

# Colônia de Formigas (*Ant Colony Optimization*)

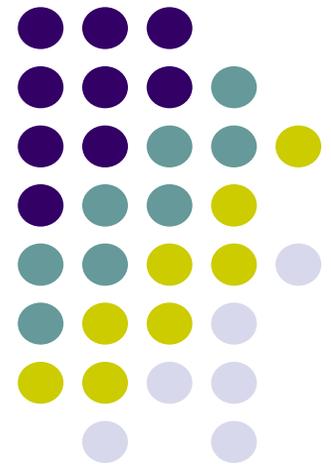
Marcone Jamilson Freitas Souza

Departamento de Computação

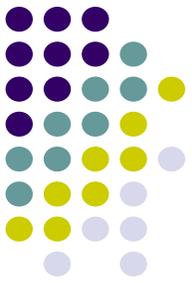
Universidade Federal de Ouro Preto

<http://www.decom.ufop.br/prof/marcone>

e-mail: [marcone@iceb.ufop.br](mailto:marcone@iceb.ufop.br)

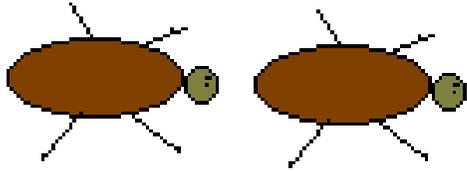
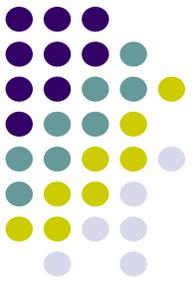


# Colônia de Formigas (*Ant Colonies*)



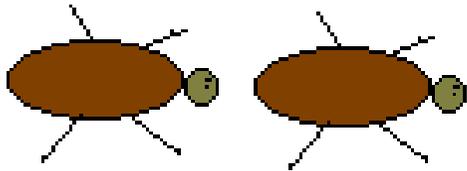
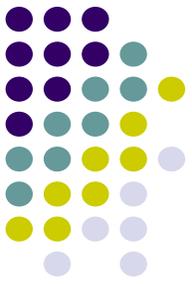
- Método de busca populacional
- **Princípio:** Simulação do comportamento de um conjunto de agentes (formigas) que se cooperam para resolver um problema de otimização por meio de comunicações muito simples
- Ao deslocarem-se as formigas deixam um rastro (substância chamada **feromônio**), que é usado para comunicarem-se quimicamente

# Rota das formigas ao encontrarem um alimento



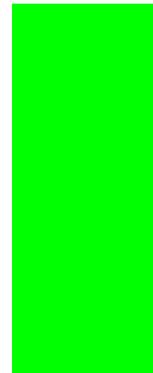
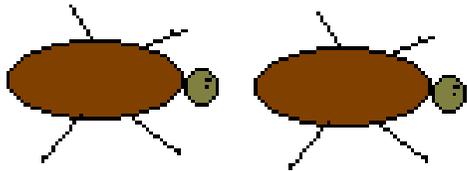
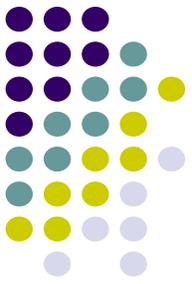
**ALIMENTO**

