Caso 1: $x - a > 0$ e $x - b > 0$

ou

$x > a$ e $x > b$.

A solução deste caso será $x > b$ ou $(b, +\infty)$.

Caso 2: $x - a < 0$ e $x - b < 0$

ou

$x < a$ e $x < b$.

A solução deste caso será $x < a$ ou $(-\infty, a)$.

Portanto, a solução final é a união entre $(-\infty, a)$ e $(b, +\infty)$, ou seja, $x \notin [a, b]$.

De maneira análoga podem-se provar as demais relações.

1.6 Exercícios

1. Determinar todos os intervalos de números que satisfaçam as desigualdades abaixo. Fazer a representação gráfica.

(*a*) $3 - x < 5 + 3x$

(*b*) $2x - 5 < \frac{1}{3} + \frac{3x}{4} + \frac{1 - x}{3}$

(*c*) $2 > -3 - 3x \geq -7$

(*d*) $\frac{5}{x} < \frac{3}{4}$

(*e*) $x^2 \leq 9$

(*f*) $x^2 - 3x + 2 > 0$

(*g*) $1 - x - 2x^2 \geq 0$

(*h*) $\frac{x + 1}{2 - x} < \frac{x}{3 + x}$

(*i*) $x^3 + 1 > x^2 + x$

(*j*) $(x^2 - 1)(x + 4) \leq 0$

(*k*) $\frac{2}{x - 2} \leq \frac{x + 2}{x - 2} \leq 1$

(*l*) $x^4 \geq x^2$

(*m*) $\frac{x}{x - 3} < 4$

(*n*) $\frac{1/2x - 3}{4 + x} > 1$

(*o*) $\frac{3}{x - 5} \leq 2$

(*p*) $x^3 - x^2 - x - 2 > 0$

(*q*) $x^3 - 3x + 2 \leq 0$

(*r*) $\frac{1}{x + 1} \geq \frac{3}{x - 2}$

(*s*) $8x^3 - 4x^2 - 2x + 1 < 0$

(*t*) $12x^3 - 20x^2 \geq -11x + 2.$

2. Resolver as equações em $\mathbb{R}$.

(*a*) $|5x - 3| = 12$

(*b*) $|-4 + 12x| = 7$

(*c*) $|2x - 3| = |7x - 5|$

(*d*) $\left|\frac{x + 2}{x - 2}\right| = 5$

(*e*) $\left|\frac{3x + 8}{2x - 3}\right| = 4$

(*f*) $|3x + 2| = 5 - x$

(*g*) $|9x| - 11 = x$

(*h*) $2x - 7 = |x| + 1$.

3. Resolver as inequações em $\mathbb{R}$.

(*a*) $|x + 12| < 7$

(*b*) $|3x - 4| \leq 2$

(*c*) $|5 - 6x| \geq 9$

(*d*) $|2x - 5| > 3$

(*e*) $|6 + 2x| < |4 - x|$

(*f*) $|x + 4| \leq |2x - 6|$

(*g*) $|3x| > |5 - 2x|$

(*h*) $\left|\dfrac{7 - 2x}{5 + 3x}\right| \leq \dfrac{1}{2}$

(*i*) $|x - 1| + |x + 2| \geq 4$

(*j*) $1 < |x + 2| < 4$

(*k*) $\left|\dfrac{2 + x}{3 - x}\right| > 4$

(*l*) $\left|\dfrac{5}{2x - 1}\right| \geq \left|\dfrac{1}{x - 2}\right|$

(*m*) $|x| + 1 < x$

(*n*) $3|x - 1| + |x| < 1$

(*o*) $|2x^2 + 3x + 3| \leq 3$

(*p*) $|x - 1| + |x - 3| < |4x|$

(*q*) $\dfrac{1}{|x + 1||x - 3|} \geq \dfrac{1}{5}$

(*r*) $\left|\dfrac{x - 1/2}{x + 1/2}\right| < 1$

(*s*) $\left|\dfrac{3 - 2x}{1 + x}\right| \leq 4$

4. Demonstrar:

(*a*) Se $a \geq 0$ e $b \geq 0$, então $a^2 = b^2$ se e somente se $a = b$.

(*b*) Se $x < y$, então $x < \dfrac{1}{2}(x + y) < y$.

(*c*) $|x| > a$ se e somente se $x > a$ ou $x < -a$, onde $a < 0$.

(*d*) Se $0 < a < b$, então $\sqrt{ab} < \dfrac{a + b}{2}$.