

Universidade Federal de Ouro Preto  
Departamento de Computação  
- PPGCC -  
Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação

Plano de Dissertação

Abordagens Exatas e Heurísticas para o  
Problema da Programação de Horários  
de Cursos Pós-matrícula

Aluno:  
George Henrique Godim da Fonseca  
([george@decea.ufop.br](mailto:george@decea.ufop.br))

Orientador:  
Haroldo Gambini Santos

Ouro Preto, Janeiro, 2012

# Abordagens Exatas e Heurísticas para o Problema da Programação de Horários de Cursos Pós-matrícula

Plano de Dissertação apresentado ao Curso de Pós-Graduação em nível de Mestrado em Ciência da Computação do PPGCC - Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação da Universidade Federal de Ouro Preto.

Ouro Preto, Janeiro, 2012.

---

Aluno - George Henrique Godim da Fonseca

---

Orientador - Haroldo Gambini Santos

---

Co-orientador - Marcone Jamilson Freitas Souza

# 1 Plano de Dissertação

Nesta proposta será apresentada a descrição do projeto de dissertação do discente George Henrique Godim da Fonseca, matrícula XXXXXXXX. O objetivo central desse plano é orientar o discente durante o curso de mestrado, para que sua conclusão seja em um tempo devido. Fica claro que tanto as descrições como também o cronograma do trabalho apresentado aqui não serão obrigatoriamente seguidos. A proposta está organizada da seguinte maneira: na Seção 2 há uma introdução à classe de problemas tratada e ao método proposto; na Seção 3 são apresentadas descrições dos problemas tratados; na Seção 4 apresentar-se-á um breve referencial teórico sobre Satisfazibilidade Proposicional; por fim, na Seção 5 é apresentada a metodologia prevista e na Seção 6, o cronograma que orientará a execução do trabalho.

## 2 Introdução

O Problema da Programação de Horários Escolares (PPHE) foi proposto por [12] e consiste em programar um horário escolar de modo que nenhuma turma ou professor participe de mais de uma aula no mesmo instante de tempo; além disso, o horário deve atender a outras restrições especificadas a priori. O Problema da Programação de Horários de Cursos Pós-matrícula pode ser considerado um subproblema do PPHE e trata situações do mundo real onde estudantes escolhem os conteúdos nos quais pretendem se matricular e o horário é construído baseado nas matrículas pretendidas. O referido problema trata ainda a alocação de salas, o que aumenta consideravelmente sua complexidade.

A programação de horários escolares tem sido alvo de diversas pesquisas nas áreas de Computação e Pesquisa Operacional. Em [20] são apresentadas algumas das razões para este interesse:

- Dificuldade de Resolução: encontrar um quadro de horários que satisfaça todos os interesses envolvidos é uma tarefa difícil, ademais, frequentemente, a simples construção de um quadro de horários válido já é uma tarefa complicada;
- Importância Prática: a confecção de um bom quadro de horários pode melhorar a satisfação do corpo docente e permitir que a instituição de ensino seja mais eficiente na gestão de seus recursos, além do mais, a programação adequada das atividades letivas permite um melhor desempenho dos alunos;
- Importância Teórica: o problema apresentado neste trabalho é classificado como  $\mathcal{NP}$ -Completo ou  $\mathcal{NP}$ -Difícil [10] e, progressos na solução de problemas desse tipo são um dos grandes objetivos das pesquisas correntes em computação, matemática e pesquisa operacional.

Normalmente, problemas dessa classe são resolvidos através de abordagens heurísticas, como Busca Tabu [19], *Simulated Annealing* [21], GRASP [18]

e Algoritmos Genéticos [4] [5]. Pretende-se propor um novo método que integra Satisfazibilidade Proposicional (SAT) e metaheurísticas para a solução das variantes do Problema da Programação de Horários Escolares propostos na II e III *International Timetabling Competition*. Até recentemente, era inviável resolver este tipo de problemas através de SAT. Porém, na última década, houve um grande avanço no projeto e implementação de resolvedores SAT que hoje são capazes de resolver fórmulas com centenas de milhares de variáveis de maneira eficiente [3]. Em [1] e em [9] pode-se encontrar relatos bem sucedidos da aplicação de Satisfazibilidade Proposicional a problemas dessa classe.

