5º Lista: MTM146: Prof. Paulo Magalhães :

Exercício 1: Determinar se o método da separação de variáveis reduz cada EDP dada a um par de EDO's. Caso seja possível, obtenha as EDO's.

$(i)\, u_t + xu_{xx} = 0$ $\quad (ii)\, xu_t + tu_{xx} = 0$ $\quad (iii)\, u_t + u_{xt} + u_{xx} = 0$

$(iv)\, u_{xx} + (x+y)u_{yy} = 0$ $\quad (v)\, [p(x)u_x]_x - r(x)u_{tt} = 0$ $\quad (vi)\, u_{tt} - u_{xx} + u^2 = 0$

Exercício 2: Determinar se a função dada é ou não periódica. Caso seja, determine seu período fundamental.

$$(i) f(x) = \begin{cases} 0, & 2n-1 \le x \le 2n \\ 1, & 2n \le x \le 2n+1 \end{cases} \qquad (ii) f(x) = \begin{cases} (-1)^n, & 2n-1 \le x \le 2n \\ 1, & 2n \le x \le 2n+1 \end{cases}$$

Exercício 3: Obter a série de Fourier das seguintes funções

$(1) f(x) = -x, -l \le x \le l, f(x+2l) = f(x).$ $\qquad (2) f(x) = x, -1 \le x \le 1, f(x+2) = f(x)$

$$(3) f(x) = \begin{cases} 1, -l \le x < 0 \\ 0, \ 0 \le x < l \end{cases}, f(x+2l) = f(x)$$

$$(4) f(x) = \begin{cases} x+1, -1 \le x < 0 \\ 1-x, \ 0 \le x < 1 \end{cases}, f(x+2) = f(x)$$

Exercício 4: Obter a série de Fourier das seguintes funções

$(1) f(x) = \operatorname{sen}^2 x, -\pi \le x \le \pi.$ $\qquad (2) f(x) = 1 - x^2, -1 \le x \le 1.$

$$(3) f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \le x < 0 \\ x, & 0 \le x < \pi \end{cases} \qquad (4) f(x) = \begin{cases} 0, & -1 \le x < 0 \\ x^2, & 0 \le x < 1 \end{cases}$$

$$(5) f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \le x < -\pi/2 \\ 1, & -\pi/2 \le x < \pi/2 \\ 0, & \pi/2 \le x < \pi \end{cases} \qquad (6) f(x) = \begin{cases} 1, & 0 \le x < s < 1 \\ 0, & s \le x < 2-s \\ 1, & 2-s \le x < 2 \end{cases}$$

Exercício 5: (***Funções de entrada periódicas***) Achar a solução formal do seguinte

$$PVI: \begin{cases} y'' + \omega^2 y = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \operatorname{sen} nt \\ y(0) = y'(0) = 0 \end{cases}$$

Exercício 6: Obter a série de Fourier de cada função e desenhar o gráfico sobre, pelo menos, três períodos.

(1) $f(x)=1,\ 0\leq x\leq \pi.$ série de co-senos, período 2π.
(2) $f(x)=1,\ 0<x<\pi$ série de senos, período 2π.
(3) $f(x)=x,\ 0\leq x<1$ série de período l.

Exercício 7: Resolver o seguinte

$$PVIF:\begin{cases} u_t=\alpha^2 u_{xx},\ 0<x<l, t>0 \\ u(0,t)=0, u(l,t)=0, t>0 \\ u(x,0)=f(x),\quad 0\leq x\leq l \end{cases}$$

Exercício 8: Resolver o seguinte

$$PVIF:\begin{cases} u_t=\alpha^2 u_{xx},\ 0<x<l, t>0 \\ u_x(0,t)=0, u_x(l,t)=0, t>0 \\ u(x,0)=f(x)\quad, 0\leq x\leq l \end{cases}$$

Exercício 9: Resolver o seguinte

$$PVIF:\begin{cases} u_t=\alpha^2 u_{xx},\ 0<x<l, t>0 \\ u(0,t)=0, u_x(l,t)=0, t>0 \\ u(x,0)=f(x),\ 0\leq x\leq l \end{cases}$$

Exercício 10: Resolver o seguinte

$$PVIF:\begin{cases} u_t=\alpha^2 u_{xx}, & 0<x<l,\ t>0 \\ u(0,t)=0, u_x(l,t)+\gamma u(l,t)=0, t>0 & \\ u(x,0)=f(x), & 0\leq x\leq l \end{cases}$$