

## 2ª Lista de Exercícios – Robótica Industrial (Controle e Automação)

Turmas EA7P30, EA8P30, EA9P30 e EA0P30

### Questão 1

Provar que a matriz de rotação básica  $\mathbf{R}_{z,\theta}$  possui as seguintes propriedades:

$$(a) \quad \mathbf{R}_{z,0} = \mathbf{I} \quad (b) \quad \mathbf{R}_{z,\theta} \mathbf{R}_{z,\phi} = \mathbf{R}_{z,(\theta+\phi)} \quad (c) \quad (\mathbf{R}_{z,\theta})^{-1} = \mathbf{R}_{z,-\theta}$$

### Questão 2

Supondo que sejam dados três sistemas de coordenadas  $O_1x_1y_1z_1$ ,  $O_2x_2y_2z_2$  e  $O_3x_3y_3z_3$  e supondo que

$$\mathbf{R}_{12} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad \text{e que} \quad \mathbf{R}_{13} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

achar  $\mathbf{R}_{23}$ . Supor eixos correntes.

### Questão 3

Um ponto P no espaço 3D tem coordenadas (1, 1, 0) em relação ao sistema fixo  $Ox_0y_0z_0$ . Achar as suas coordenadas em relação ao sistema móvel  $Ox_1y_1z_1$ , de mesma origem e girado de  $\pi/2$ , em relação ao eixo  $y_0$ .

### Questão 4

Se o sistema de coordenadas  $O_1x_1y_1z_1$  é obtido a partir do sistema de coordenadas fixo  $O_0x_0y_0z_0$  por uma rotação de  $\pi/2$  em torno do eixo  $x_0$ , seguida de uma rotação de  $\pi/2$  em torno do eixo  $y_0$ , achar a matriz de rotação que representa a composição de rotações. (rotações com respeito a frame fixo)

### Questão 5

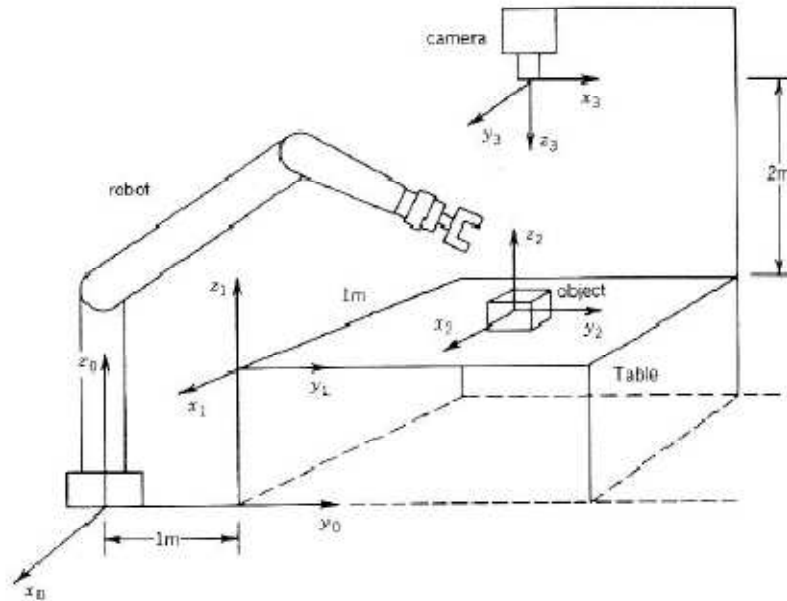
Se o sistema de coordenadas  $O_1 = [\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1]$  é obtido ao rotacionar o sistema  $O_0 = [\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0]$ :  $\pi/2$  ao redor de  $\vec{z}_1$ , e  $\pi/2$  ao redor de  $\vec{x}_1$ . Calcular a matriz de rotação que descreve a orientação do sistema  $O_1$  em relação ao sistema base  $O_0$ . Note que estas rotações ocorrem no sistema de coordenadas corrente. Desenhar ambos sistemas de coordenadas.

### Questão 6

Considere o sistema de coordenadas Inercial  $\vec{E}_I = [\vec{x}_I, \vec{y}_I, \vec{z}_I]$ . Calcule a transformação homogênea que representa uma translação de 3 unidades no eixo  $\vec{x}_I$ , uma rotação de  $\pi/2$  ao redor de  $\vec{z}_b$ , seguida de uma translação de 1 ao longo de  $\vec{y}_I$ . Desenhe os sistemas de coordenadas. Qual é a coordenada da origem dos sistemas de coordenadas do corpo  $\vec{E}_b = [\vec{x}_b, \vec{y}_b, \vec{z}_b]$  com respeito ao sistema inercial.

### Questão 7

Considere o seguinte sistema:



A mesa tem 1m de altura e  $1m^2$  de superfície. O objeto é um cubo de 20cm de lado e esta no centro da mesa. A câmera esta posicionada diretamente acima do cubo.

Calcule as transformações homogêneas relacionando cada um dos três sistemas de coordenadas com  $\bar{E}_0 = [\vec{x}_0 \ \vec{y}_0 \ \vec{z}_0]$ .

Calcule as transformações homogêneas relacionando o sistema  $\bar{E}_2 = [\vec{x}_2 \ \vec{y}_2 \ \vec{z}_2]$  com  $\bar{E}_3 = [\vec{x}_3 \ \vec{y}_3 \ \vec{z}_3]$ .