

A07 Metaheurísticas: Simulated Annealing

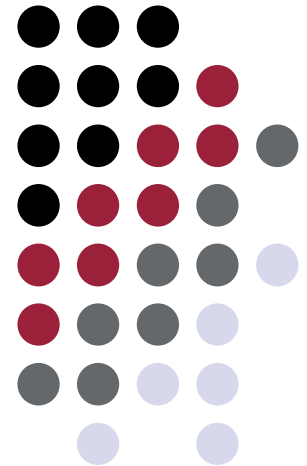


UFOP

Universidade Federal
de Ouro Preto

PEP300 Técnicas Metaheurísticas para Otimização Combinatória

Prof. Dr. George H. G. Fonseca
Universidade Federal de Ouro Preto



Simulated Annealing



- Proposta por Kirkpatrick et al. (1983)
- Se fundamenta numa analogia com a termodinâmica, ao simular o resfriamento de um conjunto de átomos aquecidos, operação conhecida como recozimento
- Partindo de uma solução inicial qualquer, o procedimento principal consiste de um loop que gera aleatoriamente, em cada iteração, um único vizinho s' de s

Simulated Annealing



- Seja Δ a variação de valor de função objetivo ao mover-se para uma solução vizinha candidata, isto é,

$$\Delta = f(s') - f(s)$$

- O método aceita o movimento e a nova solução passa a ser a solução corrente se $\Delta < 0$
- Caso $\Delta \geq 0$ a solução candidata ainda pode ser aceita, mas nesse caso, com uma probabilidade $e^{-\Delta/T}$

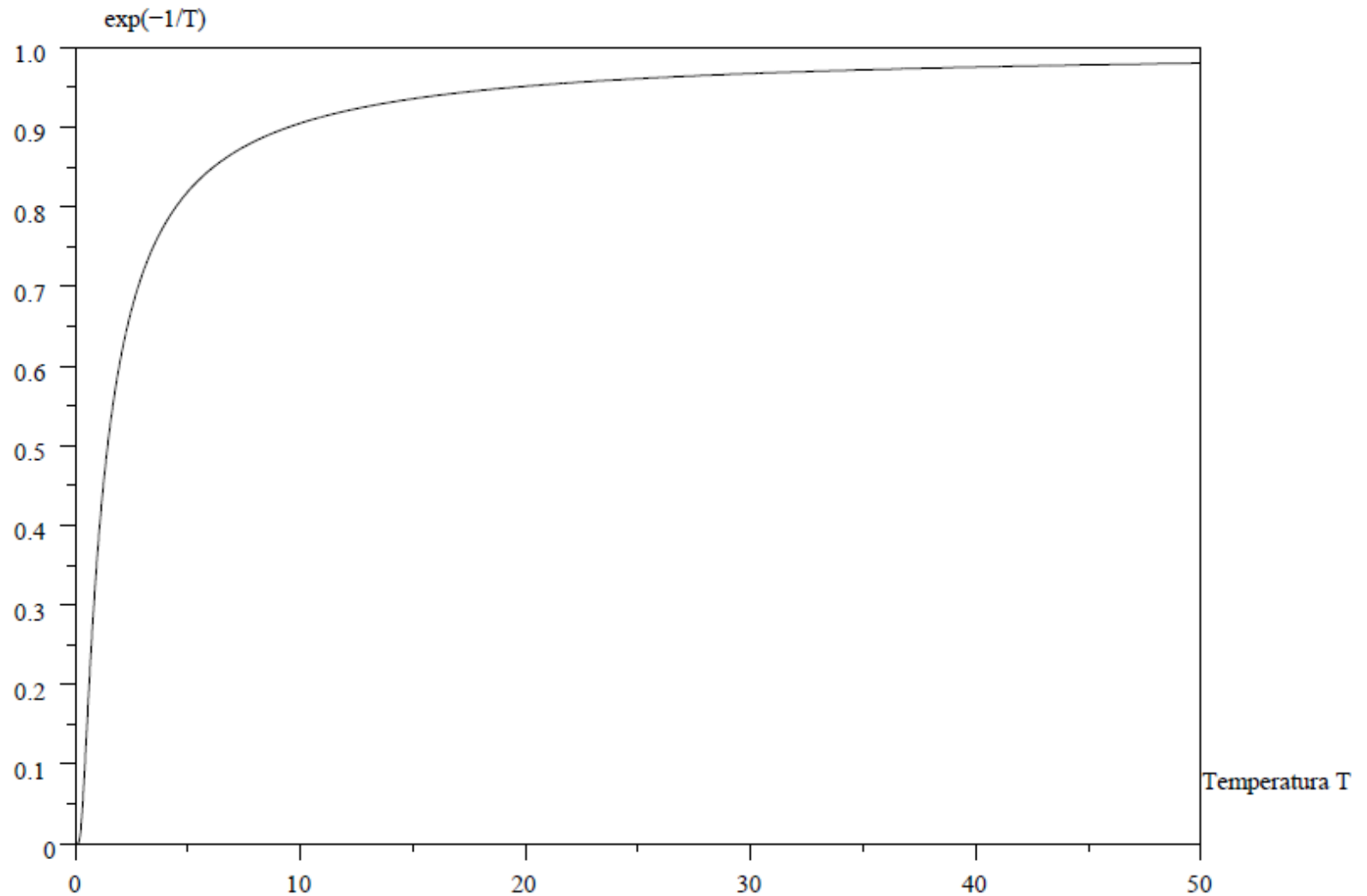
onde T é um parâmetro chamado temperatura, que regula a probabilidade de aceitar soluções piores