# Rota das formigas ao encontrarem um alimento



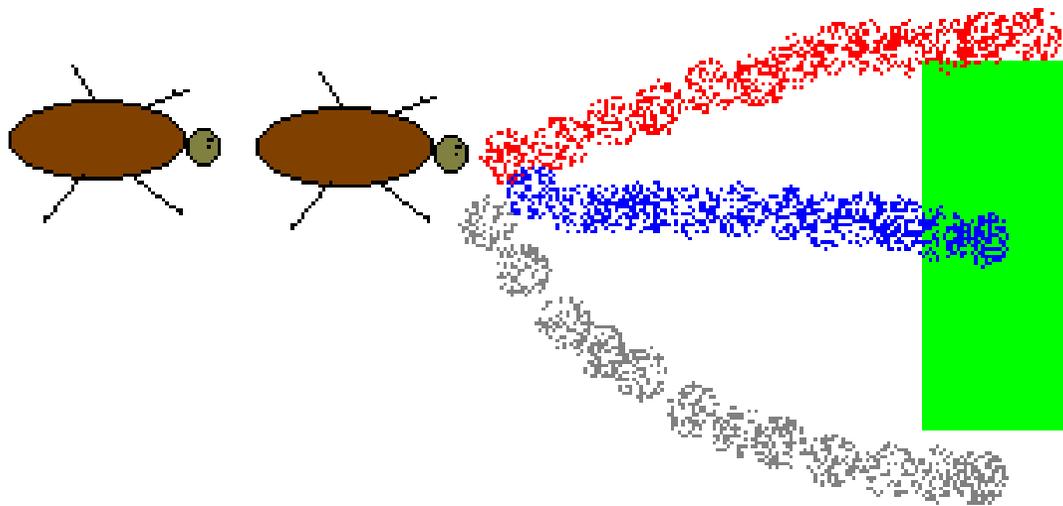
**ALIMENTO**

# Formigas encontram um obstáculo



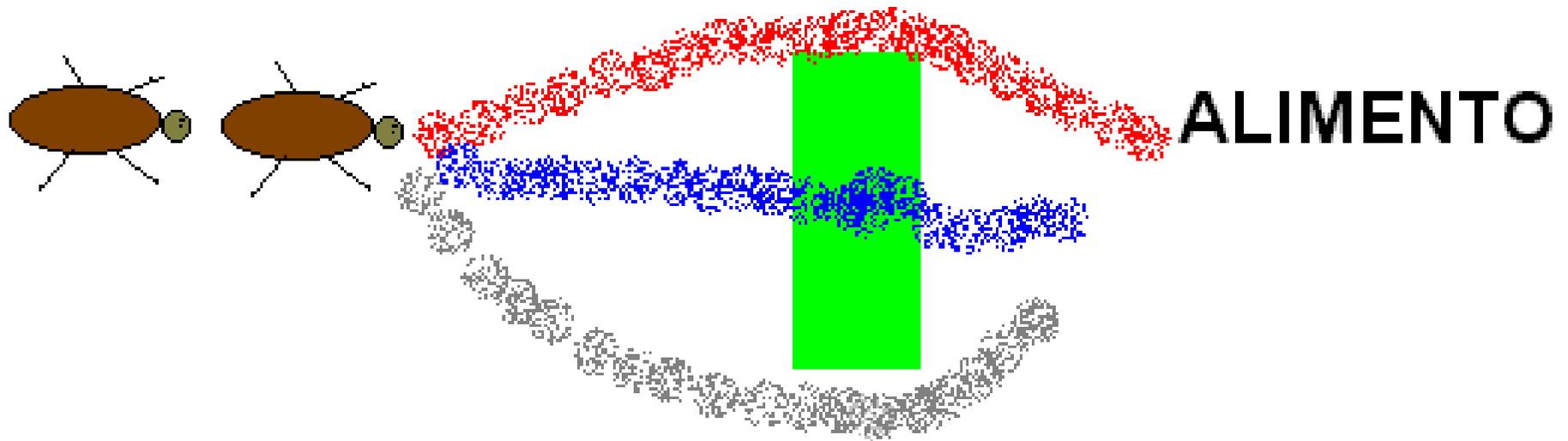
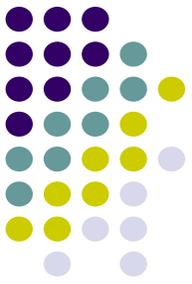
**ALIMENTO**

