

Geometria Analítica e Álgebra Linear – GAAL
RETAS E PLANOS – Lista de Exercícios 2

Questão 1: Se V é o vetor que satisfaz as condições:

- (a) V é ortogonal aos vetores $(1, 0, 2)$ e $(-2, 1, 0)$;
- (b) $\|V\| = \sqrt{21}$;
- (c) o ângulo entre V e o vetor $(0, 1, 2)$ é menor que 90° ;

encontre o ponto final do representante de V que tem ponto inicial em $(9, 0, -2)$.

Questão 2: Considere os seguintes vetores de \mathbb{R}^3 : $U = (1, 0, -1)$ e $V = (0, 1, 0)$.

- (a) Determine a forma geral de um vetor perpendicular a U . Explique porque sua resposta contém duas variáveis livres.
- (b) Determine (caso existam) as equações das retas que passam pelo ponto $(1, 2, 3)$, são perpendiculares ao vetor U e fazem ângulo de $\frac{\pi}{3}$ com o vetor V .

Questão 3:

- (a) Encontre a equação da reta r que passa pelos pontos $A = (3, 5, 3)$ e $B = (1, 1, 1)$.
- (b) Considere s a reta $(x, y, z) = (1, 2, 3) + t(1, 2, 1)$. Verifique se as retas r e s são paralelas, reversas ou concorrentes.
- (c) Ache, se possível, uma equação geral do plano que contém as retas r e s .
- (d) Calcule a distância entre as retas r e s .

Questão 4: Seja π o plano que contém as retas

$$r_1 : \begin{cases} x = 2t \\ y = t \\ z = 2 - t \end{cases} \text{ onde } t \in \mathbb{R} \quad \text{e} \quad r_2 : \begin{cases} z = 2 \\ x = y \end{cases}$$

- (a) Determine a equação de π .
- (b) Escreva o vetor $\vec{V} = 2\vec{i} + 1\vec{j} + 2\vec{k}$ como a soma de 2 vetores \vec{U}_1 e \vec{U}_2 , sendo \vec{U}_1 paralelo a π e \vec{U}_2 ortogonal a π .

Questão 5: Considere as retas r e s de respectivas equações

$$r : \frac{x-2}{2} = y = z+1 \quad s : x = y+1 = z-2$$

- (a) Verifique se as retas r e s são paralelas, concorrentes ou reversas.
- (b) Determine a equação da reta t perpendicular e concorrente com as retas r e s .
- (c) Calcule o ângulo e a distância entre as retas r e s .

Questão 6: Considere o ponto $A = (3, 4, -2)$ e a reta $r : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = 4 + 2t \end{cases}$ onde $t \in \mathbb{R}$.

- (a) Escreva a equação do plano π perpendicular a r que passa por A .
(b) Determine a reta que passa por A e é perpendicular a r .

Questão 7: Considere a reta r e o plano π de respectivas equações

$$\frac{x}{2} = \frac{1-y}{4} = z-3 \quad \text{e} \quad x+y+2z = 1.$$

Determine a equação paramétrica da reta s que é igual a projeção ortogonal da reta r sobre o plano π .

Questão 8: Considere a reta r de equação

$$\frac{x-1}{2} = y-2 = \frac{z-2}{3}$$

e considere o plano π de equação $2x + y + z = -2$. Determine a equação do plano α que contém a reta r e é perpendicular ao plano π .

Questão 9: Considere as retas r e s dadas pelas equações:

$$r : x = \frac{y}{2} = z \quad s : \begin{cases} x = -4 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = t \end{cases} \quad \text{onde } t \in \mathbb{R}$$

Determine a equação da reta paralela a r e a s , contida no mesmo plano de r e s e que seja equidistante de r e de s .

Questão 10: Considere a reta r e o plano π de respectivas equações

$$\frac{x-2}{2} = y-2 = \frac{z-3}{3} \quad \text{e} \quad x+y+z = 1.$$

Encontre uma equação paramétrica para a reta que é a projeção ortogonal de r sobre π .

Questão 11: Considere a reta

$$r : \begin{cases} x = 1 \\ y = -z \end{cases}$$

e o ponto $A = (1, 1, 1)$. Determine a equação do plano π que é paralelo a reta r , passa por A e é tal que a sua reta normal pelo ponto A seja perpendicular e concorrente com a reta r .

RESPOSTAS

Questão 1: $(11, 4, -3)$

Questão 2: (a) (a, b, a) . (b) $\begin{cases} x = 1 + \sqrt{3} \\ y = 2 + \sqrt{2}t \\ z = 3 + \sqrt{3}t \end{cases}$ e $\begin{cases} x = 1 + \sqrt{3}t \\ y = 2 - \sqrt{2}t \\ z = 3 + \sqrt{3}t \end{cases}$.

Questão 3: (a) $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 + 4t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$. (b) Paralelas. (c) $3x - 2y + z = 2$. (d) $\sqrt{\frac{7}{3}}$.

Questão 4: (a) $x - y + z = 2$. (b) $\vec{U}_1 = (1, 2, 1)$ e $\vec{U}_2 = (1, -1, 1)$.

Questão 5: (a) Reversas. (b) $\begin{cases} x = -4 \\ y = -5 - t \\ z = -2 + t \end{cases}$. (c) Ângulo $(r, s) = \arccos \frac{4}{\sqrt{18}}$; $\text{distr}, s) = \sqrt{8}$.

Questão 6: (a) $x - y + 2z = -5$. (b) $\begin{cases} x = 3 - 4t \\ y = 4 \\ z = -2 + 2t \end{cases}$.

Questão 7: $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -4t \\ z = 1 + t \end{cases}$.

Questão 8: $-x + 2y = 3$.

Questão 9: $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = t \end{cases}$

Questão 10: $\begin{cases} x = 0 \\ y = 1 - t \\ z = t \end{cases}$

Questão 11: $y + z = 2$