_1) é preferível para o controle descentralizado. Existe uma interpretação física para este caso, que pode ser explicado pela predominância de fluxo das bombas para os tanques superiores. Ou seja, é mais viável controlar os níveis dos tanques inferiores pelas vazões de descarga de água dos tanques superiores, do que pelas parcelas de fluxo de água das bombas para os tanques inferiores.

4.2.4 Configuração de controle para o caso I: fase mínima

Para a configuração de controle escolhida, pelo emparelhamento (u_1, y_1) e (u_2, y_2) , com o auxílio da RGA, temos a estrutura de controle descentralizada do sistema representada pela figura 4.4.

Na figura 4.4 são apresentadas as interações das funções de transferência da planta (figura 3.4) e os ganhos das ações PI dos controladores, sendo $C_{Pj} = K_j$ e $C_{Ij} =$

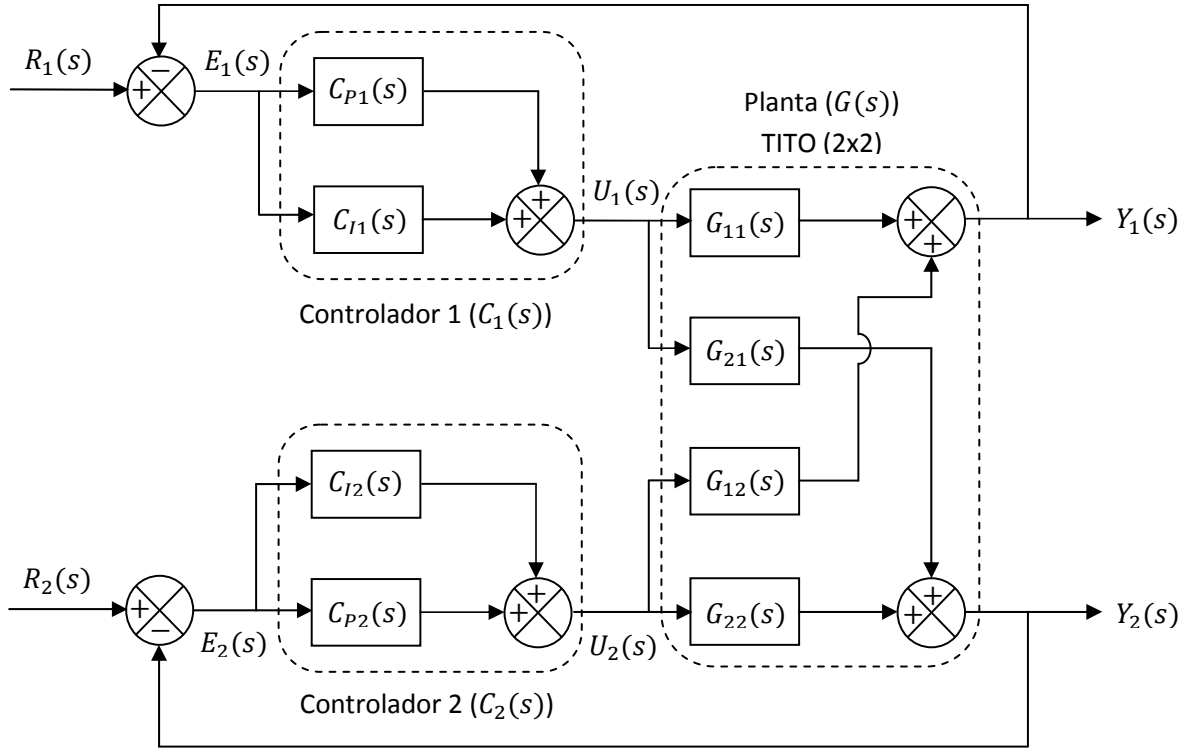


FIGURA 4.4: Diagrama de blocos da estrutura de controle PI descentralizado para a configuração de fase mínima.

$(K_j)/(\tau_{ij}s)$ como apresentado na equação (4.5).

Repare que nos ramos de alimentação direta das malhas SISO, os ganhos das plantas são dadas pelas funções de transferência G_{11} e G_{22} . Estas funções de transferências serão utilizadas no projeto do controlador para o caso de fase mínima na subseção 4.3.

Desprezando os acoplamentos das funções de transferência da planta, como proposto por (Goodwin et al., 2001) para o projeto de controladores SISO em multimalhas, as funções de transferência de malha fechada dos laços SISO são facilmente encontradas:

- Para a malha fechada 1:

$$\frac{Y_1}{R_1} = \frac{C_1 G_{11}}{1 + C_1 G_{11}}; \quad (4.16)$$

- Para a malha fechada 2:

$$\frac{Y_2}{R_2} = \frac{C_2 G_{22}}{1 + C_2 G_{22}}; \quad (4.17)$$

4.2.5 Configuração de controle para o caso II: fase não-mínima

No caso de fase não-mínima, como apresentado na seção 4.2.3.2, há a necessidade de um novo emparelhamento das variáveis entrada-saída. Assim, a configuração de controle dada pelo emparelhamento (u_2, y_1) e (u_1, y_2) resulta no diagrama de blocos apresentado na figura 4.5, que é uma visão explodida da figura 4.3.

Nessa nova configuração as funções de transferências G_{12} e G_{21} estarão presentes nos ramos de alimentação direta das malhas SISO. Estas funções de transferências serão utilizadas para a sintonia dos parâmetros dos controladores para o caso de fase não-mínima na subseção 4.3.

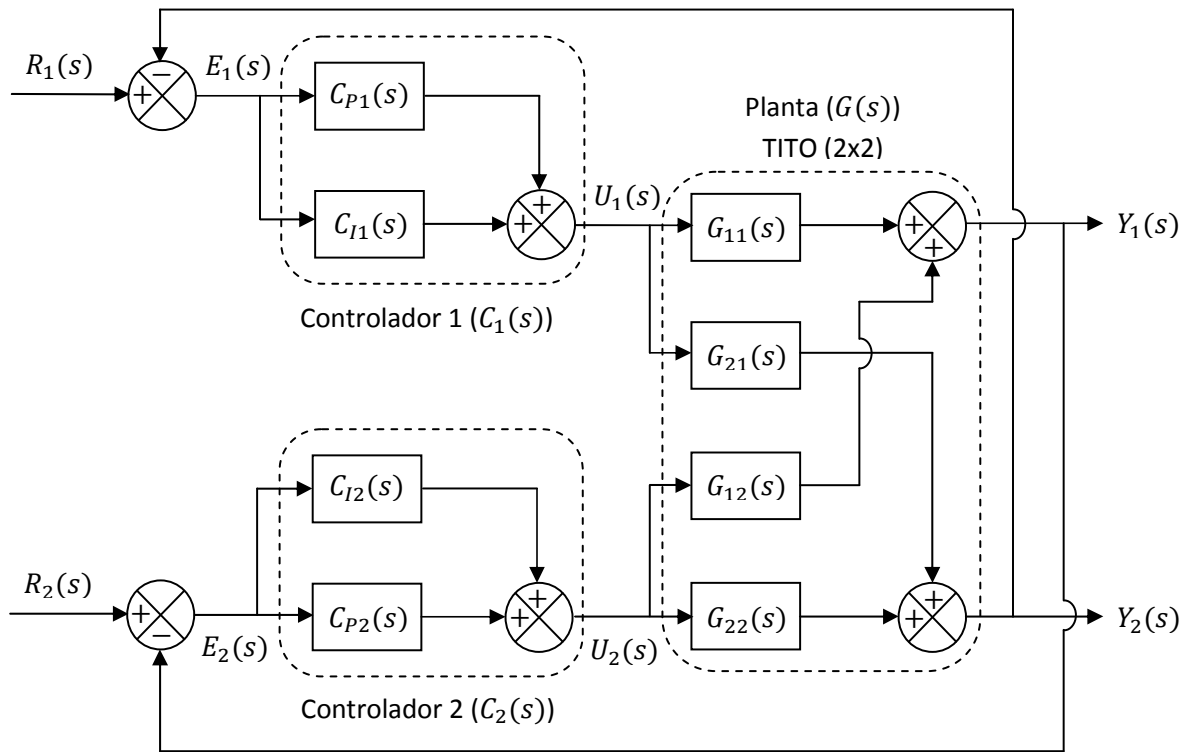


FIGURA 4.5: Diagrama de blocos da estrutura de controle PI descentralizado com dois controladores PI para a configuração de fase não-mínima.

Desprezando os acoplamentos das funções de transferência da planta, as funções de transferência de malha fechada dos laços SISO são expressos por:

- Para a malha fechada 1:

$$\frac{Y_2}{R_1} = \frac{C_1 G_{21}}{1 + C_1 G_{21}}. \quad (4.18)$$

- Para a malha fechada 2:

$$\frac{Y_1}{R_2} = \frac{C_2 G_{12}}{1 + C_2 G_{12}}. \quad (4.19)$$

4.3 Projeto do controlador e simulações

As simulações têm como principal objetivo ilustrar o desempenho do controlador PI descentralizado e auxiliar a sintonia dos parâmetros do controlador, determinando-se uma metodologia para a sintonia do controlador em situações reais. O projeto do controlador para as diferentes malhas foi efetuado ignorando-se os acoplamentos dos elementos da matriz de transferência do modelo da planta. Os parâmetros K_j e τ_{ij} , para o caso de fase mínima, foram projetados via dominância de pólos.

O ajuste dos parâmetros do controlador PI descentralizado é notoriamente difícil para sistemas multivariáveis, em particular, para o caso de fase não mínima. Neste caso, os ganhos foram sintonizados por meio de simulações com os modelos linear e não-linear. Buscou-se obter um tempo de acomodação aceitável, boa rejeição de perturbações e pequeno erro em regime estacionário. Verificou-se que valores elevados para os ganhos proporcionais resultavam em instabilidade em malha fechada. Notou-se ainda a necessidade de ajustar um ganho proporcional de uma malha com valor superior ao ganho da outra para assegurar uma dinâmica mais rápida para uma das malhas. Isso facilita a ação do controlador no sentido de evitar saturação no sinal de controle, uma vez que existe um alto acoplamento no caso de fase não mínima.

Para a apreciação do desempenho dos controladores propostos foram feitas simulações com controladores discretos, aplicados respectivamente ao modelo linear e não-linear do sistema de quatro tanques. Resultados experimentais encontram-se na próxima seção. As seguintes hipóteses para as simulações foram consideradas:

- a vazão da bomba (q_i) é linear, e diretamente proporcional à tensão (ϑ_i) aplicada em seus terminais, tal que $q_i = k_i \vartheta_i$, onde $i = [1,2]$;
- o modulo de potência é linear e sua saída é dada por $\vartheta_i = u_i k_{mod}$, onde u_i é o sinal de saída do controlador (0 a 10V), e k_{mod} é o ganho do módulo, dado por $k_{mod} = 1.2$;

- o sinal do sensor de nível (y_j , de 0 a 10V) é linear, e diretamente proporcional à altura da coluna de água (h_j , de 0 a 300 mm), tal que $y_j = k_c h_j$, onde $j = [1,2,3,4]$ e k_c é o ganho do sensor;
- as parcelas de fluxo (γ_i) de água das bombas para os tanques inferiores são constante durante toda a simulação e experimento. Por consequência, as parcelas de fluxo para os tanques superiores também são constantes;
- os escoamentos pelos drenos dos tanques são em regime quase permanente, o que nos possibilita o uso da equação de Bernoulli na modelagem do sistema;
- os coeficientes de descarga de água dos tanques (k_{l_j}) são constantes durante toda a simulação e experimento;
- o modelo linear da planta é o modelo nominal;
- no modelo não linear considera-se as saturações (atuadores, sensores e controladores) e as perdas de carga nos drenos dos tanques.

O simulador do modelo linear foi desenvolvido a partir do diagrama de blocos apresentado na figura 3.4, e implementado de acordo com as matrizes (3.25) e (3.26) de transferência da planta para as configurações de fase mínima e não mínima. O simulador do modelo não linear da planta foi descrito na seção 3.3. Ambos modelos foram utilizados em simulações realizadas no capítulo 3.