### 3 Problema da Programação de Horários de Cursos Pós-matrícula

Proposto pela II *International Timetabling Competition 2007*, o modelo de Programação de Horários Pós-matrícula (*Post Enrolment-based Course Timetabling*) objetiva a simular situações do mundo real onde estudantes escolhem os conteúdos em que gostariam de se matricular e o horário é construído de acordo com essas escolhas [17]. O modelo possui os seguintes dados de entrada:

- Um conjunto de  $n$  eventos para serem agendados em 45 espaços de tempo;
- Um conjunto de  $s$  salas, cada qual com uma capacidade específica, onde os eventos ocorrerão;
- Um conjunto de  $c$  características que são satisfeitas por algumas das salas e requisitadas pelos eventos;
- Um conjunto de  $e$  estudantes que frequentam diversas combinações diferentes de eventos;
- Um conjunto dos espaços de tempo disponíveis para cada um dos  $n$  eventos (ou seja, nem todos os eventos estarão disponíveis para todos os espaços de tempo).
- Um conjunto  $p$  de requisitos de precedência entre os eventos, que indicam que determinados eventos devem ocorrer antes de outros.

O objetivo é inserir cada um dos  $n$  eventos na programação de horários obedecendo às seguintes restrições fortes [17]:

1. Nenhum estudante deve ser agendado para atender mais de um evento ao mesmo tempo;
2. Em cada caso a sala deve ser grande o suficiente para acomodar todos os estudantes e deve satisfazer todos as características requeridas pelo evento;
3. Somente um evento deve ser agendado em cada sala a cada espaço de tempo;

4. Eventos devem ser agendados apenas aos espaços de tempo pré-definidos como disponíveis para esse eventos;
5. Onde especificado, eventos devem ser agendados para ocorrer na ordem correta ao longo da semana.

Adicionalmente às cinco restrições fortes dadas anteriormente, há ainda restrições fracas que devem ter seu atendimento maximizado como medida de qualidade da programação de horários [17]. Elas são dadas a seguir:

1. Estudantes não devem ser agendados para atender um evento no último espaço de tempo do dia (ou seja, espaços 9, 18, 27, 36 ou 45);
2. Estudantes não devem atender três (ou mais) eventos em espaços de tempo consecutivos no mesmo dia;
3. Estudantes não devem ser requisitados para atender a apenas um evento em um dia.

## 4 Satisfazibilidade Proposicional

O problema da Satisfazibilidade Proposicional (SAT) consiste em determinar uma atribuição de valores às variáveis de uma fórmula da lógica proposicional de maneira a tornar esta fórmula verdadeira. Usualmente instâncias deste problema são representadas por fórmulas na forma normal conjuntiva, que possui a seguinte definição indutiva:

- Os valores lógicos  $\top$  (verdadeiro) e  $\perp$  (falso) são fórmulas na forma normal conjuntiva.
- Os literais  $\alpha$  e  $\neg\alpha$  são fórmulas na forma normal conjuntiva, onde  $\alpha$  é uma variável da lógica proposicional.
- Uma disjunção  $l_1 \vee l_2 \vee \dots \vee l_n$ , onde cada  $l_i$  é um literal, é uma fórmula na forma normal conjuntiva. Dá-se o nome de cláusula a uma disjunção de literais.
- Se  $\alpha$  e  $\beta$  são duas fórmulas na forma normal conjuntiva, então  $\alpha \wedge \beta$  é uma fórmula na forma normal conjuntiva. Uma fórmula na forma normal conjuntiva consiste de uma conjunção de cláusulas.

### 4.1 Algoritmo DPLL

A maioria dos resolvidores SAT, inclusive o utilizado no trabalho, implementam o algoritmo DPLL (Davis e Putman [7] e Loveland and Logemann [6]) para solução do problema da Satisfazibilidade Proposicional. Segundo [22], o algoritmo DPLL tem dois componentes básicos:

- Propagação pelas unitárias; e

- Escolha de literal a receber valor.