# Posicionamento das formigas ao encontrarem um obstáculo

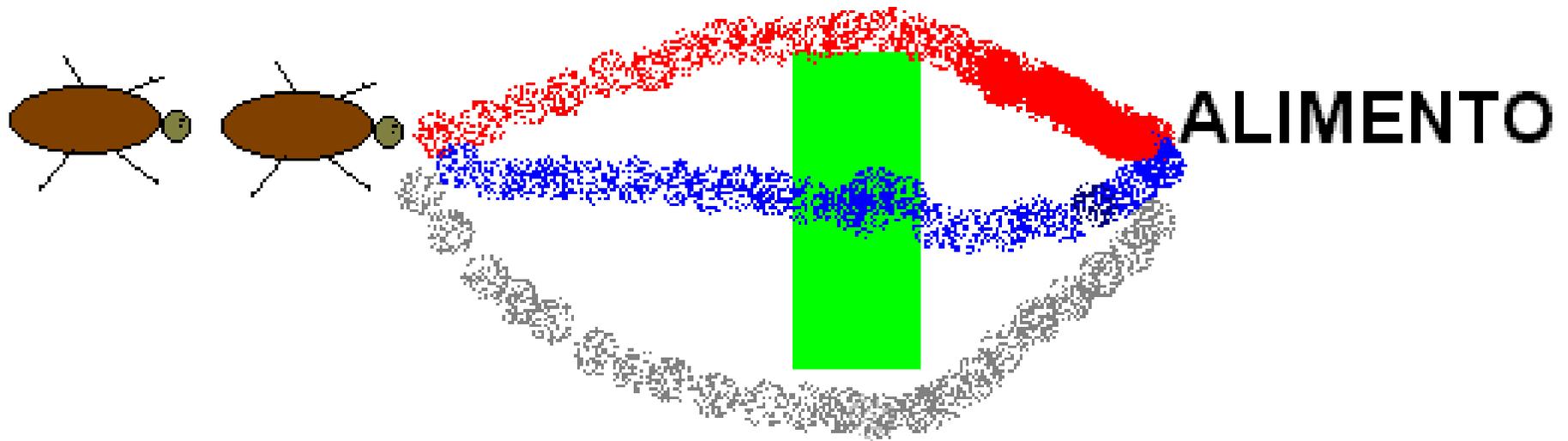


**ALIMENTO**

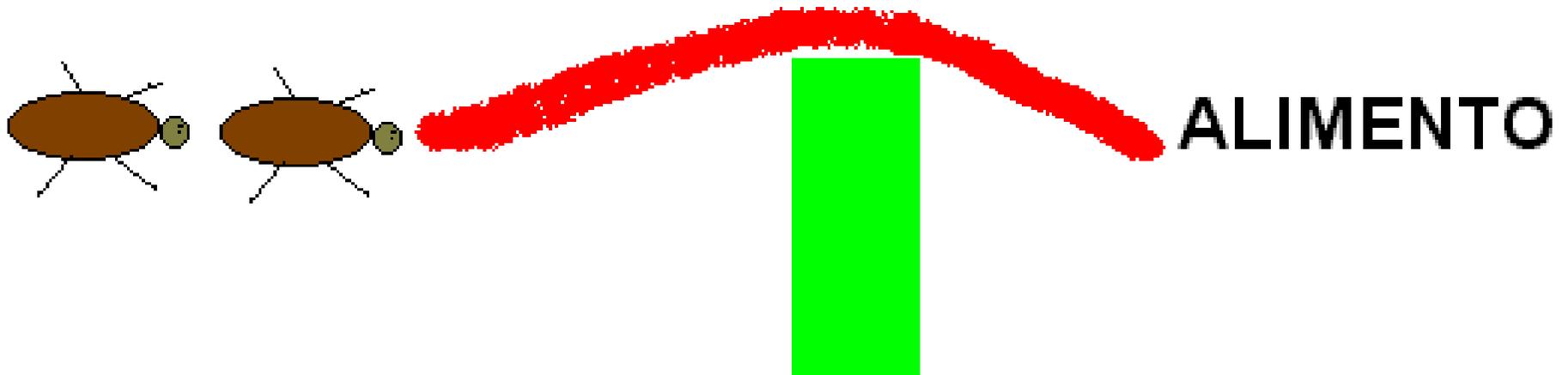
# Posicionamento das formigas ao encontrarem um obstáculo



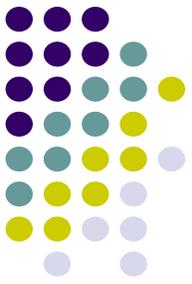
# Posicionamento das formigas ao encontrarem um obstáculo



# Rota final das formigas após um certo tempo



# Colônia de Formigas aplicada ao Problema do Caixeiro Viajante



- ✓ Considera-se um conjunto de  $m$  formigas, cada qual localizada em uma certa cidade
- ✓ Pressuposto: Considerando o efeito da presença simultânea de muitas formigas, então cada uma contribuirá com uma parte da distribuição de feromônio. Bons conjuntos de arcos serão utilizados por muitas formigas e, portanto, receberão uma quantidade maior de feromônio
- ✓ Aproximação para o modelo computacional: formigas deixam o feromônio em cada arco visitado após chegar ao destino (na vida real as formigas deixam o feromônio **durante** o movimento e não **após** chegar ao seu destino)

# Colônia de Formigas aplicada ao Problema do Caixeiro Viajante



- ✓ Funcionamento do método: superposição concorrente de  $m$  procedimentos usando uma única formiga
- ✓ Cada formiga atua como segue:
  - a) Em cada passo uma formiga escolhe uma cidade para mover-se dentre aquelas ainda não visitadas
  - b) A probabilidade de escolher o arco  $(i,j)$  é diretamente proporcional à quantidade  $\Gamma_{ij}$  de **feromônio** no arco  $(i,j)$  e inversamente ao comprimento  $d_{ij}$  do arco