O controlador discreto foi baseado em uma versão acadêmica dada pela equação (4.2) e foi implementado incluindo a técnica *anti reset-Windup* (ver figura 4.6). Quando necessário, um ajuste fino dos parâmetros foi obtido a partir de ensaios realizados com o sistema real. Esse controlador em conjunto com o modelo não linear da planta oferece uma simulação realista, com resultados próximos aos dos experimentos com a planta.

De acordo com o emparelhamento para o caso de fase mínima, utiliza-se as seguintes funções de transferência para o projeto das leis de controle (PI) u_1 e u_2 :

$$G_{11}(s) = \frac{0,79}{82s + 1} \quad e \quad G_{22}(s) = \frac{0,73}{78s + 1}. \quad (4.20)$$

Como tanto $G_{11}(s)$ quanto $G_{12}(s)$ são funções de transferência de primeira ordem, as função de transferências (de segunda ordem) das respectivas malhas fechadas in-

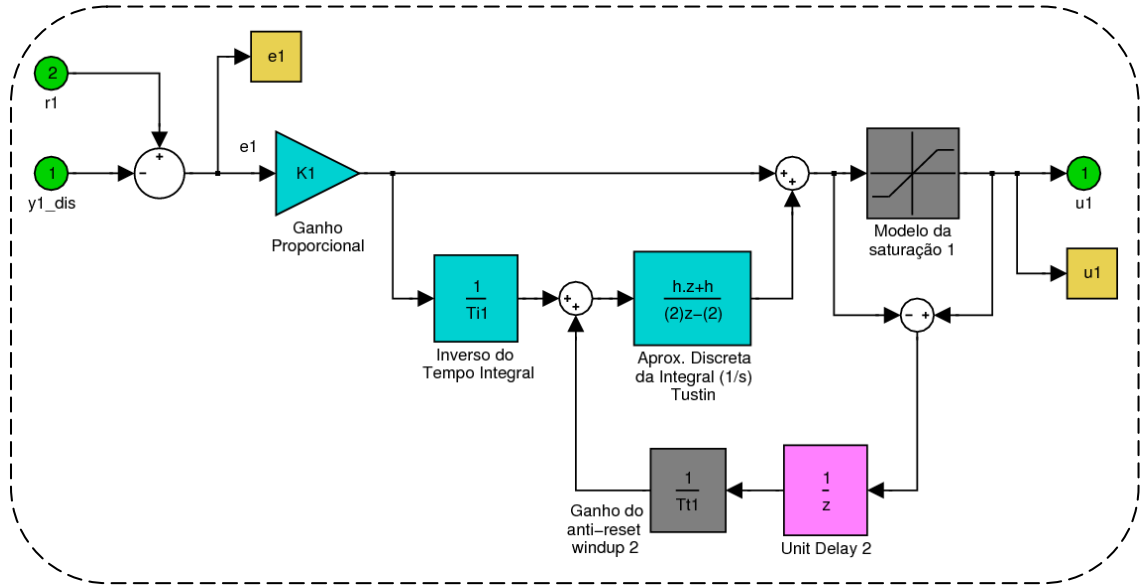


FIGURA 4.6: Diagrama de blocos do controlador em sua versão discreta utilizada nas simulações.

dependentes, dadas por (4.16) e (4.17), podem ser representadas na seguinte forma compacta:

$$\frac{Y_i}{R_i} = \frac{C_i G_{1i}}{1 + C_i G_{1i}} = \frac{(s + z_i)}{s^2 + 2\zeta_i \omega_{ni} s + \omega_n^2}, \quad i = 1, 2. \quad (4.21)$$

A estratégia de projeto é alocar o zero z_i de forma que a malha fechada apresente pólos complexos dominantes. Escolhendo $z_i = 0.03$, $\zeta_i = 0.62$ e $\omega_{ni} = 0.017$ (para $i = 1, 2$) o zero é aproximadamente 3 vezes mais rápido do que o pólos complexos dominantes. Com isso, obtém-se um tempo de acomodação de aproximadamente 458s e um sobresinal de no máximo 11.5%. Essas especificações correspondem aos seguintes parâmetros para os controladores:

$$K_1 = K_2 = 1 \quad e \quad \tau_{i1} = \tau_{i2} = 32.$$

Esses parâmetros foram então empregados na simulação em malha fechada do controle PI descentralizado com os modelos linear e não linear da planta (ver figura 4.7).

Para o caso de fase não-mínima as funções de transferência

$$G_{12}(s) = \frac{0,57}{(219s + 1)(82s + 1)} \quad e \quad G_{21}(s) = \frac{0,61}{(255s + 1)(80s + 1)}, \quad (4.22)$$

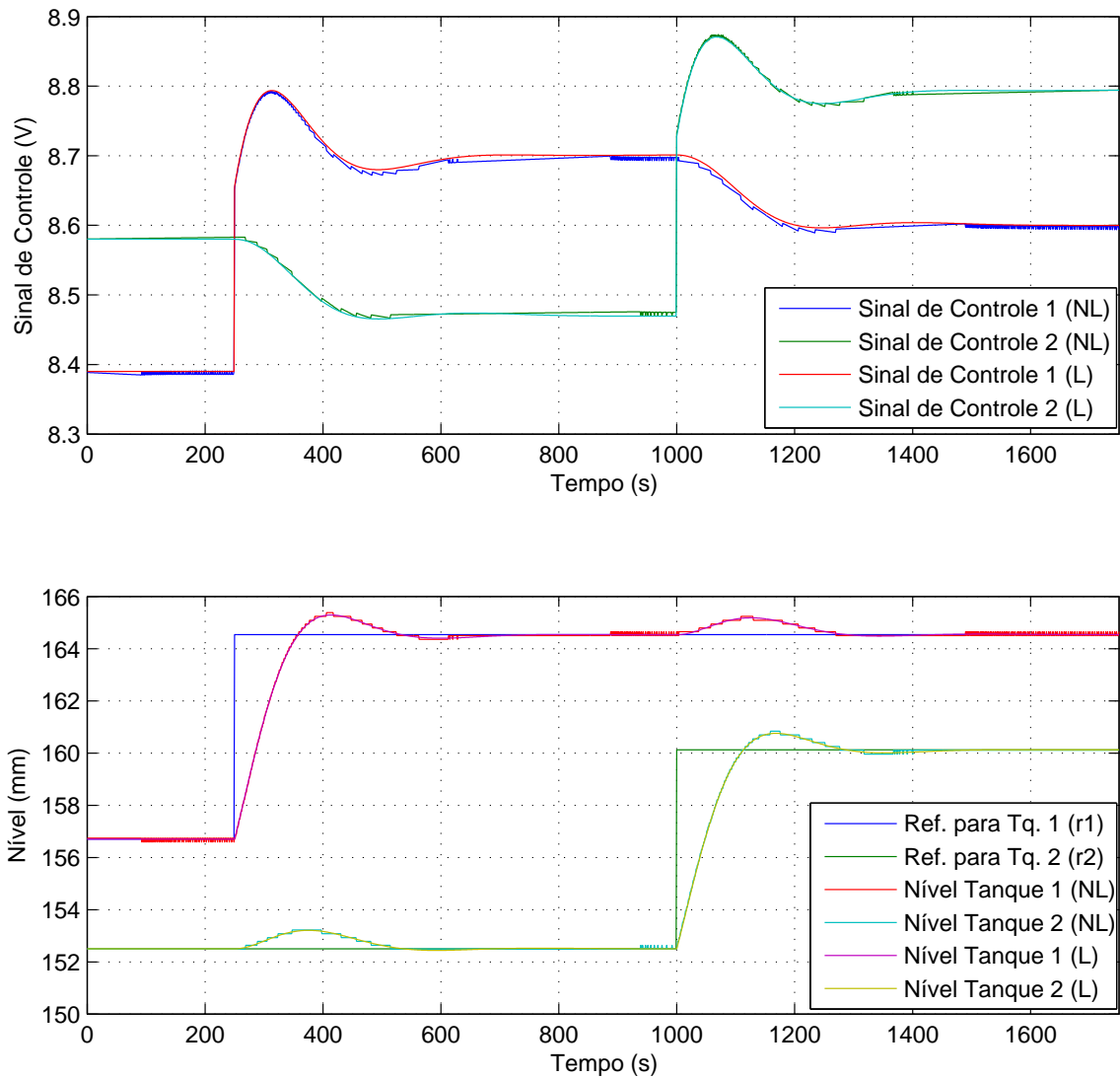


FIGURA 4.7: Resultados de simulação em malha fechada. Controle PI descentralizado e planta em configuração de fase mínima.

são utilizadas para o projeto dos controladores PI independentes. Neste caso as funções de transferência de malha fechada são de terceira ordem, o que dificulta o projeto via pólos dominantes. Assim, optou-se por sintonizar diretamente os controladores por meio de simulações. Atentou-se para o ajuste dos ganhos proporcionais com o objetivo de reduzir oscilações nas saídas da planta e não instabilizar o sistema. Para essa configuração os parâmetros encontrados foram

$$K_1 = 1,75, \quad K_2 = 1,39 \quad \tau_{i1} = 365 \text{ s}, \quad \tau_{i2} = 380 \text{ s}.$$

Note a pequena ação integral neste caso, o que pode acarretar em um expressivo tempo

de acomodação (ver figura 4.8).

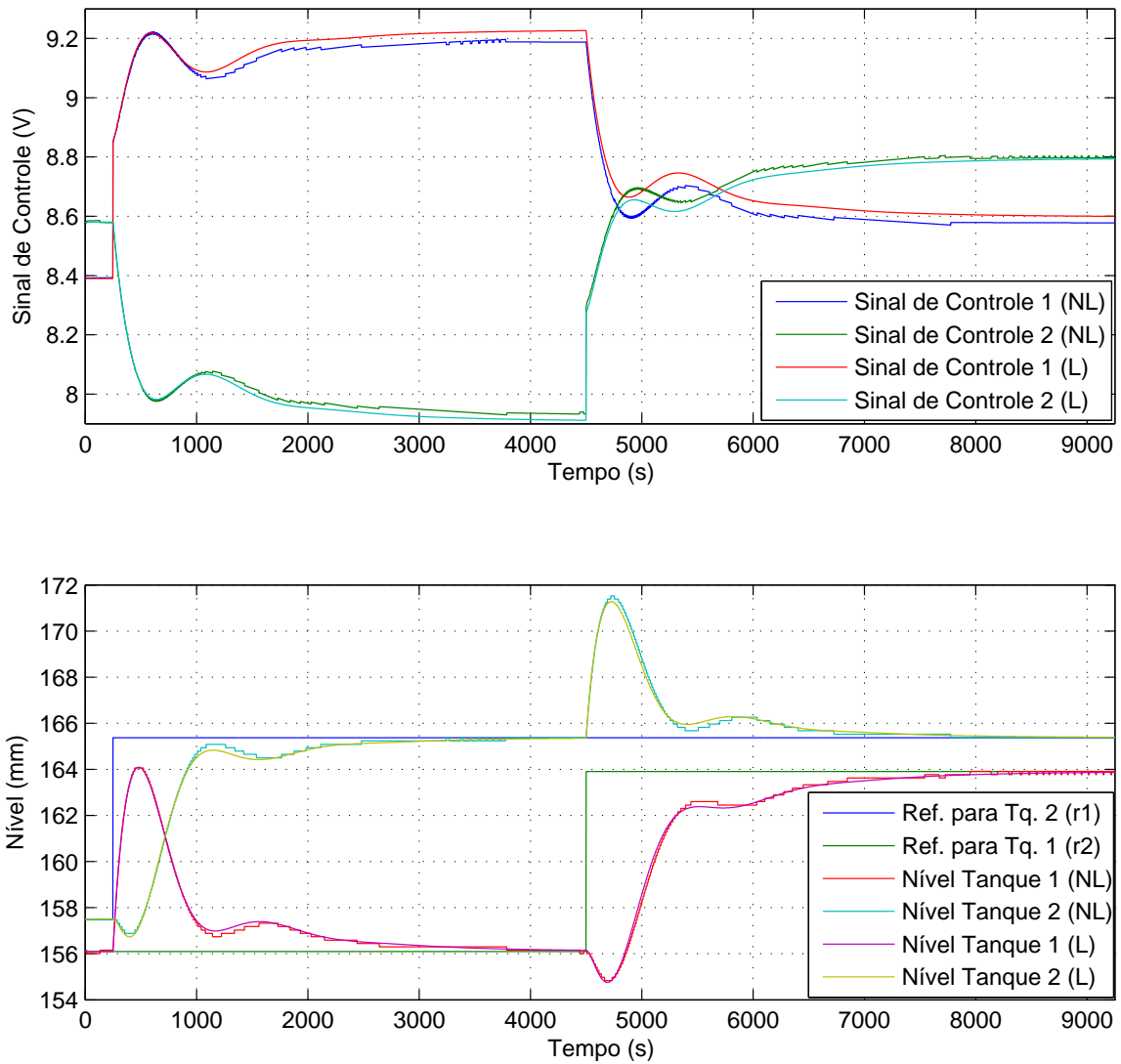


FIGURA 4.8: Resultados de simulação em malha fechada. Controle PI descentralizado e planta em configuração de fase não mínima.

