A Figura 3.10 ilustra a resolução desse exercício.

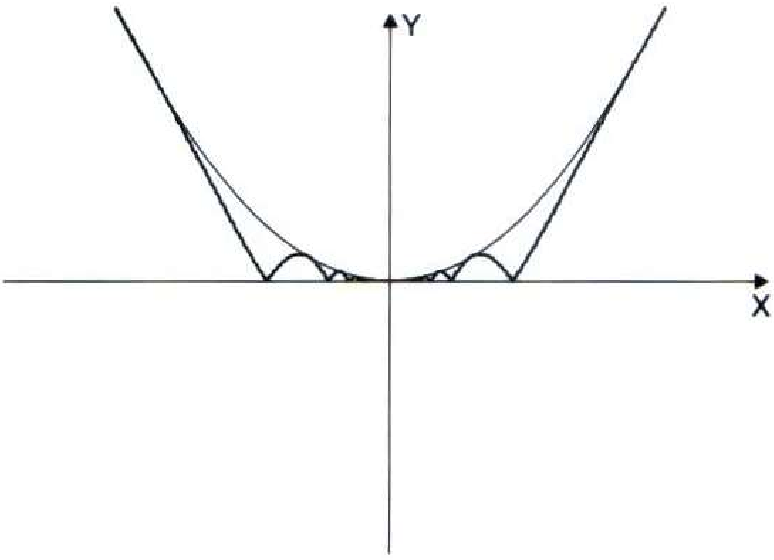
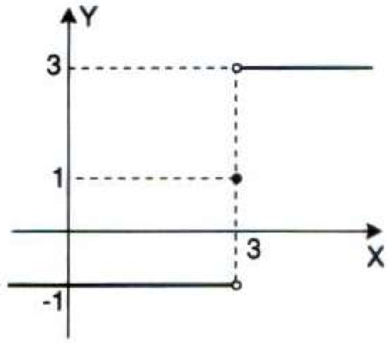


Figura 3.10

3.6 Exercícios

1. Seja $f(x)$ a função definida pelo gráfico:

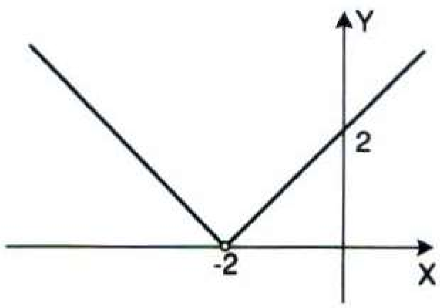


Intuitivamente, encontre se existir:

(*a*) $\lim\limits_{x \to 3^-} f(x)$. (*b*) $\lim\limits_{x \to 3^+} f(x)$. (*c*) $\lim\limits_{x \to 3} f(x)$.

(*d*) $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$. (*e*) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$. (*f*) $\lim\limits_{x \to 4} f(x)$.

2. Seja $f(x)$ a função definida pelo gráfico:

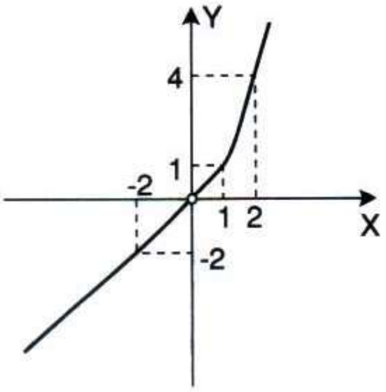


Intuitivamente, encontre se existir:

(*a*) $\lim_{x\to -2^+} f(x)$. (*b*) $\lim_{x\to -2^-} f(x)$.

(*c*) $\lim_{x\to -2} f(x)$. (*d*) $\lim_{x\to +\infty} f(x)$.

3. Seja $f(x)$ a função definida pelo gráfico:

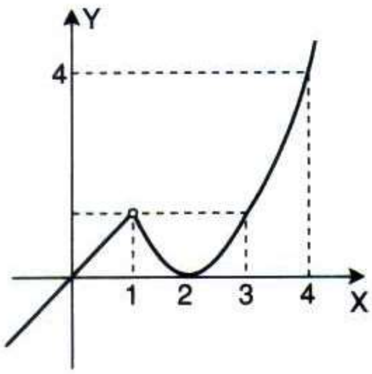


Intuitivamente, encontre se existir:

(*a*) $\lim_{x\to 0^+} f(x)$. (*b*) $\lim_{x\to 0^-} f(x)$. (*c*) $\lim_{x\to 0} f(x)$.

(*d*) $\lim_{x\to +\infty} f(x)$. (*e*) $\lim_{x\to -\infty} f(x)$. (*f*) $\lim_{x\to 2} f(x)$.

4. Seja $f(x)$ a função definida pelo gráfico:

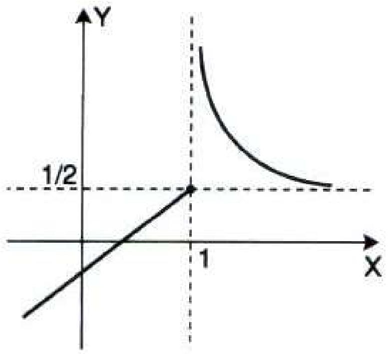


Intuitivamente, encontre se existir:

(*a*) $\lim_{x\to 2^+} f(x)$. (*b*) $\lim_{x\to 2^-} f(x)$. (*c*) $\lim_{x\to +\infty} f(x)$.

