$$\begin{aligned}\Delta &\cong E(Tar)\cdot\tau\\ &= -0{,}30\cdot 2{,}5\%\\ &= -0{,}75\%.\end{aligned}$$

Usando, agora, uma regra de três simples, podemos obter a variação Δq na demanda. Temos:

$$\begin{array}{rcl}100\% & \leftrightarrow & 200.000\\ -0{,}75\% & \leftrightarrow & \Delta q\end{array}$$

e, dessa forma,

$$\begin{aligned}\Delta q &= \frac{200.000\cdot -0{,}75}{100}\\ &= -1.500.\end{aligned}$$

Portanto, haverá uma queda de 1.500 passageiros na demanda.

Observamos que não utilizamos diretamente o valor da tarifa na solução. Esse dado foi usado de forma indireta, pois o valor da elasticidade dado no problema referia-se a esse nível de tarifa. Em geral, a elasticidade da demanda varia com o nível da tarifa praticada.

(*b*) Para simular a sensibilidade do resultado obtido em relação ao valor da elasticidade, vamos simular duas situações:

$E(Tar) = -0{,}2$ e $E(Tar) = -0{,}4$

Para $E(Tar) = -0{,}2$, temos $\Delta = -0{,}5$ e

$$\Delta q = \frac{200.000\cdot -0{,}5}{100} = -1.000 \text{ passageiros.}$$

Para $E(Tar) = -0{,}4$, temos $\Delta = -1{,}0$ e

$$\Delta q = \frac{200.000\cdot -1{,}0}{100} = -2.000 \text{ passageiros.}$$

Podemos ver, assim, que, quanto maior é a elasticidade, em valor absoluto, maior é a variação na demanda.

5.3 Exercícios

1. Numa granja experimental, constatou-se que uma ave em desenvolvimento pesa em gramas

$$W(t) = \begin{cases} 20 + \dfrac{1}{2}(t+4)^2, & 0 \le t \le 60\\ 24{,}4t + 604 & , 60 \le t \le 90\end{cases}$$

onde t é medido em dias.

(*a*) Qual a razão de aumento do peso da ave quando $t = 50$?

(*b*) Quanto a ave aumentará no 51º dia?

(*c*) Qual a razão de aumento do peso quando $t = 80$?

2. Uma peça de carne foi colocada num freezer no instante $t = 0$. Após t horas, sua temperatura, em graus centígrados, é dada por:

$$T(t) = 30 - 5t + \frac{4}{t+1},\quad 0 \le t \le 5.$$

Qual a velocidade de redução de sua temperatura após 2 horas?

3. A temperatura de um gás é mantida constante e sua pressão p em kgf/cm^3 e volume v em cm^3 estão relacionadas pela igualdade $vp = c$, onde c é constante. Achar a razão de variação do volume em relação à pressão quando esta vale 10 kgf/cm^3.

4. Uma piscina está sendo drenada para limpeza. Se o seu volume de água inicial era de 90.000 litros e depois de um tempo de t horas este volume diminuiu 2.500 t^2 litros, determinar:

(a) tempo necessário para o esvaziamento da piscina;

(b) taxa média de escoamento no intervalo [2, 5];

(c) taxa de escoamento depois de 2 horas do início do processo.

5. Um apartamento está alugado por R$ 4.500,00. Este aluguel sofrerá um reajuste anual de R$ 1.550,00.

(a) Expresse a função com a qual podemos calcular a taxa de variação do aluguel, em t anos.

(b) Calcule a taxa de variação do aluguel após 4 anos.

(c) Qual a porcentagem de variação do aluguel depois de 1 ano do primeiro reajuste?

(d) Que acontecerá à porcentagem de variação depois de alguns anos?

6. Numa pequena comunidade obteve-se uma estimativa que daqui a t anos a população será de $p\ (t) = 20 - \dfrac{5}{t+1}$ milhares.

(a) Daqui a 18 meses, qual será a taxa de variação da população desta comunidade?

(b) Qual será a variação real sofrida durante o 18º mês?

7. Seja r a raiz cúbica de um número real x. Encontre a taxa de variação de r em relação a x quando x for igual a 8.

8. Um líquido goteja em um recipiente. Após t horas, há $5t - t^{1/2}$ litros no recipiente. Qual a taxa de gotejamento de líquido no recipiente, em l/hora, quando $t = 16$ horas?

9. Um tanque tem a forma de um cilindro circular reto de 5 m de raio de base e 10 m de altura. No tempo $t = 0$, a água começa a fluir no tanque à razão de 25 m^3/h. Com que velocidade o nível de água sobe? Quanto tempo levará para o tanque ficar cheio?