A propagação pelas unitárias é inspirada no fato de que uma cláusula unitária (aquela com um único literal),  $L$ , força a atribuição de  $\top$  (verdadeiro) a  $L$ , se  $L$  for positivo; ou de  $\perp$  (falso) a  $L$ , se  $L$  for negativo. Ao se fazer isso, toda cláusula que contenha o literal pode ser considerada como satisfeita e os literais complementares podem ser retirados das cláusulas restantes (já que  $\neg L = \perp$ ). Esta última providência pode fazer com que apareçam novas cláusulas unitárias, o que justifica aplicar repetitivamente o processo enquanto possível. Tal processo, frequentemente denominado BCP (*Boolean Constraint Propagation*), está especificado no algoritmo da Figura 1 [22].

```

propague ( fórmula )
1.  enquanto fórmula contém cláusula unitária  $L$  faça
2.      fórmula  $\leftarrow$  resultado de remover de fórmula toda cláusula que contém  $L$ ;
3.      se fórmula = { } então
4.          retorne verdadeiro;
5.      fim-se
6.      para cada cláusula  $C$  de fórmula que contém  $\neg L$  faça
7.           $C' \leftarrow C - \{ \neg L \}$ ;
8.          se  $C = \{ \}$  então
9.              retorne falso;
10.         fim-se
11.         fórmula  $\leftarrow$  resultado de substituir, em fórmula,  $C$  por  $C'$ 
12.     fim-para
13. fim-enquanto
14. retorne fórmula;
fim

```

Figura 1: Propagação por Cláusulas Unitárias [22]

O outro componente básico é a escolha do literal a receber valor. No algoritmo DPLL original não é especificada nenhuma política específica de escolha. A escolha será expressa pelo pseudocomando “escolha um literal em fórmula”. Escolhido o literal, primeiro tenta-se atribuir o valor  $\top$  ao literal, depois  $\perp$ , como mostra a Figura 2 [22].

## 5 Metaheurísticas

Métodos metaheurísticos, como *Simulated Annealing* [16], *Variable Neighborhood Search* [14] [15] e Busca Tabu [11] [13] são capazes de encontrar soluções boas, e, em alguns casos ótimas, em um tempo de processamento viável, mesmo para instâncias grandes de problemas  $\mathcal{NP}$ -Difícil, em detrimento dos métodos exatos.

```

procedimentoDPLL ( fórmula )
1.  fórmula ← propague(fórmula);
2.  se fórmula = T então
3.      retorne verdadeiro;
4.  senão-se fórmula = ⊥
5.      retorne falso;
6.  fim-se
7.      L ← escolha um literal em fórmula;
8.  se procedimentoDPLL(fórmula ∧ L) então
9.      retorne verdadeiro;
10. senão
11.     retorne procedimentoDPLL(fórmula ∧ ¬L);
12. fim-se;
fim

```

Figura 2: Algoritmo DPLL [22]

Nesse sentido, pretende-se aplicar heurísticas de busca local para explorar a vizinhança de soluções encontradas a partir da solução do problema SAT. Métodos baseados em SAT podem encontrar soluções iniciais de qualidade rapidamente [9], constituindo um diferencial do presente trabalho em relação a trabalhos que utilizam GRASP [8] ou outros procedimentos para a geração de soluções iniciais.

## 6 Metodologia Prevista

Neste trabalho serão implementadas modelagens dos problemas abordados para fórmulas da lógica proposicional capazes de modelar suas restrições. Essas fórmulas serão submetidas ao resolvidor SAT4J [2] para a obtenção das soluções aos problemas. Posteriormente, implementar-se-á métodos metaheurísticos para a exploração da vizinhança das soluções geradas pelo resolvidor SAT.

Ao final os resultados obtidos serão comparados a outros trabalhos da II *International Timetabling Competition* e outros da literatura. Desse modo, uma possível estrutura para a dissertação é:

1. Introdução. Apresentação da motivação e dos objetivos do trabalho;
2. Programação de Horários de Cursos Pós-matrícula. Apresentação do modelo do problema abordado;
3. Revisão da Literatura. Capítulo que apresentará o Problema da Satisfazibilidade Proposicional, o Algoritmo DPLL e as metaheurísticas que vierem a ser empregadas;
4. Solução Proposta. Elucidação das codificações de cada problema para

fórmulas da lógica proposicional e eventuais heurísticas que forem aplicadas;

5. Resultados Experimentais. Capítulo que contém os resultados da abordagem proposta e comparações a outros trabalhos da literatura;
6. Considerações Finais. Apresentação das principais conclusões às quais o trabalho levou e de sugestões para trabalhos futuros.

