3ª Lista: MTM125: Prof. Paulo Magalhães:

1. Obtenha a solução geral:

(i) $2tseny + y^3e^t + (t^2\cos y + 3y^2e^t)\dfrac{dy}{dt} = 0$.

(ii) $1 + (1+ty)e^{ty} + (1+t^2e^{ty})y' = 0$.

(iii) $y\sec^2 t + \sec t\,\mathrm{tg}\,t + (2y + \mathrm{tg}\,t)y' = 0$.

2. Resolva os seguintes Problemas a Valores Iniciais:

(i) $\begin{cases} 2ty^3 + 3t^2y^2\dfrac{dy}{dt} = 0 \\ y(1) = 1 \end{cases}$ (ii) $\begin{cases} 3ty + y^2 + (t^2 + ty)y' = 0 \\ y(2) = 0 \end{cases}$

(iii) $\begin{cases} ye^{ty}\cos 2t - 2e^{ty}\,\mathrm{sen}\,2t + 2t + (te^{ty}\cos 2t - 3)\dfrac{dy}{dt} = 0 \\ y(0) = 0 \end{cases}$

(iv) $\begin{cases} y\cos x + 2xe^y + (\mathrm{sen}\,x + x^2e^y - 1)y' = 0 \\ y(0) = 1 \end{cases}$

3. Determine a constante ***a*** de modo que a EDO seja exata e resolva a EDO obtida.

(i) $t + ye^{2ty} + ate^{2ty}\dfrac{dy}{dt} = 0$. (ii) $\dfrac{1}{t^2} + \dfrac{1}{y^2} + \dfrac{(at+1)}{y^3}y' = 0$.

4. Sabendo que $\mu(t) = t$ é um fator integrante para a EDO

$$f(t)\frac{dy}{dt} + t^2 + y = 0$$

Determine todas possíveis funções $f(t)$ e resolva a EDO para essas funções.

5. Mostre que a EDO

$$yf(ty) + tg(ty)\frac{dy}{dt} = 0$$

Possui um fator integrante da forma

$$\mu(t,y) = \frac{1}{ty(f(ty) - g(ty))}$$

Aplique esse resultado a seguinte EDO pra obter sua solução geral

$$y(1-ty)-t(1+ty)\frac{dy}{dt}=0.$$

6. Mostre que apesar das EDO's abaixo não serem exatas, elas se tornam exatas quando multiplicadas pelo fator integrante indicado. Resolva as EDO´s exatas assim obtidas.

(i) $x^2y^3+x(1+y^2)y'=0\ ;\mu(x,y)=1/xy^3$.

(ii) $\left(\frac{\operatorname{sen} y}{y}-2e^{-x}\operatorname{sen} x\right)+\left(\frac{\cos y+2e^{-x}\cos x}{y}\right)y'=0\ ;\mu(x,y)=ye^x$.

7. Par quais valores das constantes a,b,c,d a EDO

$$(aty+by^2)+(ct^2+dty)y'=0$$

Possui um fator integrante dependendo apenas de t? Obtenha a formula geral para tal fator.

8. Mostre que se

$$\frac{N_x-M_y}{xM-yN}=f(xy)$$

Então a EDO

$$M(x,y)+N(x,y)\frac{dy}{dx}=0$$

Possui um fator integrante da forma $\mu(xy)$. Obtenha a formula geral para tal fator.

9. Obter um fator integrante e resolver a EDO

1. $(3x^2y+2xy+y^3)+(x^2+y^2)\frac{dy}{dx}=0$

2. $y+(2xy-e^{-2y})y'=0$

3. $e^x+(e^x\cot gy+2y\operatorname{cossec} y)y'=0$

4. $\frac{4x^3}{y^2}+\frac{3}{y}+(\frac{3x}{y^2}+4y)\frac{dy}{dx}=0$

--------------- I ---------------