4.4 Resultados experimentais

Nesta seção serão apresentados os resultados experimentais obtidos com o sistema de quatro tanques desenvolvido no laboratório. A estrutura mecânica, as dimensões físicas relevantes e detalhes do sistema estão descritos no Apêndice A. Em particular, destacam-se as conexões hidráulicas (A.2), os atuadores – bomba de engrenagens (A.3) – e os sensores – transmissores de nível (A.4). Os dois últimos dispositivos foram

desenvolvidos no laboratório para esse trabalho. As bombas são acionadas por tensão através do módulo de potência (A.6).

Os controladores são implementados em um controlador lógico programável (CLP) que possui entradas para os sensores de nível assim como conversores digital-analógico (D/A) para o comando das bombas. É utilizado a linguagem Ladder para programar os controladores no CLPs, e a transferência de dados é realizada através de interface serial (padrão RS232) com o auxílio de um programa em Matlab.

Para o caso de fase mínima foram utilizados nos experimentos os mesmos parâmetros da simulação:

$$K_1 = K_2 = 1 \quad \text{e} \quad \tau_{i1} = \tau_{i2} = 32 \text{ s}.$$

Os resultados estão ilustrados na figura 4.9.

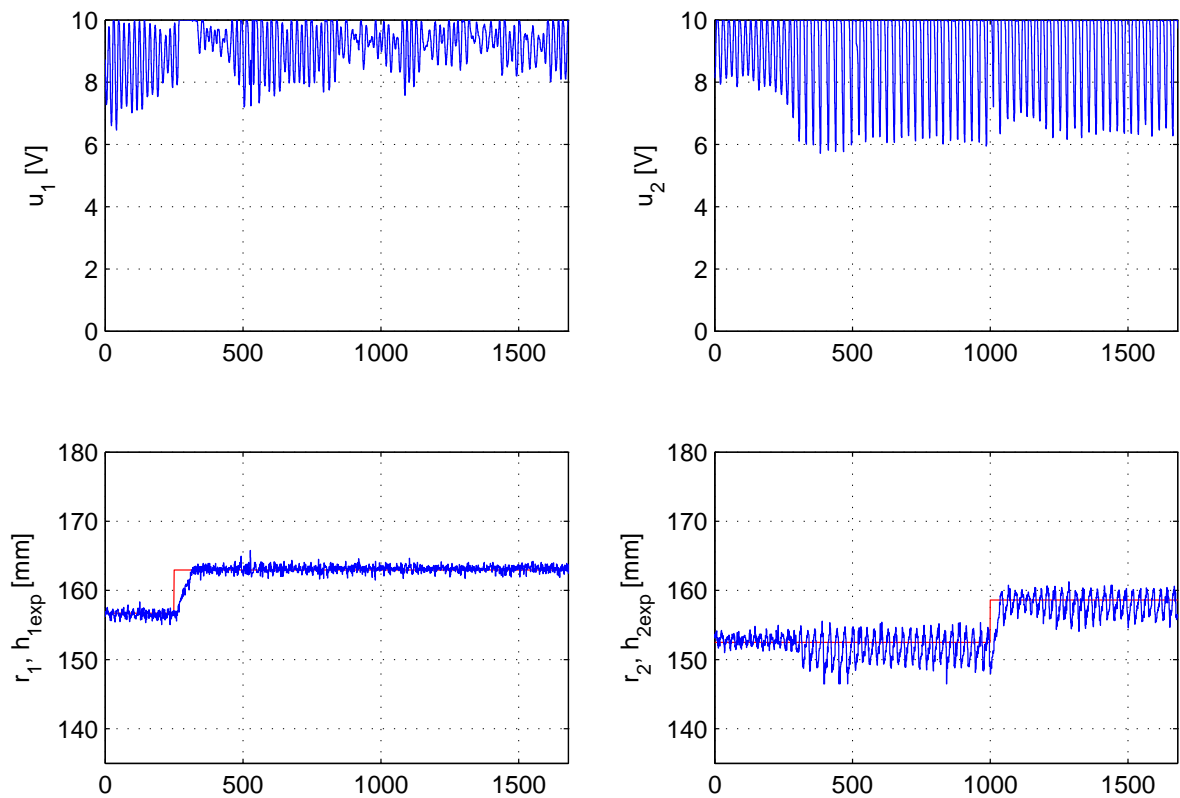


FIGURA 4.9: Resultados experimentais do controle PI para a configuração de fase mínima do sistema. Em vermelho o sinal de referência, e em azul os sinais de controle (gráficos superiores) e os níveis dos tanques (gráficos inferiores).

Os experimentos para a configuração de fase não-mínima não foram realizados,

em decorrência de uma limitação do CLP quanto ao valor máximo do tempo integral ($\tau_i = 32 \text{ s}$).

4.5 Conclusão

Neste capítulo foi avaliado o desempenho do controlador PI, multivariável e descentralizado para a regulação dos níveis dos tanques inferiores do sistema de quatro tanques. Diferentemente de (Johansson, 2000), considerou-se um dos tanques trapezoidal. Utilizou-se o modelo linearizado em torno de um ponto de operação para fins de projeto e sintonia do controlador. Para a configuração de fase mínima, optou-se por um projeto via dominância de pólos, considerando o sistema multivariável completamente desacoplado. Uma sintonia fina foi realizada via simulação com os modelos linear e não linear (acoplados).

Os resultados obtidos através de simulações e o resultados experimentais confirmam a validade do modelo não linear, a boa aproximação obtida com o modelo linear em torno do ponto de operação e o desempenho satisfatório do controlador PI descentralizado para a configuração de fase não mínima da planta. O principal desafio foi controlar o sistema em sua configuração de fase não mínima sendo necessário uma troca na ordem dos elementos do vetor de saída utilizado na realimentação. Sem esta troca, um simples controlador PI descentralizado não é indicado para resolver o problema de regulação. Observou-se, por meio de simulações e experimentos, que o sistema em malha fechada apresentou um desempenho aceitável para o caso de fase mínima e um desempenho mais lento no caso de fase não mínima.

Capítulo 5

Conclusão

Neste trabalho foi projetado e construído um sistema de quatro tanques interligados, em que um dos tanque é trapezoidal. Todo o *hardware* e *software* necessários para realizar a interface entre os atuadores (bombas) e os sensores de pressão para a leitura dos níveis dos dois tanques inferiores foram desenvolvidos. O *hardware* consiste em: conversores de potência e transdutores de sinais dos sensores de pressão. Três *softwares* foram implementados: os controladores codificados em linguagem Ladder, a interface de aquisição de dados desenvolvida no Matlab e o programa do microcontrolador implementado no módulo de potência.

Realizou-se a modelagem e identificação do sistema a partir da aplicação do princípio da conservação da massa, em conjunto com a equação de Bernoulli. O modelo não-linear obtido pode apresentar dinâmica dos zeros de fase não mínima, dependendo da configuração adotada. O objetivo desta modelagem foi desenvolver um simulador não linear, validado com dados experimentais e que representasse de forma eficaz o sistema real, para determinar um procedimento de sintonia do controlador através de simulações. Os resultados dos experimentos realizados com a planta real mostraram-se qualitativamente próximos dos resultados simulados com o modelo identificado.

Além disso, avaliou-se o desempenho do controlador PI, multivariável e descentralizado para a regulação dos níveis dos tanques inferiores do sistema de quatro tanques. O PI descentralizado apresentou um bom desempenho na regulação em simulações e em condições experimentais sendo melhor para a planta em sua configuração de fase mínima. Na configuração de fase não mínima foi necessário uma troca na ordem dos

elementos do vetor de saída utilizado na realimentação. Sem esta troca, um simples controlador PI descentralizado não é indicado para resolver o problema de regulação. Entretanto, as simulações e os experimentos deixaram evidente que o sistema em malha fechada apresenta um desempenho aceitável para o caso de fase mínima e um desempenho inferior (mais lento) no caso de fase não mínima.

A contribuição principal deste trabalho foi o projeto, a construção e o desenvolvimento de um modelo matemático implementado em ambiente *Simulink/Matlab* para simulação com elevado grau de realismo. Como contribuição secundária destaca-se a avaliação do desempenho do controlador PI descentralizado.

Algumas sugestões para trabalhos futuros:

- identificar a relação da parcela do fluxo de água das bombas com suas tensões de operação;
- melhorar a sintonia dos parâmetros do controlador PI descentralizado para a configuração de fase não mínima;
- realimentação de estado;
- desenvolver lei de controle que opere tanto na região de fase mínima quanto em fase não-mínima;
- avaliar estratégias de controle para a regulação e rastreamento que apresentem desempenho superior ao PI descentralizado.

Apêndice A

Descrição do sistema de quatro tanques

Os elementos, que compõe o sistema de quatro tanques, são descritos com detalhes neste apêndice, com a finalidade de compartilhar conhecimentos adquiridos na montagem, para a continuidade do projeto.

A.1 Tanque e reservatório de água

O sistema utilizado neste trabalho é composto basicamente por quatro tanques e um reservatório. São três tanques retangulares com mesma dimensão e um tanque trapezoidal (com duas faces em forma de um trapézio retângulo).

Os tanques são de acrílico cristal de 6 *mm* de espessura e com roscas fêmeas em suas bases (fundo) para a fixação de tampões ou drenos com seus respectivos *o-rings* de vedação. O tanque retangular apresenta capacidade aproximada de 4,5 *ℓ*, com dimensões internas de 108 × 108 × 389 *mm* (figura 2.8). Já o tanque trapoezoidal dispõe de uma capacidade aproximada de 4,8 *ℓ*, com dimensões internas apresentadas na figura 2.14.

O reservatório é um organizador da *Sanremo* com cotas máximas de 425 × 635 × 304 *mm* (figura A.1).



FIGURA A.1: Reservatório.

A.2 Mangueiras e conexões hidráulicas

A.2.1 Mangueiras

São utilizadas mangueiras com diâmetro interno (D.I.) de $1/2$ in, $5/16$ in e $3/16$ in. A mangueira com o maior diâmetro é utilizada na sucção e no recalque (desde a bomba às conexões T). Já a com diâmetro intermediário é conectada após as conexões T , levando o fluxo de água até a entrada dos tanques. A mangueira com o menor diâmetro é empregada na entrada e na saída da bomba, auxiliando na conexão com a mangueira de maior diâmetro.

A.2.2 Conexão T

Trata-se de uma conexão automotiva em PVC, denominada como *conexão T mangueira de ar* ou *conexão T dupla carburação* (figura A.2). Apresenta D.I. de $7/16$ in em sua entrada e D.I. de $9/32$ in nas duas saídas.

