

Quinta Lista de Exercícios - Análise Combinatória

Junho de 2017

Instruções: resolva os exercícios a seguir.

1. Dado um inteiro positivo m e sendo p_1, \dots, p_r números menores ou iguais a m e primos entre si, ache uma fórmula para o número de inteiros positivos menores ou iguais a m e que não são divisíveis por nenhum dos números p_1, p_2, \dots, p_r .
2. Quantos são os inteiros positivos menores ou iguais a 30, que não são divisíveis por 3, 5 ou 8?
3. Em um grupo de 50 pessoas, 30 possuem um cão e 25 possuem um gato. Qual é o número mínimo de pessoas que possuem um cão e um gato?
4. Em uma pesquisa conduzida no ano de 1984 na cidade de Springfield/Missouri nos EUA pelo Departamento de Marketing da Philips, realizou-se um levantamento sobre quais domicílios possuíam vídeo-cassete, CD Player, ou TV a cabo. Na amostra utilizada, 40 domicílios possuíam vídeo-cassete, 60 possuíam CD Player, e 50 possuíam TV a cabo. 25 domicílios possuíam vídeo-cassete e CD Player, 30 possuíam CD Player e TV a cabo, e 35 possuíam vídeo-cassete e TV a cabo. 10 domicílios possuíam todos os três itens. Pergunta-se: quantos domicílios da amostra possuíam ao menos um destes três itens?
5. Em um grupo de 12 pessoas, cada pessoa conhece pelo menos outras m pessoas (isto é, dentre as outras 11 pessoas do grupo). Determine o valor mínimo que m deve ter para garantir que possamos encontrar neste grupo 3 pessoas que se conheçam entre si?
6. Quantas permutações das 26 letras do alfabeto não contêm as palavras *faz*, *ver*, *sim* e *tudo*?
7. Em um Departamento de Matemática com 40 docentes, os professores são membros de quatro organizações distintas: SBM (S), CNPq (C), SBPC (P), CAPES (A). Sabe-se que 21 são membros de S, 26 são membros de C, 19 são membros de P, e 17 são membros de A. Além disso, sabe-se que 15 são membros de S e C, 6 são membros de S e P, 9 são membros de S e A, 14 são membros de C e P, 10 são membros de C e A, e 11 são membros de P e A. Também se sabe que 6 são membros de S, C e P, 5 são membros de S, C e A, 4 são membros de S, P e A, e 9 são membros de C, P e A. Finalmente, 4 pessoas pertencem a todas as quatro organizações. Pergunta-se: quantos docentes pertencem a nenhuma destas organizações?