## 7 Cronograma

O cronograma é dividido em duas etapas:

1. Solução dos problemas abordados. Nessa etapa serão desenvolvidas as modelagens e codificações dos problemas para o Problema da Satisfazibilidade Proposicional e as metaheurísticas de busca local. A execução de experimentos computacionais e a redação de artigos científicos também estão previstos para esta etapa. Esta fase tem o término previsto para 1º de novembro de 2012. Caso ainda não tenha sido tratado um ou dois dos últimos problemas previstos, conforme mencionado na Seção 3, os mesmos serão descartados da dissertação.
2. Defesa da dissertação. Nessa etapa concentram-se os esforços no intuito de finalizar o trabalho. A elaboração da dissertação poderá ser realizada em poucas semanas uma vez que se baseará no(s) artigo(s) publicado(s) na etapa 1. A data da defesa está prevista para 4 de dezembro de 2012. Há uma margem de tempo para eventuais imprevistos e para detalhes logísticos acerca do término dos trabalhos.

A Figura 3 apresenta o cronograma do projeto.

## Referências

- [1] R. A. Achá and R. Nieuwenhuis. Curriculum-based course timetabling with sat and maxsat. In *Proceedings of the 8th International Conference on the Practice and Theory of Automated Timetabling. Belfast, UK*, pages 1 : 42–57. 2010.
- [2] D. L. Berre and A. Parrain. The sat4j library, release 2.2. In *Journal on Satisfiability, Boolean Modeling and Computation*, pages 59–64. 2010.
- [3] A. Biere, M. Heule, H. V. Maaren, and T. Walsh. *A history of Satisfiability*. Handbook of Satisfiability, IOS Press, Amsterdam, Netherlands, p. 3–35, 2009.
- [4] E. K. Burke and S. Petrovik. Recent directions in automated timetabling. In *European Journal of Operational Research*, page 140 : Issue 2. 2002.
- [5] A. Colorni, M. Dorigo, and V. Maniezzo. Metaheuristics for high school timetabling. In *Computational Optimization and Applications*, page 3 : Issue 3. 1998.
- [6] M. Davis, G. Logemann, and D. Loveland. A machine program for theorem proving. In *Communications of the ACM*, pages 5 : 394–397. 1961.
- [7] M. Davis and H. Putnam. A computing procedure for quantification theory. In *Journal of the Association for Computing Machinery*, pages 7(3); 201–215. 1960.
- [8] T.A. Feo and M.G.C. Resende. Greedy randomized adaptive search procedures. In *Journal of Global Optimization*, pages 6, 109–133. 1995.
- [9] G. H. G. Fonseca, R. G. Ribeiro, and F. V. C. Martins. *Uma Abordagem Híbrida de SAT e Busca Tabu para o Problema da Programação de Horários Escolares*. XLIII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, Ubatuba, 2011.
- [10] M. R. Garey and D. S. Johnson. *Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP-Completeness*. Freeman, San Francisco, CA, USA, 1979.
- [11] F. Glover. Future paths for integer programming and links to artificial intelligence. In *Computers and Operations Research*, pages 5, 553–549. 1986.
- [12] C. C. Gotlieb. The construction of class-teacher time-tables. In *Proc. IFIP Congress, Munich, North Holland Pub. Co.*, pages 73–77. 1963.
- [13] P. Hansen. *The steepest ascent mildest descent heuristic for combinatorial programming*. In: Congress on Numerical Methods in Combinatorial Optimization, Capri, Italy, 1986.