A.2.3 *Nipple*

Os *nipples* (figura A.3) são reduções de 7 mm, $6,7$ mm, $5/32$ in e $1/8$ in, que são conectadas em uma das extremidades das mangueiras com D.I. de $5/16$ in na entrada do tanque. A escolha dos diâmetros de estrangulamento é realizada de acordo com a

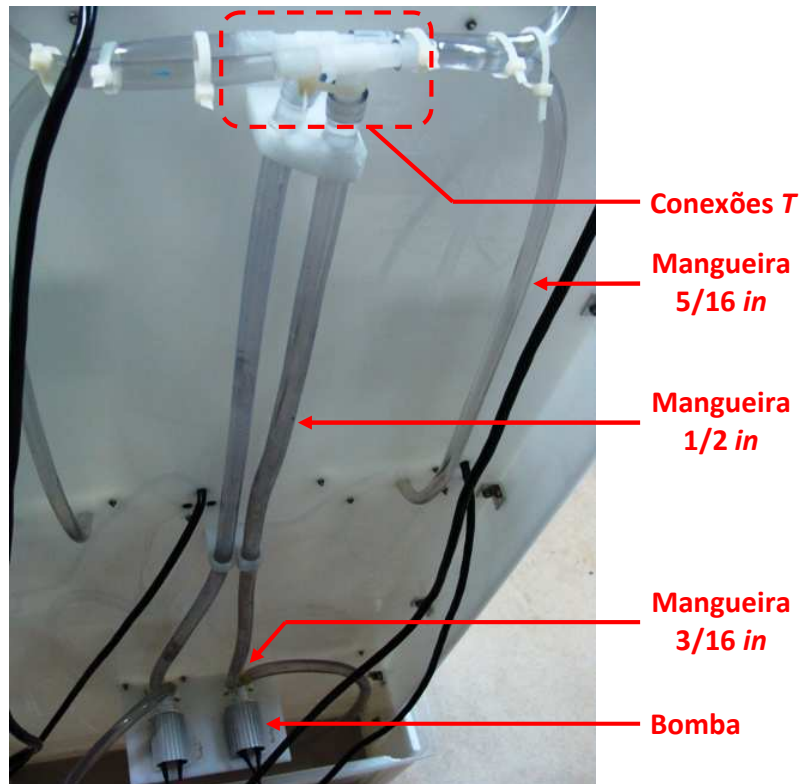


FIGURA A.2: Mangueiras e conexões na parte de trás do painel.

configuração que se deseja ao sistema, para o comportamento de fase mínima ou de fase não-mínima, como apresentado nas tabelas 3.2 e 3.6.

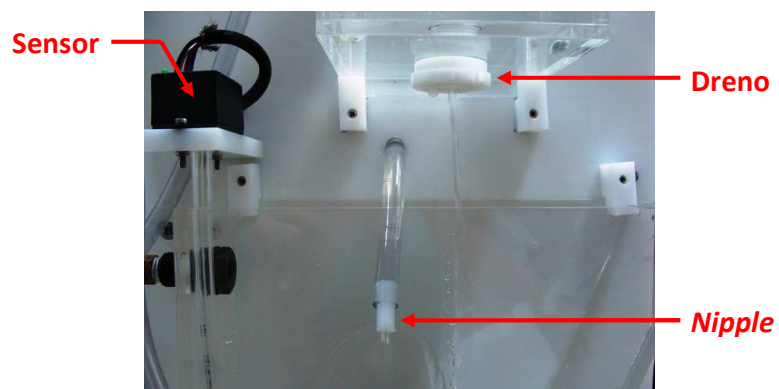


FIGURA A.3: *Nipple*, dreno e sensor.

A.2.4 Tampões e drenos

Os tampões plásticos são roscados e possuem anel de vedação (o-ring) em sua base. A diferença dos tampões com os drenos (figura A.4) está na presença de um orifício em seu centro com diferentes diâmetros (tabela 3.1).

A especificação do anel de vedação é D.I. 21,89 *mm* × seção 2,62 *mm* (ref. 2-118).

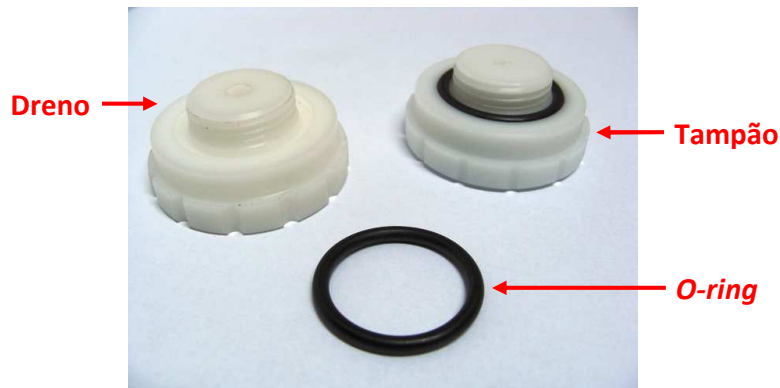


FIGURA A.4: Dreno, tampão e o-ring.

A.3 Bomba

O conjunto moto-bomba é composto por um motor de corrente contínua (CC) de 12 V, um dissipador de calor e uma bomba de engrenagens acoplada no eixo do motor (figura A.5).



FIGURA A.5: Bomba de engrenagens.

A bomba é fabricada pela Jersey Modeler (www.jerseymodeler.com), uma empresa fabricante de acessórios para aeromodelagem em Nova Jersey. Ela está presente no *kit* da Quanser de tanques acoplados (*Coupled Water Tanks*), que foi elaborado pelos pesquisadores Karl Astrom e Karl Henrik Johansson.

De acordo com o fabricante, a bomba JM-PUMP apresenta as características apresentadas na tabela A.1.

TABELA A.1: Dados de desempenho da bomba a 12 V.

Pressão [psi]	H_{man} [m]	Vazão [ml/min]	Corrente [A]
0	0	2200	0,5
5	3,7	2100	0,9
10	7	1750	1,3
15	10,7	1250	1,6
20	14	350	1,8

Na figura A.6 temos a curva da vazão média em função da tensão média aplicada no motor de CC da bomba 2.

A.4 Transmissor de pressão diferencial

A medição de nível em tanques pela pressão diferencial é feita através do sensor MPXM2010GS da *Motorola*. Este sensor é baseado no efeito piezo-resistivo e possui compensação de temperatura. Sua saída é linear em uma faixa de 0 a 10 *kPa*. A relação entre a saída e entrada do sensor é de 2.5 *mV/kPa*.

O sensor de silício piezo-resistivo é o mais apropriado em aplicações com picos de pressão. A faixa dos transmissores baseados na tecnologia de filme fino garante precisão excepcional, tempo de resposta rápido e estabilidade de longo prazo. Outros fatores relevantes são seu baixo custo e dimensões reduzidas.

O sensor possui um encapsulamento *MPAK*, que permite que um tubo seja conectado ao sensor, isolando o sensor de um contato direto com a água.

A faixa de nível passível de medida no sistema de quatro tanques é de 0 a 40 cm, isso corresponde à faixa de pressão de 0 a 4 *kPa*.

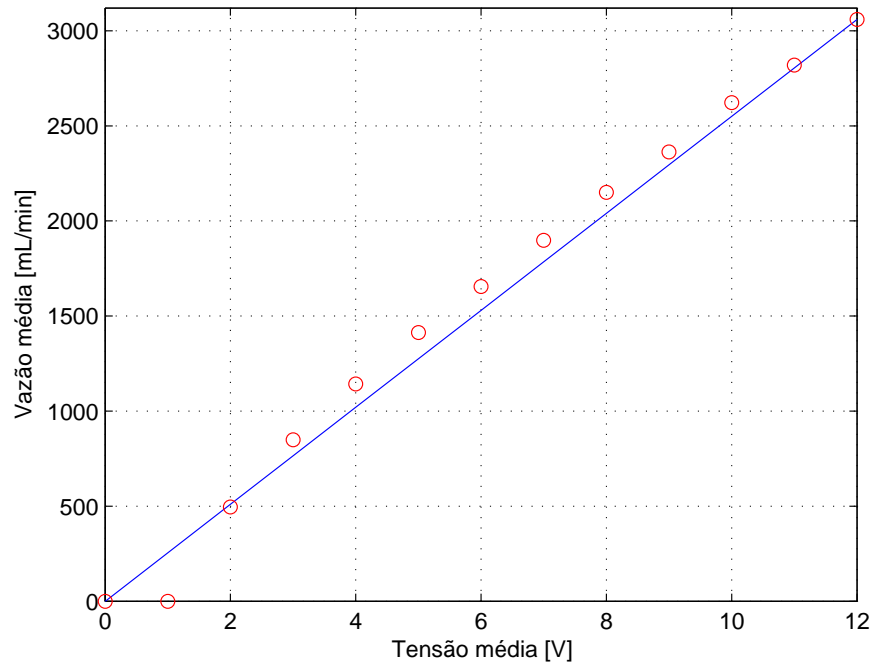


FIGURA A.6: Curva de vazão da bomba \times tensão. A reta (azul) representa os valores da simulação da vazão da bomba em função da tensão para o ganho k_2 dado na tabela 3.7, e os círculos (vermelho) referem-se aos dados medidos.

A saída do sensor necessita ser amplificada para ser amostrada no canal analógico do CLP. Este condicionador de sinais é baseado no amplificador INA126PA (ver diagrama esquemático da figura A.7).

A placa eletrônica (figura A.8) do acondicionador de sinais foi fixada em uma caixa plástica *PB-040* da *PATOLA*, com medidas $27 \times 33 \times 43 \text{ mm}$ ($A \times L \times P$). O transmissor de pressão - o conjunto sensor e acondicionador de sinais - está presente nas figuras A.3 e A.9.

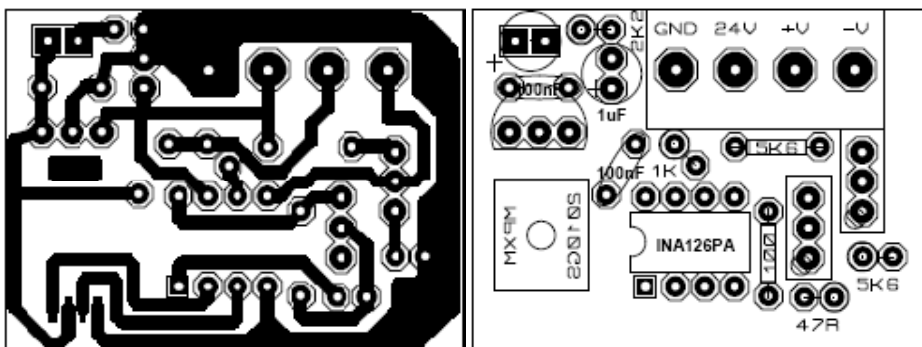


FIGURA A.8: Placa eletrônica do transdutor de pressão.

