



Aula 1: Os Números Naturais.

O presente roteiro tem como objetivo apresentar aos estudantes o conjunto dos *números naturais* (tradicionalmente denotado por \mathbb{N}) indo de uma abordagem intuitiva até uma abordagem matematicamente rigorosa. A ordem das tarefas foi escolhida de modo a conduzir o estudante compreender melhor esse fascinante conjunto.

O Roteiro:

- 1º - Ler seções 1.1 a 1.4 da apostila *Iniciação à Aritmética*.¹
- 2º - Assistir o vídeo *Números Naturais I*² da coleção *Matemática Discreta/PROFMAT*.³
- 3º - Assistir o vídeo *Números Naturais II*⁴ da coleção *Matemática Discreta/PROFMAT*.
- 4º - Assistir o vídeo *Números Naturais III*⁵ da coleção *Matemática Discreta/PROFMAT*.
- 5º - Assistir o vídeo *Números Cardinais I*⁶ da coleção *Matemática Discreta/PROFMAT*.
- 6º - Assistir o vídeo *Números Cardinais II*⁷ da coleção *Matemática Discreta/PROFMAT*.
- 7º - [**Curiosidade.**] Assistir o vídeo *Números Cardinais III*⁸ da coleção *Matemática Discreta/PROFMAT*.

Todo material auxiliar está disponível em *Arquivos Auxiliares*.

Sugestão de Exercícios:

¹<http://www.obmep.org.br/docs/apostila1.pdf> - Acessado em 11/03/2017.

²<https://youtu.be/8vZ0Lizten4> - Acessado em 11/03/2017.

³Todos os vídeos da coleção *Matemática Discreta/PROFMAT* encontra-se disponíveis para download em <http://www.profmatt-sbm.org.br/ma12/>.

⁴<https://youtu.be/HL0Y3D8J22Q> - Acessado em 11/03/2017.

⁵<https://youtu.be/NcbxIHgZn7A> - Acessado em 11/03/2017.

⁶<https://youtu.be/pS13hWoSjh8> - Acessado em 11/03/2017.

⁷<https://youtu.be/dzN4KtC4kkU> - Acessado em 11/03/2017.

⁸<https://youtu.be/unBCBNKHtFQ> - Acessado em 11/03/2017.

Exercício 1. [H, Problema 1.1] Determine os elementos dos seguintes intervalos: $(2, 3)$, $(2, 3]$, $[2, 3)$, $[2, 3]$, $(3, 7)$, $(3, 7]$, $[3, 7)$ e $[3, 7]$.

Exercício 2. [H, Problema 1.2] Determine o menor elemento de cada um dos seguintes conjuntos: $[2, 8]$, $(2, 8]$, $(3, 5)$, $(3, 4)$, $[3, 7] \cap [2, 5]$, $[3, 7] \cup [2, 5]$.

Exercício 3. [H, Problema 1.3] Utilizando as propriedades comutativa e associativa da adição, mostre que os 12 modos de somar três números a , b e c :

$$(a + b) + c, a + (b + c), (a + c) + b, a + (c + b), (b + a) + c, b + (a + c), \\ (b + c) + a, b + (c + a), c + (b + a), (c + a) + b, c + (a + b), (c + b) + a,$$

dão o mesmo resultado.

Exercício 4. [H, Problema 1.4] Mostre que dados três números naturais a , b e c , quaisquer, se $a + c = b + c$, então $a = b$.

Exercício 5. [H, Problema 1.5] Usando a propriedade de compatibilidade da adição com a ordem e a transitividade da ordem, mostre que:

$$\text{Se } a < b \text{ e } c < d, \text{ então } a + c < b + d.$$

Exercício 6. [H, Problema 1.7] Mostre que se $c \leq a < b$, então $a - c < b - c$.

Exercício 7. [H, Problema 1.8] Quantos números naturais existem maiores ou iguais a 37 e menores ou iguais a 72?

Exercício 8. [H, Problema 1.9] Quantos números naturais existem em cada um dos intervalos $(32, 75]$, $[32, 75)$ e $(32, 75)$?

Exercício 9. [H, Problema 1.10] Se $a < b$, quantos números naturais existem nos intervalos $(a, b]$, $[a, b)$ e (a, b) ?

Exercício 10. Se $m < n$ então, para qualquer $p \in \mathbb{N}$, tem-se $m + p < n + p$ e $mp < np$.

Exercício 11. Mostre que o conjunto dos naturais é infinito.

Exercício 12. Mostre que \mathbb{N} e o conjunto dos números racionais \mathbb{Q} têm mesma cardinalidade.

Exercício 13. [MC, 1.3] Diga onde está o erro da seguinte demonstração da afirmativa

$$1 + 2 + 4 + 8 + \dots + 2^n = 2^{n+1}.$$

Demonstração da Afirmação 1. A propriedade é trivialmente válida para $n = 1$. Suponhamos que seja válida para n , ou seja $1 + 2 + 4 + 8 + \dots + 2^n = 2^{n+1}$. Então $1 + 2 + 4 + 8 + \dots + 2^n + 2^{n+1} = 2^{n+1} + 2^{n+1} = 2 \cdot 2^{n+1} = 2^{n+2}$. Portanto, a propriedade também é válida para $n + 1$. Logo, pelo Princípio da Indução Finita, $1 + 2 + 4 + 8 + \dots + 2^n = 2^{n+1}$ para todo $n \in \mathbb{N}$.

Tarefa: Resolver e entregar as questões 4, 11 e 13 na secretaria do DEMAT até **19/03 às 19h**.

A tarefa deve ser entregue em folha(s) A4 (Caso mais que uma, numeradas, identificadas e não grampeadas).

Referências Bibliográficas

- [H] HEFEZ, Abramo. **Iniciação à Aritmética**. Rio de Janeiro: Impa, 2015. 127 p. (PIC-OBMEP). Disponível em: <<http://www.obmep.org.br/docs/apostila1.pdf>>. Acesso em: 11 mar. 2018.
- [MC] MORGADO, Augusto César; CARVALHO, Paulo Cezar Pinto. **Matemática Discreta**. Rio de Janeiro: SBM, 2014. 204 p. (Coleção PROFMAT).