- [14] P. Hansen and N. Mladenović. Variable neighborhood search: Methods and recent applications. In *In: Proceedings of the Third Metaheuristics International Conference, Angra dos Reis, Brazil*, pages 275–280. 1999.
- [15] P. Hansen and N. Mladenović. Variable neighborhood search: Principles and applications. In *European Journal of Operational Research*, pages 130, 449–467. 2001.
- [16] S. Kirkpatrick, D. C. Gellat, and M. P. Vecchi. Otimization by simulated annealing. In *Science*, pages 202, 671–680. 1983.
- [17] R. Lewis, B. Paechter, and B. McCollum. *Post Enrolment based Course Timetabling: A Description of the Problem Model used for Track Two of the Second International Timetabling Competition*. Cardiff Working Papers in Accounting and Finance A2007-3. Prifysgol Caerdydd/ Cardiff University, Wales, 2007.
- [18] H. G. Santos, L. S. Ochi, L. M. A. Drummond, and M. J. F. Souza. *GRASP with Data Mining for The School Timetabling Problem*. Two Days on Combinatorial Optimization: A Bridge Between Rio and Niterói, Rio de Janeiro, 2003.
- [19] H. G. Santos, L. S. Ochi, and M. J. F. Souza. A tabu search heuristic with efficient diversification strategies for the class/teacher timetabling problem. In *ACM Journal of Experimental Algorithmics*, pages 10 : 2–9. 2005.
- [20] H. G. Santos and M. J. F. Souza. Programação de horários em instituições educacionais: formulações e algoritmos. In *XXXIX Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, Fortaleza, Anais do XXXIX SBPO, Rio de Janeiro : SOBRAPO*, pages 1 : 2827–2882. 2007.
- [21] M. J. F. Souza. *Programação de Horários em Escolas Uma Aproximação por Metaheurísticas*. D.Sc.'s thesis, COPPE/UFRJ, Engenharia de Sistemas e Computação, Rio de Janeiro, 2000.
- [22] N. J. Vieira. *Lógica aplicada à computação*. Material didático, 2006.

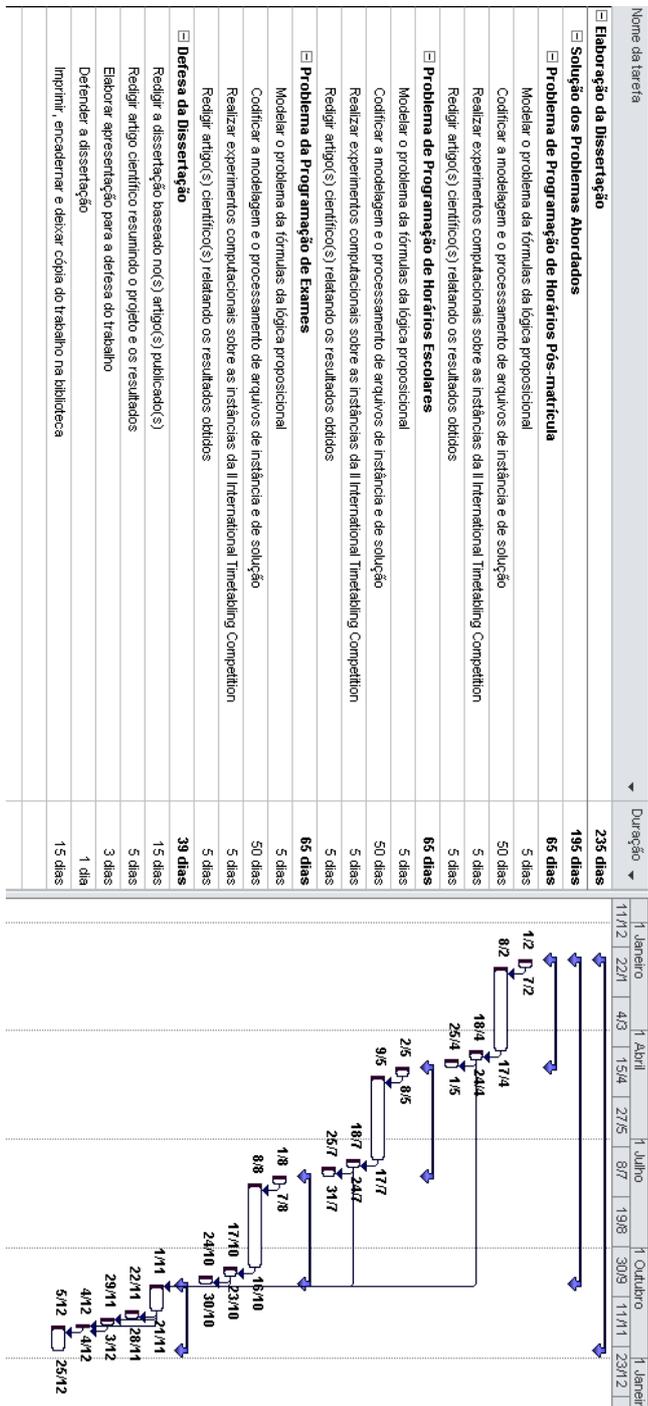


Figura 3: Cronograma do projeto de elaboração da dissertação