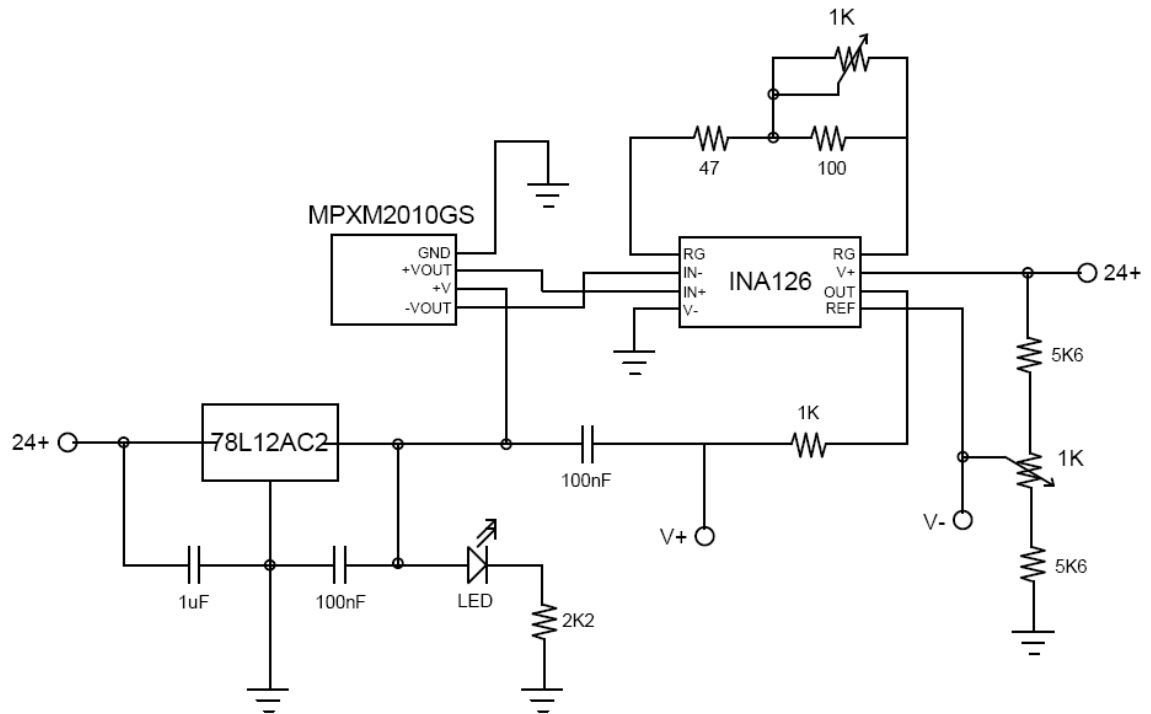


FIGURA A.7: Diagrama do circuito do transdutor de pressão.



FIGURA A.9: Transdutor de pressão.

A.5 Painel

O painel para a fixação dos tanques, sensores, mangueiras e bombas foi confeccionado através de chapas de polietileno de 10 e 15 *mm* de espessura (figura 1.1 e A.2).

A.6 Módulo de potência

A vazão da bomba é manipulada através de um módulo de potência (figura A.10), que aciona o motor de corrente contínua (CC) de 12 V pela técnica de modulação por largura de pulsos (PWM). O controle da velocidade do motor CC é relativamente simples. A técnica consiste em variar a tensão média aplicada ao motor, mais especificamente, na armadura do motor.



FIGURA A.10: Módulo de potência.

O módulo possui três entradas (figura A.11), sendo uma digital e duas analógicas. O sinal digital (*PLC RUN*) é um sinal de 24, V gerado pelo CLP, para que o módulo entre em operação. As outras duas entradas analógicas (*INPUT 1 e 2*) são utilizadas para a leitura dos sinais de 0 a 20 mA, que são gerados pelo CLP, para o controle de nível pela manipulação da vazão das bombas. Através de um divisor de tensão, estes sinais passam para a escala de 0 a 5 V e são levados a canais analógicos de um microcontrolador *PIC16F876*.

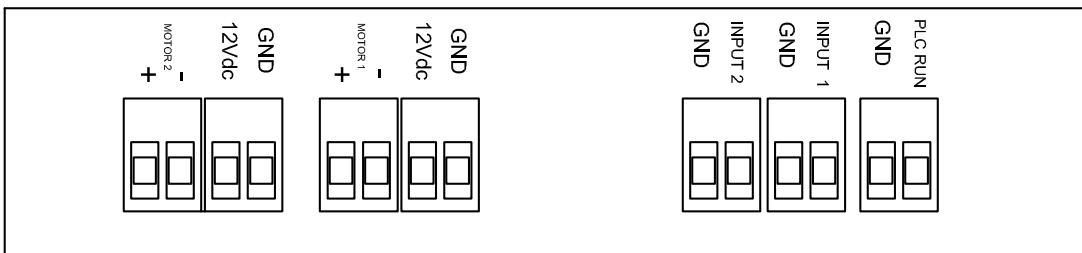
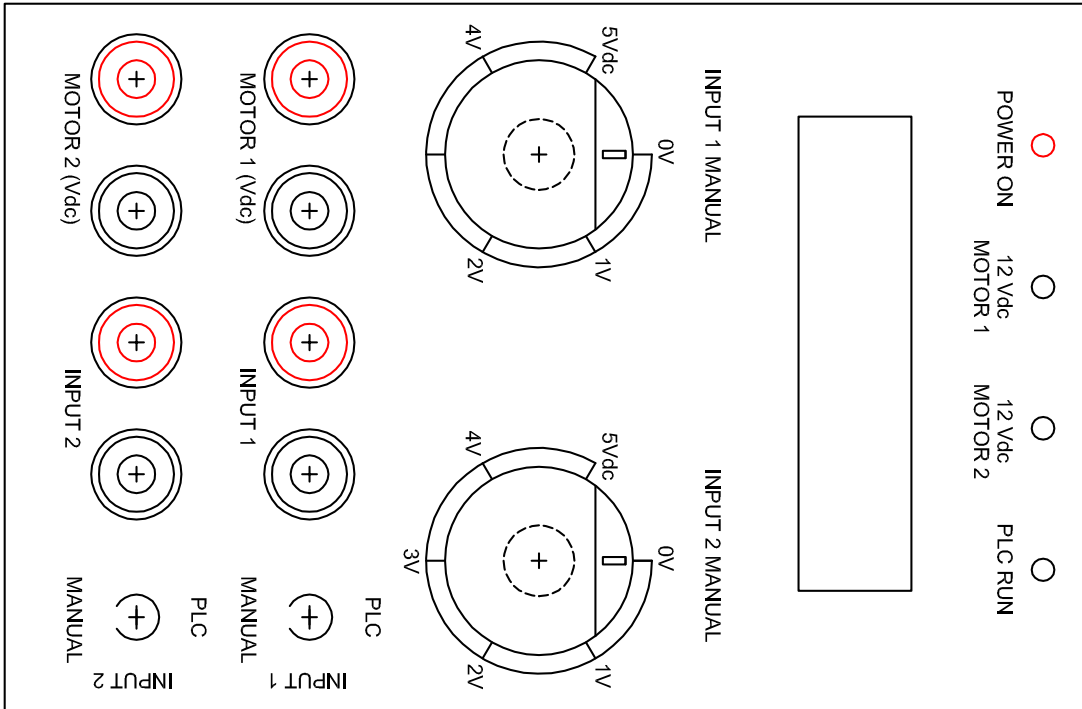
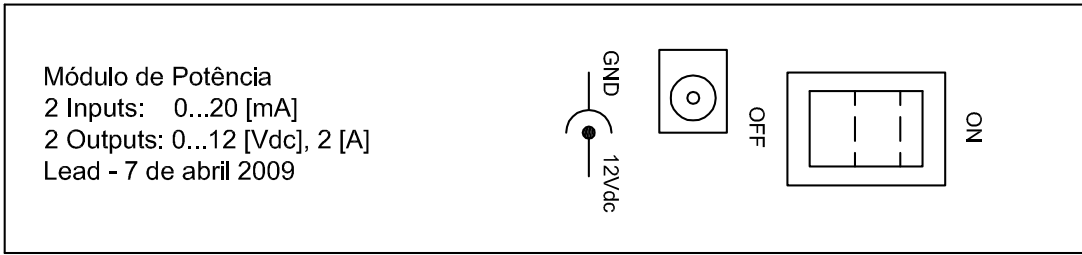


FIGURA A.11: Máscara da caixa do módulo de potência.

O módulo possibilita a seleção de um sinal de entrada manual de 0 a 5 V, gerado por potenciômetro presente em sua caixa, ou de um sinal de 0 a 20 mA do CLP. O sinal manual é útil em testes do sistema em malha aberta. As entradas analógicas são indicadas em porcentagem em um LCD.

Na face da caixa do módulo de potência, pode-se mensurar as tensões nos terminais dos motores e nas entradas analógicas do microcontrolador PIC. Existem ainda quatro LEDs que sinalizam módulo energizado (*POWER ON*), circuito do motor 1 energizado (*12 Vdc MOTOR 1*), circuito do motor 2 energizado (*12 Vdc MOTOR 2*) e o sinal para operação do módulo (*PLC RUN*).

O módulo pode ser empregado no acionamento de dois motores de até 2 A. A placa eletrônica e o diagrama do circuito estão representados, respectivamente, nas figuras A.12 e A.13.

Como sugestão para aperfeiçoamento do módulo de potência, sugere-se a seleção do sinal de entrada manual ou do CLP, por uma saída do microcontrolador PIC por meio de um relé. Assim, através de uma chave seletora no painel elétrico, o operador pode realizar a seleção para operação manual ou automática do sistema de controle de nível dos quatro tanques. O sinal correspondente à chave seletora é enviado a uma entrada digital CLP, como condição para o início de operação automática. O PIC, por sua vez, seleciona simultaneamente suas duas entradas analógicas, para a leitura dos sinais de saída do CLP (0 a 20 mA) a partir do sinal de entrada do módulo de potência *PLC RUN*. Sem a presença deste sinal, o módulo operaria em modo manual.

A.7 Controlador

O Controlador Lógico Programável (CLP) utilizado é o modelo *VersaMax Micro 23* (IC200UAL006) da *GE Fanuc* com 23 pontos. Destes, duas entradas e uma saída são analógicas. Por esse motivo, utilizamos dois CLPs para o controle de nível do sistema de quatro tanques. O diagrama elétrico dos CLPs no painel está representado na figura A.14.

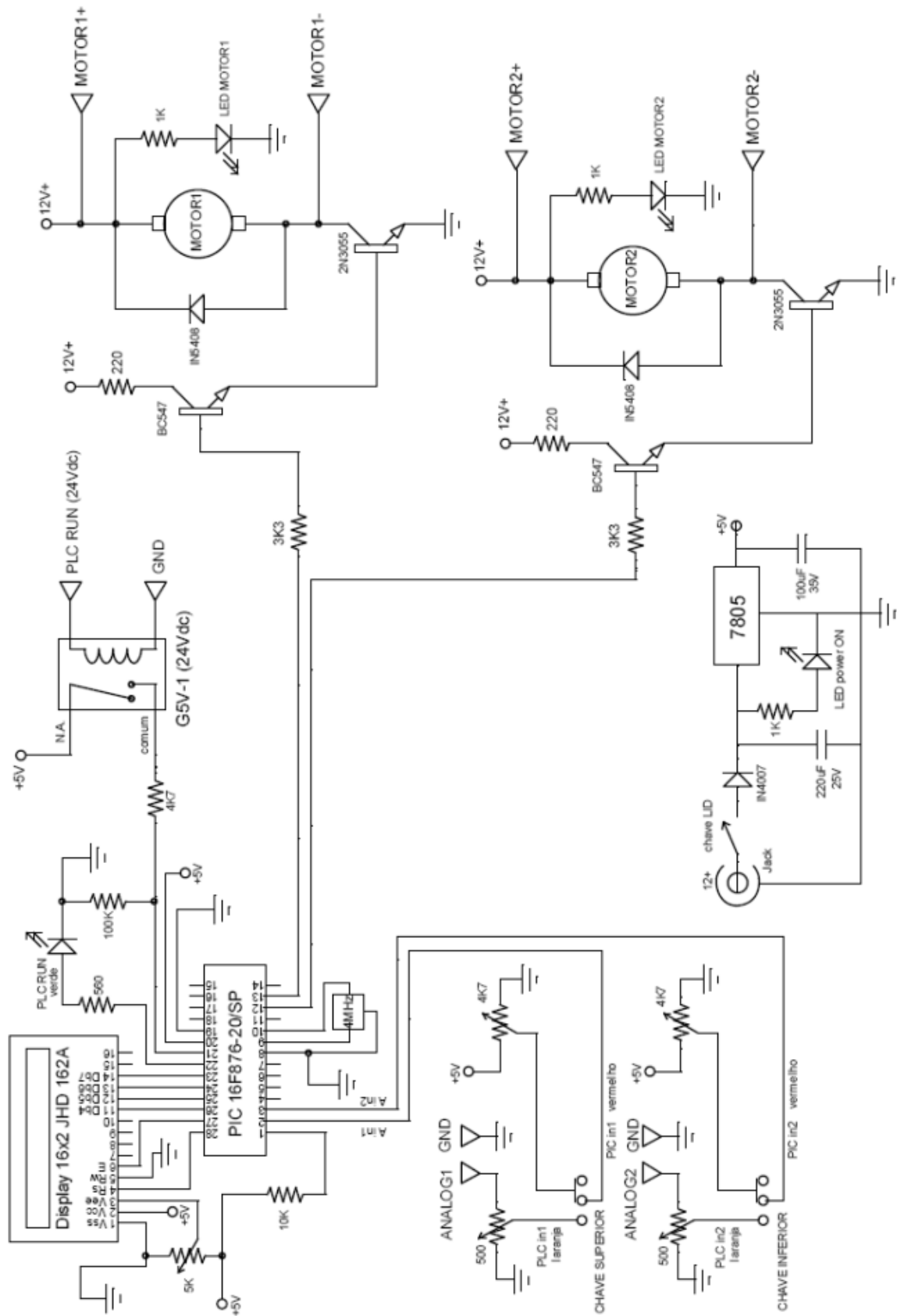


FIGURA A.12: Diagrama do circuito do módulo de potência.

