2ª Lista-MTM125: Prof. Paulo Magalhães:

Ex.1: Obtenha a Solução Geral

1. $(1+t^2)\dfrac{dy}{dt}=1+y^2$ (sugestão: $tg(x+y)=\dfrac{tgx+tgy}{1-tgxtgy}$) 2. $\dfrac{dy}{dx}=e^{x+y+1}$

3. $y'=(\cos^2 x)(\cos^2 2y)$ 4. $y'=\dfrac{x-e^{-x}}{1+y^2}$ 5. $y'+y^2 senx=0$.

Ex.2: Resolva os **P**roblemas de **V**alores **I**niciais

1. $\begin{cases} 2y\dfrac{dy}{dt}+t^2(1+y^2)=0 \\ y(0)=1 \end{cases}$ 2. $\begin{cases} (1+t^2)^{1/2}y'=ty^3(1+t^2)^{-1/2} \\ y(0)=1 \end{cases}$

3. $\begin{cases} \dfrac{dr}{d\theta}=\dfrac{r^2}{\theta} \\ r(1)=2 \end{cases}$ 4. $\begin{cases} y^2(1-x^2)^{1/2}\dfrac{dy}{dx}=arcsenx \\ y(0)=1 \end{cases}$

Ex.3: Uma subfamília importante das EDO's separadas é dada pelas EDO's **Homogêneas**:

$$y'=f\left(\frac{y}{x}\right)$$

1. Prove que a mudança $v=y/x$ reduz a EDO acima a seguinte EDO separada

$$\frac{dv}{dx}=\frac{f(v)-v}{x}$$

2. Resolva as EDOs

i. $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{2xy+y^2}{x^2}$ ii. $e^{t/y}(y-t)\dfrac{dy}{dt}+y(1+e^{t/y})=0$ iii. $(t-\sqrt{ty})\dfrac{dy}{dt}=y$

iv. $2xy\dfrac{dy}{dx}=3y^2-x^2$ v. $\dfrac{dy}{dt}=\dfrac{t+y}{t-y}$ sugestão: $\displaystyle\int\frac{v-1}{ve^{-1/v}+v^2}dv=\ln(1+ve^{1/v})$

Ex.4: ***Equações de Riccati***. São EDOs da forma

$$\frac{dy}{dx}=q_1(x)+q_2(x)y+q_3(x)y^2$$

Se uma solução particular y_p é conhecida então pode-se obter uma família de soluções associadas a y_p através da mudança de variável dependente

$$y = y_1 + \frac{1}{v}$$

1. Mostre que $v(x)$ satisfaz a EDO linear de 1ª ordem

$$\frac{dv}{dx} = -[q_2(x) + 2q_3(x)y_p(x)]v - q_3(x)$$

2. Usando esse método devido a Euler,obtenha a família de soluções associadas a solução y_p dada

i. $y' = 1 + t^2 - 2ty + y^2 \quad , y_p(t) = t$ ii. $y' = \dfrac{2\cos^2 x - sen^2 x + y^2}{2\cos x} \quad , y_p(x) = senx$

Ex.5: A propagação de uma única ação em uma população grande (por ex., motoristas acendendo os faróis quando o sol se põe, ou indução de votos para um candidato em uma campanha política) muitas vezes depende parcialmente de circunstâncias externas (o escurecimento, ou estratégias de propaganda política) e parcialmente de uma tendência natural de imitar outros que já fizeram a ação em questão. Neste caso, a proporção de pessoas $y(t)$ que já realizaram a ação pode ser descrita (veja Anotol Rapoport;"Contribution to the Mathematical Theory of Mass Behavior: the propagation of single acts", **Bulletin of Mathematical Biophysics** 14,(1952), pg. 159-69) pela EDO

$$\frac{dy}{dt} = [x(t) + by](1 - y)$$

onde $x(t)$ descreve o estímulo externo e b é o coeficiente de indução.

1. Encontre uma solução particular e obtenha a família de soluções associada a ela.
2. Resolva no caso em que $x(t) = at$, deixe a solução na forma integral.

------------- I ------------