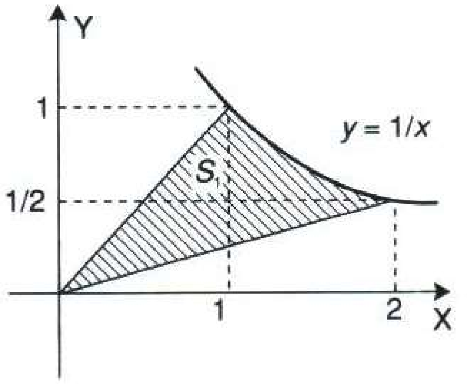
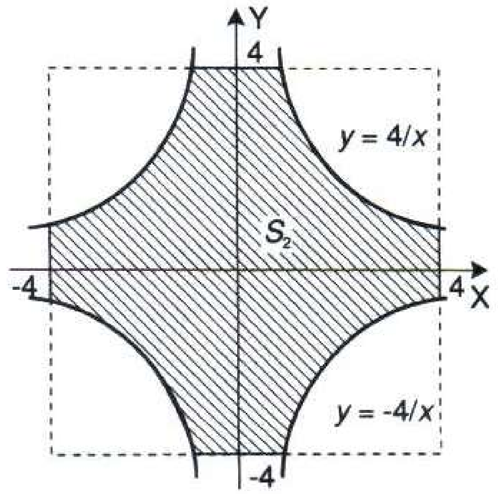
6.13 Exercícios

Nos exercícios de 1 a 29 encontrar a área da região limitada pelas curvas dadas.

1. $x = 1/2, x = \sqrt{y}$ e $y = -x + 2$
2. $y^2 = 2x$ e $x^2 = 2y$
3. $y = 5 - x^2$ e $y = x + 3$
4. $y = \frac{1}{6}x^2$ e $y = 6$
5. $y = 1 - x^2$ e $y = -3$
6. $x + y = 3$ e $y + x^2 = 3$
7. $x = y^2, y - x = 2, y = -2$ e $y = 3$
8. $y = x^3 - x$ e $y = 0$
9. $y = e^x, x = 0, x = 1$ e $y = 0$
10. $x = y^3$ e $x = y$
11. $y = \ln x, y = 0$ e $x = 4$
12. $y = \ln x, x = 1$ e $y = 4$
13. $y = \operatorname{sen} x$ e $y = -\operatorname{sen} x$, $x \in [0, 2\pi]$
14. $y = \cos x$ e $y = -\cos x$, $x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$
15. $y = \cosh x, y = \operatorname{senh} x, x = -1$ e $x = 1$
16. $y = \operatorname{tg} x$, $x = 0$ e $y = 1$
17. $y = e^{-x}, y = x + 1$ e $x = -1$
18. $y = \operatorname{sen} 2x$, $y = x + 2$, $x = 0$ e $x = \pi/2$
19. $y = -1 - x^2, y = -2x - 4$
20. $y = \cos x, y = \frac{-3}{5\pi}x + \frac{3}{10}, x \in \left[\frac{\pi}{2}, \frac{4\pi}{3}\right]$
21. $y = \frac{1}{|x - 1|}, y = \frac{1}{x}, y = 2x + 1$ e $x = -3$
22. $x = y^2$ e $y = -\frac{1}{2}x$
23. $y = 4 - x^2$ e $y = x^2 - 14$
24. $x = y^2 + 1$ e $x + y = 7$
25. $y = 2^x, y = 2^{-x}$ e $y = 4$
26. $y = \operatorname{arc\,sen} x, y = \pi/2$ e $x = 0$
26. $y = \operatorname{arc\,sen} x, y = \pi/2$ e $x = 0$
27. $y = 2\cosh\frac{x}{2}$, $x = -2$, $x = 2$ e $y = 0$
28. $y = |x - 2|$ e $y = 2 - (x - 2)^2$
29. $y = e^x - 1, y = -x$ e $x = 1$.

30. Encontrar a área das regiões S_1 e S_2, vistas na figura a seguir:





6.14 Extensões do Conceito de Integral

Até o momento, calculamos integrais de funções contínuas definidas em intervalos fechados e limitados. Em diversas aplicações surge a necessidade de relaxar algumas dessas condições. Nas seções que seguem vamos estender o conceito de integral para as seguintes situações:

- integrais de funções contínuas por parte;
- integrais com limites de integração infinitos;
- integrais com integrandos infinitos.

Integrais de Funções Contínuas por Partes

6.14.1 **Definição** Dizemos que $f(x)$ é contínua por partes em $[a, b]$ se pudermos subdividir o intervalo $[a, b]$ em um número finito de subintervalos.

$$[a, b] = [a = x_0, x_1] \cup [x_1, x_2] \cup \ldots \cup [x_{n-1}, x_n = b]$$

de tal forma que $f(x)$ é contínua em cada intervalo aberto (x_{i-1}, x_i) e para cada i existem os limites laterais correspondentes.

$$\lim_{x \to x_i^-} f(x) \text{ e } \lim_{x \to x_i^+} f(x).$$