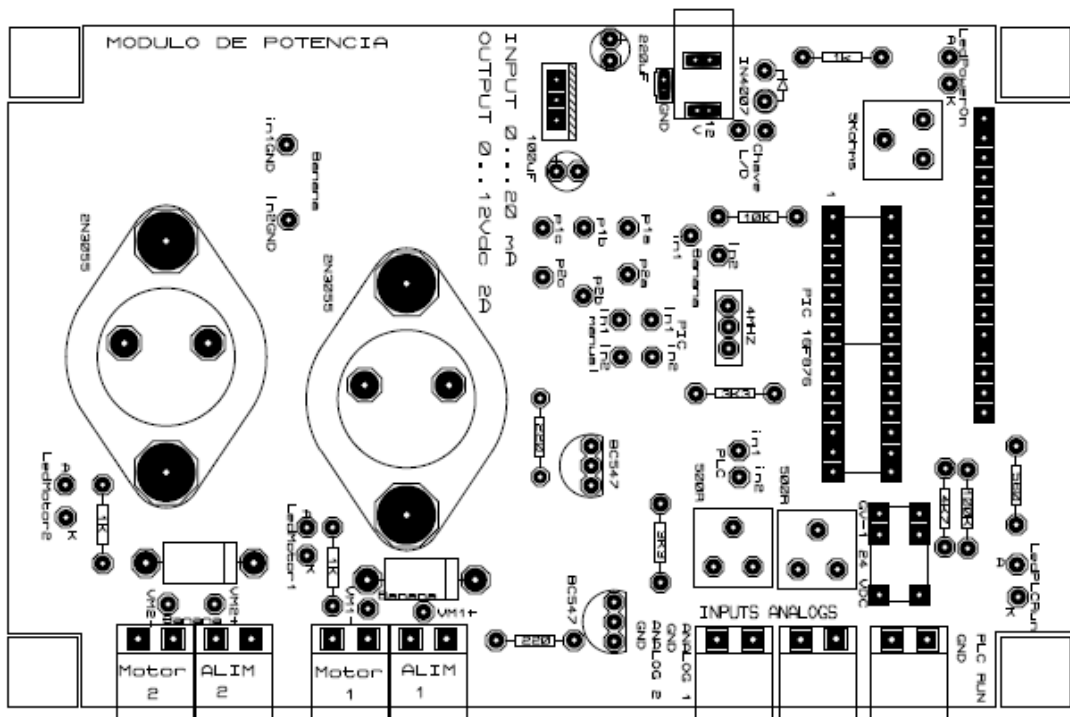
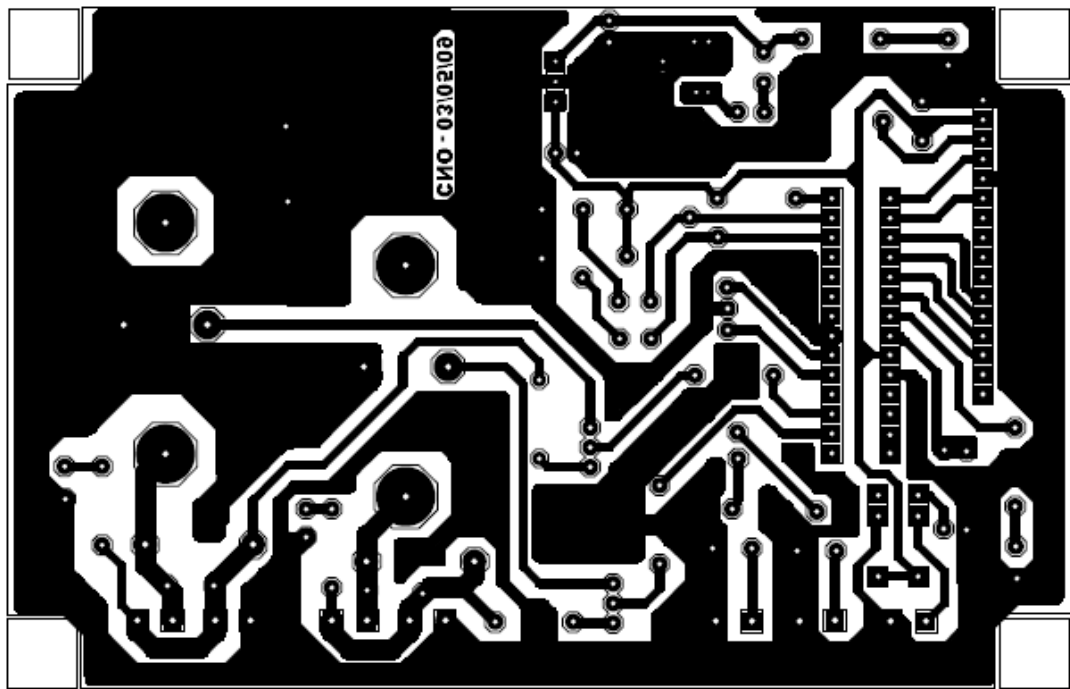


FIGURA A.13: Placa eletrônica do módulo de potência.

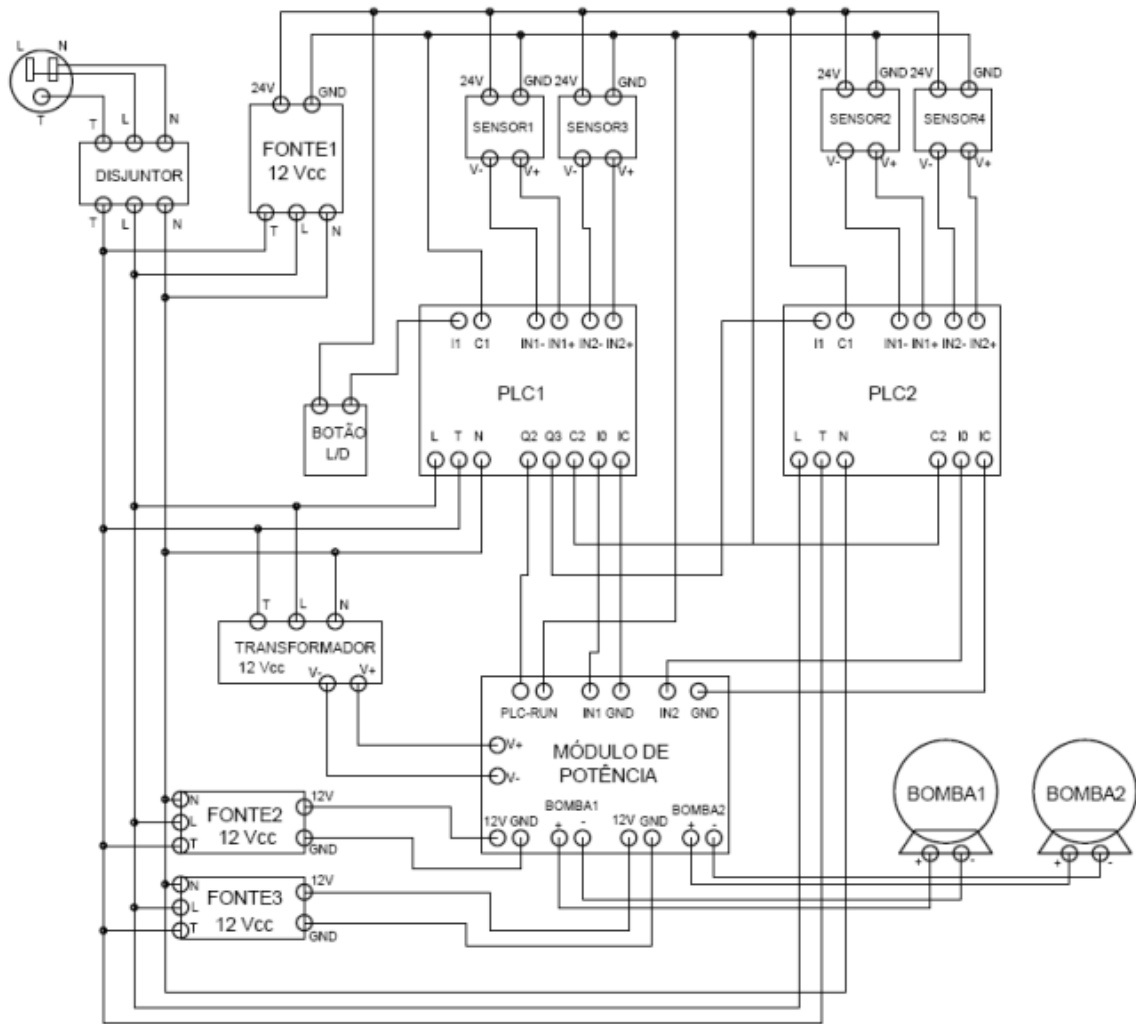


FIGURA A.14: Diagrama elétrico.

A.8 Conversores

Os CLPs possibilitam a comunicação com um supervisor por uma rede RS-485. Assim, para a aquisição dos níveis dos tanques 1 e 3, utilizamos dois conversores para a comunicação do CLP 1 com o computador (PC) supervisor. Um conversor USB para Serial RS-232, ligado ao PC, da *Goldship*, é conectado em série com um conversor RS-232 para RS-485 modelo LR-7520A da *LR*. Os dados, adquiridos pelo PC por essa conexão em série de dois conversores, apresentaram um embaralhamento aleatório, como apresentado na figura 3.7.

Já a aquisição dos níveis amostrados pelo CLP 2 dos tanques 2 e 4 foi realizada com sucesso com o uso de um conversor USB para Serial RS-485 modelo i-7561 da *ICP*

CON. Com este resultado, sugere-se, como aperfeiçoamento do trabalho, a substituição dos conversores utilizados para a comunicação com o CLP 1, por aquele empregado no CLP 2.

Apêndice B

Matlab

Neste apêndice são apresentados os *scripts* e os diagramas de blocos implementados nos simuladores do modelo não linear e linear.

B.1 *Scripts*

O *script* apresentado nesse apêndice está relacionado ao ponto de operação em fase mínima, diferencia-se do *script* para o ponto de operação em fase não-mínima apenas nos valores dos parâmetros γ_1 , γ_2 e das condições iniciais do sistema.