(*d*) $\lim_{x\to -\infty} f(x)$. (*e*) $\lim_{x\to 1} f(x)$.

5. Seja $f(x)$ a função definida pelo gráfico:



Intuitivamente, encontre se existir:

(*a*) $\lim\limits_{x \to 1^+} f(x)$. (*b*) $\lim\limits_{x \to 1^-} f(x)$. (*c*) $\lim\limits_{x \to 1} f(x)$.

(*d*) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$. (*e*) $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$.

6. Descrever analítica e graficamente uma função $y = f(x)$ tal que $\lim\limits_{x \to 3} f(x)$ não existe e $\lim\limits_{x \to 6} f(x)$ existe.

7. Definir uma função $y = g(x)$ tal que $\lim\limits_{x \to 2} g(x) = 4$, mas $g(x)$ não é definida em $x = 2$.

8. Definir e fazer o gráfico de uma função $y = h(x)$ tal que $\lim\limits_{x \to 0^+} h(x) = 1$ e $\lim\limits_{x \to 0^-} h(x) = 2$.

9. Mostrar que existe o limite de $f(x) = 4x - 5$ em $x = 3$ e que é igual a 7.

10. Mostrar que $\lim\limits_{x \to 3} x^2 = 9$.

Nos exercícios 11 a 15 é dado $\lim\limits_{x \to a} f(x) = L$. Determinar um número δ para o ε dado tal que $|f(x) - L| < \varepsilon$ sempre que $0 < |x - a| < \delta$. Dar exemplos de dois outros números positivos para δ, que também satisfazem a implicação dada.

11. $\lim\limits_{x \to 2} (2x + 4) = 8$, $\varepsilon = 0{,}01$.

12. $\lim\limits_{x \to -1} (-3x + 7) = 10$, $\varepsilon = 0{,}5$.

13. $\lim\limits_{x \to -2} \dfrac{x^2 - 4}{x + 2} = -4$, $\varepsilon = 0{,}1$.

14. $\lim\limits_{x \to 5} \dfrac{1}{2 - x} = \dfrac{-1}{3}$, $\varepsilon = 0{,}25$.

15. $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^2 - 1}{x - 1} = 2$, $\varepsilon = 0{,}75$.

16. Fazer o gráfico das funções $y = f(x)$ dadas, explorando diversas escalas para visualizar melhor o gráfico numa vizinhança da origem. Observando o gráfico, qual a sua conjectura sobre o $\lim\limits_{x \to 0} f(x)$? Comprove analiticamente se a sua conjectura é verdadeira.

(a) $f(x) = \operatorname{sen} \dfrac{1}{x}$

(b) $f(x) = x\operatorname{sen} \dfrac{1}{x}$

(c) $f(x) = x^2\operatorname{sen} \dfrac{1}{x}$

(d) $f(x) = x^3\operatorname{sen} \dfrac{1}{x}$

17. Mostrar que:

(i) Se f é uma função polinomial, então $\lim\limits_{x \to a} f(x) = f(a)$ para todo real a.

(ii) Se g é uma função racional e a pertence ao domínio de g, então $\lim\limits_{x \to a} g(x) = g(a)$.

Calcular os limites nos exercícios 18 a 37 usando as propriedades de Limites.

18. $\lim\limits_{x \to 0} (3 - 7x - 5x^2)$.

19. $\lim\limits_{x \to 3} (3x^2 - 7x + 2)$.

20. $\lim\limits_{x \to -1} (-x^5 + 6x^4 + 2)$.

21. $\lim\limits_{x \to 1/2} (2x + 7)$.

22. $\lim\limits_{x \to -1} [(x + 4)^3 \cdot (x + 2)^{-1}]$.

23. $\lim\limits_{x \to 0} [(x - 2)^{10} \cdot (x + 4)]$.

24. $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{x + 4}{3x - 1}$.

25. $\lim\limits_{t \to 2} \dfrac{t + 3}{t + 2}$.

26. $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^2 - 1}{x - 1}$.

27. $\lim\limits_{t \to 2} \dfrac{t^2 + 5t + 6}{t + 2}$.

28. $\lim\limits_{t \to 2} \dfrac{t^2 - 5t + 6}{t - 2}$.

29. $\lim\limits_{s \to 1/2} \dfrac{s + 4}{2s}$.

30. $\lim\limits_{x \to 4} \sqrt[3]{2x + 3}$.

31. $\lim\limits_{x \to 7} (3x + 2)^{2/3}$.

32. $\lim\limits_{x \to \sqrt{2}} \dfrac{2x^2 - x}{3x}$.

33. $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{x\sqrt{x} - \sqrt{2}}{3x - 4}$.

34. $\lim\limits_{x \to \pi/2} [2 \operatorname{sen} x - \cos x + \operatorname{cotg} x]$.

35. $\lim\limits_{x \to 4} (e^x + 4x)$.

36. $\lim\limits_{x \to -1/3} (2x + 3)^{1/4}$.

37. $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{\operatorname{senh} x}{4}$.