Simulated Annealing



- A temperatura T assume inicialmente um valor elevado T_0 , após um número fixo de iterações, S_{Amax} , a temperatura é gradativamente reduzida por uma razão de esfriamento α tal que $T_k \leftarrow \alpha \times T_{k-1}$, sendo $0 < \alpha < 1$
- À medida que T se aproxima de 0, o algoritmo comporta-se como um método de descida, uma vez que diminui a probabilidade de aceitar movimentos de piora ($T \rightarrow 0 \Rightarrow e^{-\Delta/T} \rightarrow 0$)

Simulated Annealing



Simulated Annealing



```
procedimento  $SA(f(\cdot), N(\cdot), \alpha, SAmax, T_0, s)$ 
1   $s^* \leftarrow s;$            {Melhor solução obtida até então}
2   $IterT \leftarrow 0;$        {Número de iterações na temperatura T}
3   $T \leftarrow T_0;$        {Temperatura corrente}
4  enquanto ( $T > 0$ ) faça
5      enquanto ( $IterT < SAmax$ ) faça
6           $IterT \leftarrow IterT + 1;$ 
7          Gere um vizinho qualquer  $s' \in N(s);$ 
8           $\Delta = f(s') - f(s);$ 
9          se ( $\Delta < 0$ )
10             então
11                  $s \leftarrow s';$ 
12                 se ( $f(s') < f(s^*)$ ) então  $s^* \leftarrow s';$ 
13             senão
14                 Tome  $x \in [0, 1];$ 
15                 se ( $x < e^{-\Delta/T}$ ) então  $s \leftarrow s';$ 
16             fim-se;
17         fim-enquanto;
18      $T \leftarrow \alpha \times T;$ 
19      $IterT \leftarrow 0;$ 
20 fim-enquanto;
21  $s \leftarrow s^*;$ 
22 Retorne  $s;$ 
fim SA;
```

Simulated Annealing



- Para o caso do problema ser de maximização as seguintes modificações devem ser feitas:
 - Na linha 9: $\Delta > 0$
 - Na linha 12: $f(s') > f(s^*)$
 - Na linha 15: $x < e^{\Delta/T}$

Simulated Annealing



- Há diversas formas de fazer o resfriamento, além do geométrico uma delas é

$$T_k = \frac{c}{\ln(1 + k)}$$

onde c é a ordem do valor do ótimo local mais profundo/elevado encontrado e k é a iteração. A convergência para um ótimo global é garantida quando $k \rightarrow \infty$

- Porém, tal resultado é de utilidade prática restrita, uma vez que o resfriamento é muito lento, requerendo um número proibitivo de iterações do método

Simulated Annealing



- Problema: definir os valores dos parâmetros...
- S_{Amax} pode ser estimado em função das dimensões do problema tratado
 - Por exemplo, em um problema de programação de horários em escolas, envolvendo n turmas, m professores e p horários S_{Amax} pode ser estimado como $S_{Amax} = k \times n \times m \times p$ onde k é uma constante a determinar

Simulated Annealing



- T_0 pode ser determinado baseado em custos
 - Gere um conjunto de vizinhos de uma solução s
 - Para cada solução gerada calcule o custo
 - Retornar como temperatura a maior diferença entre o custo da solução s e seus vizinhos

Simulated Annealing



- T_0 pode ser determinado por simulação
 - Parte-se de uma solução s e uma temperatura inicial baixa (ex. 100)
 - Contam-se quantos vizinhos são aceitos em S_{max} iterações nessa temperatura
 - Caso o número de vizinhos aceitos for alto (ex. 0.95, definido por um parâmetro γ) retorna-se a temperatura corrente como a inicial
 - Caso contrário, aumenta-se a temperatura a uma certa taxa (ex. 10%) e repete-se a contagem do número de vizinhos aceitos nessa temperatura
 - O procedimento prossegue até que se obtenha o número mínimo de vizinhos aceitos

Simulated Annealing



```
procedimento TemperaturaInicial( $f(\cdot)$ ,  $N(\cdot)$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $SAmax$ ,  $T_0$ ,  $s$ )
1   $T \leftarrow T_0$ ;           {Temperatura corrente}
2   $Continua \leftarrow TRUE$ ;
3  enquanto ( $Continua$ ) faça
4       $Aceitos \leftarrow 0$ ; {Número de vizinhos aceitos na temperatura T}
5      para  $IterT = 1$  até  $SAmax$  faça
6          Gere um vizinho qualquer  $s' \in N(s)$ ;
7           $\Delta = f(s') - f(s)$ ;
8          se ( $\Delta < 0$ )
9              então
10                  $Aceitos \leftarrow Aceitos + 1$ ;
11             senão
12                 Tome  $x \in [0, 1]$ ;
13                 se ( $x < e^{-\Delta/T}$ ) então  $Aceitos \leftarrow Aceitos + 1$ ;
14             fim-se;
15         fim-para;
16         se ( $Aceitos \geq \gamma \times SAmax$ )
17             então  $Continua \leftarrow FALSE$ ;
18             senão  $T \leftarrow \beta \times T$ ;
19         fim-se;
20 fim-enquanto;
21 Retorne  $T$ ;
fim TemperaturaInicial;
```



- Souza, M. J. F. **Inteligência Computacional para Otimização**. Disponível em www.iceb.ufop.br/decom/prof/marcone/ico2009, acessado em Agosto de 2019.
- Kirkpatrick, S., Gellat, D. C., Vecchi, M. P. **Optimization by Simulated Annealing**. Science, 220:671-680, 1983.