B.1.1 Principal

```
clf
clear all
clc

%Abre o arquivo com as ctes e o modelo
Ctes;

%Tempo de simulação
tfinal = 1750; %segundos

dt = 1; % Intervalo de amostragem para o workspace
```

```

h = 1; % Tempo de amostragem para o controlador

%-- Sinal de referência 1----- TANK 1 e TANK 4
v10_ref = h10/30; % tensão de entrada do modulo 1 inicial [V]
v1_ref = v10_ref*1.05; % tensão de entrada do modulo 1 [V] 4.93 8.39
t1_ref = 250; % Instante do degrau

%-- Sinal de referência 2----- TANK 2 e TANK 3
v20_ref = h20/30; % tensão de entrada do modulo 2 inicial [V]
v2_ref = v20_ref*1.05; % tensão de entrada do modulo 2 [V]
t2_ref = 1000; % Instante do degrau

r_min = 0; % Tensão mínima da saída A do PLC
r_max = 10; % Tensão máxima da saída A do PLC [V]

h_min = 0; % Nível mínimo
h_max = 395; % Nível máximo [mm]

%Niveis iniciais dos tanques
h1i = h10; %Altura h1 inicial
h2i = h20; %Altura h2 inicial
h3i = h30; %Altura h3 inicial
h4i = h40; %Altura h4 inicial

%----- Parâmetros do modulo -----
v_min = 0; % tensão mínima de saída
v_max = 12; % tensão máxima de saída

%----- Parâmetros da bomba -----
q1_min = 0; % Vazão mínima
q1_max = k1*v_max; % Vazão máxima (mm3/s)
q2_min = 0; % Vazão mínima
q2_max = k2*v_max; % Vazão máxima (mm3/s)

```

```

%----- Parâmetros do sensor -----
kc = 1/30; % Ganho do sensor - faixa de 0 a 30 mm
Q1 = 10/(2^11); % Resolução do sensor
Q2 = 10/(2^11); % Resolução do sensor
ymax = 10; % Tensão máxima da saída do sensor de pressão [V]
ymin = 0; % Tensão mínima da saída do sensor de pressão [V]

%----- Parâmetros do controlador 1 ---
K1 = 1; % Ganho proporcional 1
Ti1 = 32; % Tempo de integração 1
Tt1 = Ti1/2; % Tempo Integral do anti-reset windup 1
b1 = 1; % Parâmetro para reduzir o erro proporcional

%----- Parâmetros do controlador 2 ---
K2 = 1; % Ganho proporcional 2
Ti2 = 32; % Tempo Integral ou de Reset 2
Tt2 = Ti2/2; % Tempo Integral do anti-reset windup 2
b2 = 1; % Parâmetro para reduzir o erro proporcional

%----- Simulação -----
sim('controle_L_e_NL_MF',tfinal); %com delta 2
%----- Figura 1 -----

figure(1)

subplot(2,1,1);
plot(t1,u1,'- ',t2,u2,'- ',t1,u1_L+uc10,'- ',t2,u2_L+uc20,'- ');
legend ('Sinal de Controle 1 (NL)', 'Sinal de Controle 2 (NL)',
'Sinal de Controle 1 (L)', 'Sinal de Controle 2 (L)', 'Location', 'Best')
ylabel('Sinal de Controle (V)');

```



```

xlabel('Tempo (s)');
axis([0,tfinal,8.3,8.9]);
grid on;
drawnow;

subplot(2,1,2);
plot(t1,r1/kc,t1,r2/kc,t1,y1/kc,'-',t1,y2/kc,'-',t1,y1l/kc,'-',
,t2,y2l/kc,'-');
legend('Ref. para Tq. 1 (r1)', 'Ref. para Tq. 2 (r2)',
'Nível Tanque 1 (NL)', 'Nível Tanque 2 (NL)', 'Nível Tanque 1 (L)',
'Nível Tanque 2 (L)', 'Location', 'Best')
ylabel('Nível (mm)');
xlabel('Tempo (s)');
axis([0,tfinal,15*10,16.6*10]);
grid on;
drawnow;

shg

```

B.1.2 Constantes

```

clc
clear all
clc

h10 = 15.67*10; %Altura h1 inicial [mm]
h20 = 15.25*10; %Altura h2 inicial
h30 = 4.04*10; %Altura h3 inicial
h40 = 4.39*10; %Altura h4 inicial

%----- Parâmetros do modulo -----
uc10 = 8.39; %entrada 2 do modulo

```

```

uc20 = 8.58; %entrada 2 do modulo
kmod = 1.2; %ganho do modulo

vartheta10 = kmod*uc10; %tensao na bomba 2
vartheta20 = kmod*uc20; %tensao na bomba 2

%----- Parâmetros universais -----
g = 978.79*10; % Valor da aceleração da gravidade [mm/s^2]

%----- Parâmetros do tanque -----
A3 = 10.8*10.8*10^2; % Área do tanque 3 [mm^2]
A1 = A3; % Área do tanque 1 [mm^2]
A4 = A3; % Área do tanque 4 [mm^2]
rd1 = 0.345*10; % raio do dreno 1 [mm]
rd2 = rd1; % raio do dreno 2 [mm]
rd3 = 0.23*10; % raio do dreno 3 [mm]
rd4 = rd3; % raio do dreno 4 [mm]
kl1 = 0.68; % cte de perda de carga pelo dreno para o tq 1
kl2 = 0.675; % cte de perda de carga pelo dreno para o tq 2
kl3 = 0.73; % cte de perda de carga pelo dreno para o tq 3
kl4 = 0.73; % cte de perda de carga pelo dreno para o tq 4
a1 = kl1*pi*(rd1^2); % Área do orificio de saida do tanque 2 [mm^2]
a2 = kl2*pi*(rd2^2); % Área do orificio de saida do tanque 4 [mm^2]
a3 = kl3*pi*(rd3^2); % Área do orificio de saida do tanque 3 [mm^2]
a4 = kl4*pi*(rd4^2); % Área do orificio de saida do tanque 1 [mm^2]

%----Tanque 2----Trapezoidal----Parametros Para Calculo de A2
b = 7.8*10; %comprimento interno da lateral do tanque trapezoidal [mm]
c = 7.6*10; %comprimento interno da base menor do trapezio retangulo
theta = 23.5; %angulo entre a lateral e projecao do nivel

%----- Parâmetros da valvula Y1 e Y2 -----

```

```

gamma1 = 0.75; % Parcela do fluxo da bomba 1 para o tq 1
gamma2 = 0.75; % Parcela do fluxo da bomba 2 para o tq 2

%----- Parâmetros da bomba -----
k1 = 4.47*10^3; % Ganho da bomba 1 + ganho do mod
k2 = 4.19*10^3; % Ganho da bomba 2 + ganho do mod

%-----Parametro do sensor-----
kc = 1/30; % Ganho do sensor - faixa de 0 a 300 mm

A20 = b*(c+tand(theta)*h20);

Delta2 = -(b*tand(theta)/(A20)^2)*(a2*sqrt(2*g*h20)-a4*sqrt(2*g*h40)
-gamma2*k2*vartheta20)

T1 = (A1/a1)*sqrt((2*h10)/g)
T2inv = (a2/A20)*sqrt(g/(2*h20))+Delta2;
T2 = 1/T2inv
T3 = (A3/a3)*sqrt((2*h30)/g)
T4 = (A4/a4)*sqrt((2*h40)/g)

n11 = gamma1*((T1*kc*k1)/A1)
n12 = (1-gamma2)*((T1*kc*k2)/A1)
n21 = (1-gamma1)*((T2*kc*k1)/A20)
n22 = gamma2*((T2*kc*k2)/A20)

```

B.2 Diagrama de blocos

B.2.1 Modelo linear e não linear

As figuras B.1 e B.2 representam os subsistemas do diagrama de blocos do simulador do modelo linear (figura 3.6) e não linear (figura 3.3).

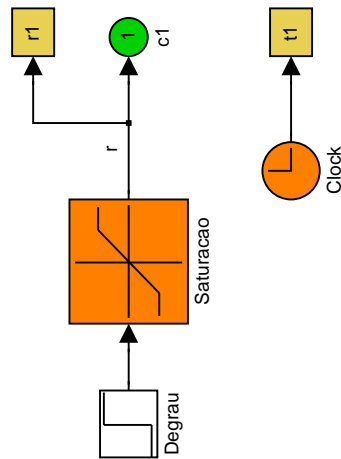


FIGURA B.1: Diagrama de blocos do gerador de sinal de referência 1.

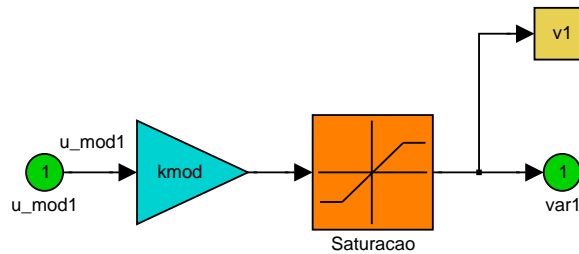


FIGURA B.2: Diagrama de blocos do ganho do módulo de potência 1.

B.2.2 Modelo não linear

As figuras B.3 a B.9 representam os subsistemas do diagrama de blocos do simulador do modelo não linear.

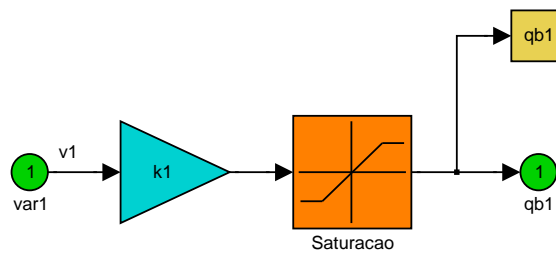


FIGURA B.3: Diagrama de blocos do modelo da bomba 1.

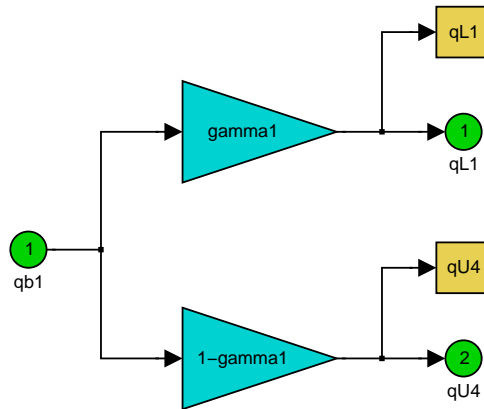


FIGURA B.4: Diagrama de blocos do modelo do estrangulamento do fluxo 1.

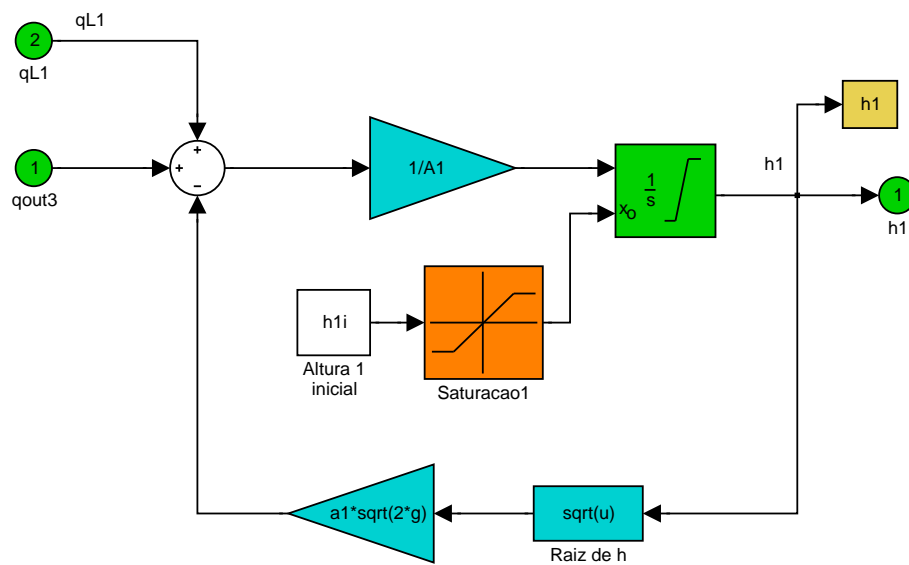


FIGURA B.5: Diagrama de blocos do modelo do tanque 1.