# Colônia de Formigas aplicada ao Problema do Caixeiro Viajante



Essa probabilidade de a formiga  $k$  sair da cidade  $i$  em direção à cidade  $j$  é calculada como:

$$P_{ij}^k = \frac{[\Gamma_{ij}]^\alpha \times [\eta_{ij}]^\beta}{\sum_{l \in N_i^k} [\Gamma_{il}]^\alpha \times [\eta_{il}]^\beta} \quad \forall j \in N_i^k$$

sendo:

$\eta_{ij} = 1/d_{ij}$  : representa a informação heurística

$\Gamma_{ij}$  : quantidade de feromônio no arco  $(i,j)$

$N_i^k$ : conjunto das cidades ainda não visitadas pela formiga  $k$

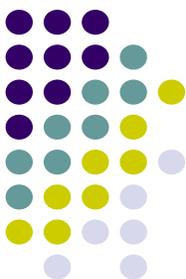
$\alpha$ : parâmetro que define a influência da trilha de feromônio

$\beta$ : parâmetro que define a influência da informação heurística

# Colônia de Formigas aplicada ao Problema do Caixeiro Viajante



- d) A formiga lembra-se de cada cidade já visitada
- e) Após uma rota ser completada, a formiga deixa uma trilha  $\Delta\Gamma_{ij}$  (uma certa quantidade de feromônio) em cada arco  $(i, j)$  da rota (Para os arcos que não pertencem à rota  $\Delta\Gamma_{ij} = 0$ )
- f) Considera-se a evaporação de feromônio em cada arco  $(i, j)$ , tomando-se um fator  $\rho$  de evaporação, com  $\rho < 1$ , dado por:  $\Gamma_{ij} \leftarrow \rho \times \Gamma_{ij} + \Delta\Gamma_{ij}$



**procedimento** *ColoniaFormigas*

- 1 Seja  $Q$  e  $\Gamma_0$  constantes;  
 $f^* \leftarrow \infty$ ;
  - 2 Faça  $\Delta\Gamma_{ij} \leftarrow 0$  e  $\Gamma_{ij} \leftarrow \Gamma_0$  para todo arco  $(i, j)$ ;
  - 3 Para (cada formiga  $k = 1, \dots, m$ ) faça
    - (a) Selecione a cidade inicial para a  $k$ -ésima formiga
    - (b) Obtenha uma rota  $R^k$  para cada formiga  $k$
    - (c) Seja  $L^k$  o comprimento da rota  $R^k$
    - (d) se ( $L^k < f^*$ ) então  $s^* \leftarrow R^k$  e  $f^* \leftarrow f(s^*)$
    - (e) Calcule a quantidade de rastro deixado pela formiga  $k$ :  
se (arco  $(i, j)$  pertence à rota  $R^k$ )  
então  $\Delta\Gamma_{ij}^k \leftarrow d_{ij} \times Q/L^k$   
senão  $\Delta\Gamma_{ij}^k \leftarrow 0$   
fim-se
    - (f) Faça  $\Delta\Gamma_{ij} \leftarrow \Delta\Gamma_{ij} + \Delta\Gamma_{ij}^k$
  - 4 fim-para;
  - 5 Faça  $\Gamma_{ij} \leftarrow (1 - \rho) \times \Gamma_{ij} + \Delta\Gamma_{ij} \quad \forall (i, j)$
  - 6 se (a melhor rota  $s^*$  não foi alterada nas últimas *IterMax* iterações)
  - 7 então *PARE*:  $s^*$  é a melhor solução
  - 8 senão Retorne ao Passo 3
  - 9 fim-se
- fim** *ColoniaFormigas*;

# Colônia de Formigas aplicada ao Problema do Caixeiro Viajante



- Aperfeiçoamentos com relação à atualização da quantidade de feromônio  $\Gamma_{ij}$  depositada em cada arco:

- 1) 
$$\Gamma_{ij} \leftarrow (1 - \rho) \times \Gamma_{ij} + \rho \times \Delta\Gamma_{ij}^{best} \quad \forall (i, j)$$

- $\Delta\Gamma_{ij}^{best}$ : trilha de feromônio deixada pela formiga que produziu a melhor solução

- 2) Somente as formigas associadas às  $w-1$  melhores rotas ( $w < m$ ) e à melhor rota global podem depositar feromônio:

$$\Gamma_{ij} \leftarrow (1 - \rho) \times \Gamma_{ij} + \sum_{r=1}^{w-1} ((w - r) \times \Delta\Gamma_{ij}^r) + w \times \Delta\Gamma_{ij}^{gb} \quad \forall (i, j)$$

- $\Delta\Gamma_{ij}^{gb}$  : trilha de feromônio deixada pela formiga que produziu a melhor solução global até então