10. Achar a razão de variação do volume v de um cubo em relação ao comprimento de sua diagonal. Se a diagonal está se expandindo a uma taxa de 2 m/s, qual a razão de variação do volume quando a diagonal mede 3 m?

11. Uma usina de britagem produz pó de pedra, que ao ser depositado no solo forma uma pilha cônica onde a altura é aproximadamente igual a 4/3 do raio da base.

(a) Determinar a razão de variação do volume em relação ao raio da base.

(b) Se o raio da base varia a uma taxa de 20 cm/s, qual a razão de variação do volume quando o raio mede 2 m?

12. Os lados de um triângulo eqüilátero crescem à taxa de 2,5 cm/s.

(a) Qual é a taxa de crescimento da área desse triângulo, quando os lados tiverem 12 cm de comprimento?

(b) Qual é a taxa de crescimento do perímetro, quando os lados medirem 10 cm de comprimento?

13. Um objeto se move sobre a parábola $y = 2x^2 + 3x - 1$ de tal modo que sua abscissa varia à taxa de 6 unidades por minuto. Qual é a taxa de variação de sua ordenada, quando o objeto estiver no ponto $(0, -1)$?

14. Um trem deixa uma estação, num certo instante, e vai para a direção norte à razão de 80 km/h. Um segundo trem deixa a mesma estação 2 horas depois e vai na direção leste à razão de 95 km/h. Achar a taxa na qual estão se separando os dois trens 2 horas e 30 minutos depois do segundo trem deixar a estação.

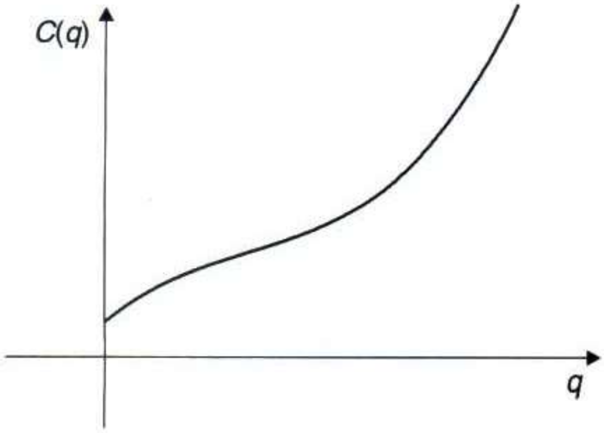
15. Uma lâmpada colocada em um poste está a 4 m de altura. Se uma criança de 90 cm de altura caminha afastando-se da lâmpada à razão de 5 m/s, com que rapidez se alonga sua sombra?

16. O raio de um cone é sempre igual à metade de sua altura h. Determinar a taxa de variação da área da base em relação ao volume do cone.

17. Supor que o custo total de produção de uma quantidade de um certo produto é dado pelo gráfico da figura que segue.

(*a*) Dar o significado de $C(0)$.

(*b*) Descrever o comportamento do custo marginal.



18. O custo total $C(q)$ da produção de q unidades de um produto é dado por.

$$C(q) = \frac{1}{2}q^3 - 5q^2 + 10q + 120$$

(*a*) Qual é o custo fixo?

(*b*) Qual é o custo marginal quando o nível de produção é $q = 20$ unidades.

(*c*) Determinar se existem os valores de q tais que o custo marginal é nulo.

19. A função $q = 20.000 - 400p$ representa a demanda de um produto em relação a seu preço p. Calcular e interpretar o valor da elasticidade da demanda ao nível de preço $p = 4$.

20. A função $q = 15 + 60y - 0{,}06y^2$ mede a demanda de um bem em função da renda média per capita denotada por y (unidade monetária), quando os outros fatores que influenciam a demanda são considerados constantes.

(*a*) Determinar a elasticidade da demanda em relação à renda y.

(*b*) Dar o valor da elasticidade da demanda, por em nível de renda $y = 300$. Interpretar o resultado.

5.4 Máximos e Mínimos

A Figura 5.6 nos mostra o gráfico de uma função $y = f(x)$, onde assinalamos pontos de abscissas x_1, x_2, x_3 e x_4.

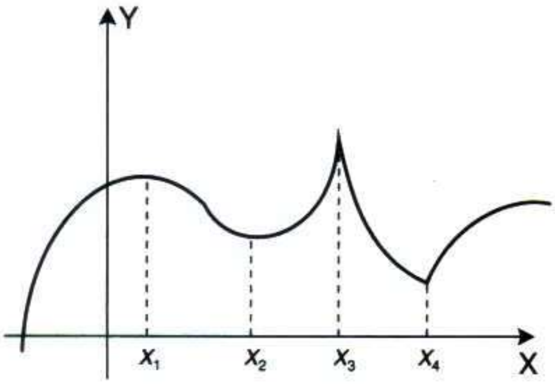


Figura 5.6