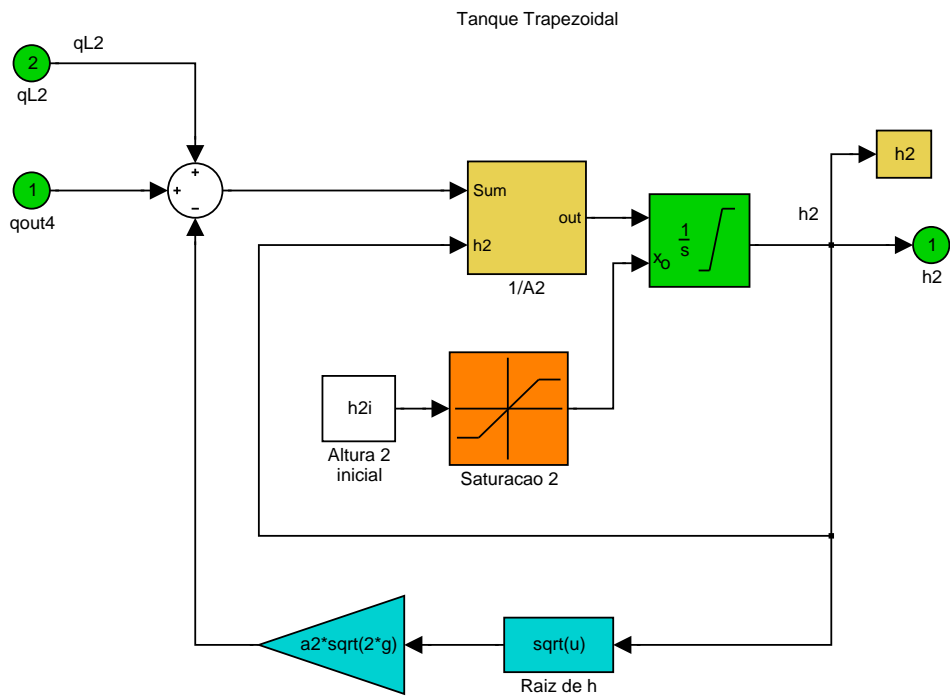


FIGURA B.6: Diagrama de blocos do modelo do tanque 2.

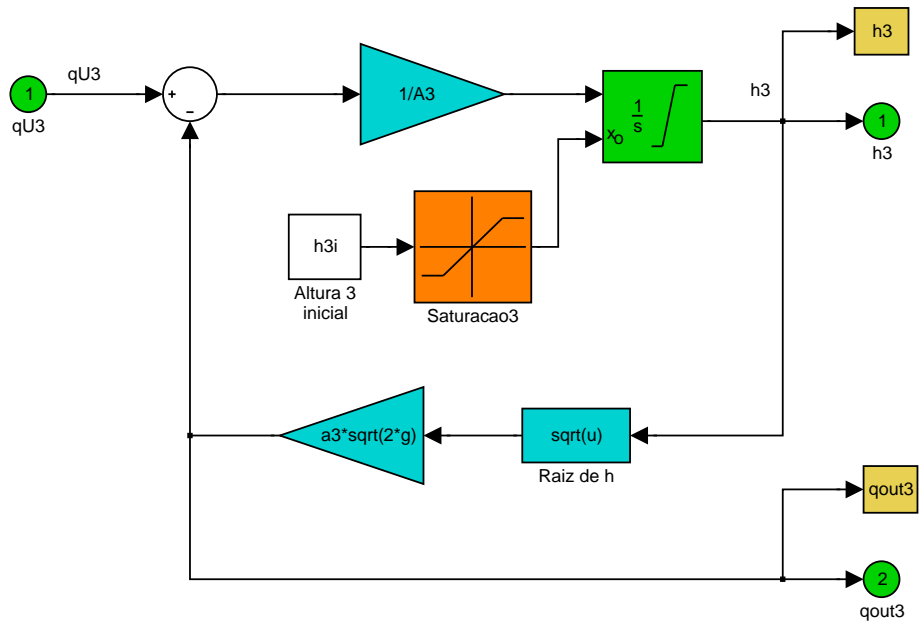


FIGURA B.7: Diagrama de blocos do modelo do tanque 3.

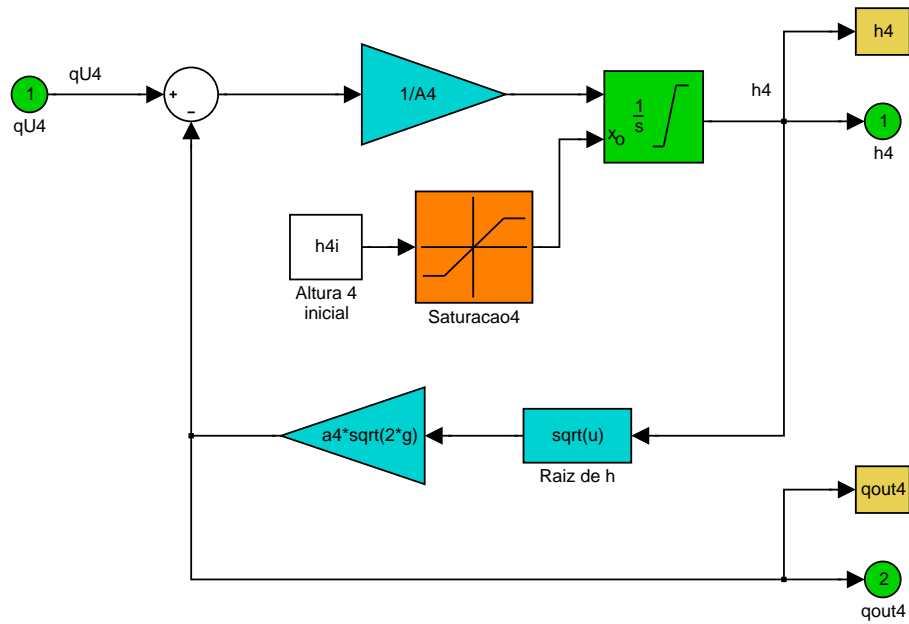


FIGURA B.8: Diagrama de blocos do modelo do tanque 4.

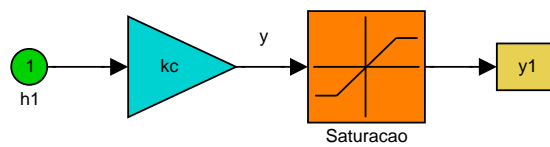


FIGURA B.9: Diagrama de blocos do modelo do sensor 1.

Referências Bibliográficas

- Aguirre, L. A. (2007), *Introdução à Identificação de Sistemas*, 3 edn, Editora UFMG: Belo Horizonte.
- Arruda, L. V. R., Swiech, M. C. S., Neves, F. & Delgado, M. R. (2008), ‘Um método evolucionário para sintonia de controladores *PI/PID* em processos multivariáveis’, *Revista SBA: Controle e Automação* .
- Aström, K. J. & Hägglund, T. (1995), *PID Controllers: Theory, Design, and Tuning*, 2 edn, Research Triangle Park: Instrument Society of America.
- Aström, K. J. & Hägglund, T. (2001), ‘*The future of PID control*’, *Control Engineering Practice* **9**(11), 1163–1175.
- Ayadi, B. & Benhadj, B. (2005), ‘*MIMO PID controllers synthesis using orthogonal functions*’, *IFAC World Congress* **16**(1).
- Brisk, M. L. (1993), ‘*Process control: Theories and profits*’, *IFAC World Congress* **7**(12), 241–250.
- Bristol, E. (1966), ‘*On a new measure of interaction for multivariable process control*’, *IEEE Trans. Aut. Contr.* **11**(1), 133–134.
- Davison, E. (1978), ‘*Decentralized robust control of unknown systems using tuning regulators*’, *IEEE Trans. Aut. Contr.* **23**(2), 276–289.
- Çengel, Y. A. & Cimbala, J. M. (2007), *Mecânica dos Fluidos - Fundamentos e Aplicações*, 1 edn, McGraw-Hill: São Paulo.
- Fox, R. W. & McDonald, A. T. (1988), *Introdução à Mecânica dos Fluidos*, 3 edn, Editora Guanabara S. A.: Rio de Janeiro.

- García, G. W. & Camacho, E. F. (2002), ‘*Application of multivariable GPC to a four tank process with unstable transmission zeros*’, *Proc. IEEE Conf. on Contr. Applications* **2**(1), 645–650.
- Gatzke, E. P., Meadows, E. S., Wang, C. & Doyle III, F. J. (2000), ‘*Model based control of a four-tank system*’, *Computers and Chemical Engineering* **24**(2), 1503–1509.
- Giles, R. V. (1975), *Mecânica dos Fluidos e Hidráulica*, 1 edn, McGraw-Hill: São Paulo.
- Goodwin, G. C., Graebe, S. F. & Salgado, M. E. (2001), *Control System Design*, 1 edn, Prentice Hall: New Jersey.
- Halaing, Y., Chiu, M. & Lakshminarayanan, S. (2007), ‘*Modelling and control of multivariable process using generalized Hammerstein model*’, *Industrial and Engineering Chemistry Research* **85**(A4), 445–454.
- Hsu, L., Chan, M. & Bhaya, A. (1988), ‘*Automated synthesis of decentralized tuning regulators for systems with measurable DC gain*’, *IEEE Conference on Decision and Control* **3**(27), 1952–1957.
- Huusom, J. K., Santacoloma, P. A., Poulsen, N. K. & Jørgensen, S. B. (2007), ‘*Data Driven Tuning of Inventory Controllers*’, *IEEE Conference on Decision and Control* pp. 4191–4196.
- Johansson, K. H. (1997), *Relay feedback and multivariable control*, PhD thesis, Lund Institute of Technology, Lund, Sweden.
- Johansson, K. H. (2000), ‘*The Quadruple-Tank Process: A Multivariable Laboratory Process with an Adjustable Zero*’, *IEEE Trans. on Control Systems Technology* **8**(3), 456–465.
- Johansson, K. H., James, B., Bryant, G. F. & Aström, K. J. (1998), ‘*Multivariable Controller Tuning*’, *Proc. American Contr. Conf.* **6**, 3514–3518.
- Libii, J. N. (2003), ‘*Mechanics of slow draining of a large tank under gravity*’, *American Association of Physics Teachers* **71**(11), 1204–1207.

- Libii, J. N. & Faseyitan, S. O. (1997), ‘*Data acquisition systems in the fluid mechanics laboratory: Draining of a tank*’, *ASEE Annual Conference Proceedings* **1426**.
- Luyben, W. (1986), ‘*A simple method for tuning SISO controllers in a multivariable system*’, *Industrial and Engineering Chemistry Research* **25**, 654–660.
- Luyben, W. (1990), *Process Modeling, Simulation and Control for Chemical Engineers*, 2 edn, McGraw Hill: New York.
- Mercangöz, M. & Doyle, F. J. (2007), ‘*Distributed model predictive control of an experimental four-tank system*’, *Journal of Process Control* **17**(3), 297–308.
- Morari, M. & Zafiriou, E. (1989), *Robust Process Control*, Prentice-Hall: New Jersey.
- Raff, T., Huber, S., Nagy, Z. K. & Allgöwer, F. (2006), ‘*Nonlinear Model Predictive Control of a Four Tank System: An Experimental Stability Study*’, *Proc. IEEE Conf. on Contr. Applications* pp. 237–242.
- Rusli, E., Ang, S. & Braatz, R. D. (2004), ‘*A quadruple tank process control experiment*’, *Chemical Engineering Education* .
- Stephanopoulos, G. (1984), *Chemical Process Control: an Introduction to Theory and Practice*, Prentice-Hall: Englewood Cliffs, N.J.
- Toh, W. & Rangaiah, G. (2002), ‘*A methodology for autotuning of multivariable systems*’, *Industrial and Engineering Chemistry Research* (18), 4605–4615.
- Trierweiler, J. (2002), ‘*Application of the RPN methodology for quantification of the operability of the quadruple-tank process*’, *Brazilian Journal of Chemical Engineering* **19**(02), 195–206.
- Vadigepalli, R., Gatzke, E. P. & Doyle, F. J. (2001), ‘*Robust Control of a Multivariable Experimental Four-Tank System*’, *Industrial and Engineering Chemistry Research* **40**(8), 1916–1927.
- Wang, Q., Zou, B., Lee, T. H. & Bi, Q. (1997), ‘*Auto-tuning of multivariable PID controllers from decentralized relay feedback*’, *Automatica* **3**(3), 319–330.

Yusof, R. & Omatu, S. (1993), '*A multivariable self-tuning PID controller*', *Int. J. Contr.* **57**, 1387–14036.