UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO
INSTITUTO DE CIENCIAS EXATAS E APLICADAS

LUIZ GUSTAVO MOURA FERREIRA

FORMULAÇÕES PARA AGENDAMENTO DE COMPETIÇÕES ESPORTIVAS

João Monlevade
2016

LUIZ GUSTAVO MOURA FERREIRA

FORMULAÇÕES PARA AGENDAMENTO DE COMPETIÇÕES ESPORTIVAS

Monografia apresentada ao curso Sistemas de Informação do Instituto de Ciências Exatas e Aplicadas, da Universidade Federal de Ouro Preto, como requisito parcial para aprovação na Disciplina “Trabalho de Conclusão de Curso II”.

Orientador: George Henrique Godim da Fonseca

João Monlevade

2016

Ficha catalográfica: elaborada pela biblioteca (opcional para TCC)

Será impressa no verso da folha de rosto e não deverá ser contada.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E APLICADAS
COLEGIADO DE …

ATA DE DEFESA

Aos XX dias do mês de XXXXXXXX de 20XX, às XX horas e YY minutos, no [local da defesa], foi realizada a defesa de Monografia pelo aluno **[nome completo do aluno],** sendo a Comissão Examinadora constituída pelos professores: Prof. [titulação máxima abreviada e nome completo], Prof. [titulação máxima abreviada e nome completo] e Prof. [titulação máxima abreviada e nome completo]. O candidato apresentou a monografia intitulada: *"[título da monografia]".* A comissão examinadora deliberou, por unanimidade, pela aprovação do candidato, concedendo-lhe o prazo de 15 dias para incorporação no texto final das alterações sugeridas. Na forma regulamentar, foi lavrada a presente ata que é assinada pelos membros da Comissão Examinadora e pelo formando.

João Monlevade, XX de XXXXXXXX de 20XX.

Prof. [titulação máxima abreviada e nome completo]
Professor Orientador/Presidente

Prof. [titulação máxima abreviada e nome completo]
Professor Convidado

Prof. [titulação máxima abreviada e nome completo]
Professor Convidado

[nome completo do aluno]
Formando

DEDICATÓRIA

Dedico

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer a todos que participaram da minha caminhada durante longos anos de jornada até a formação acadêmica, agradeço ao meu amigo e orientador George Godim da Fonseca pela oportunidade de trabalharmos juntos na construção deste trabalho e pela sua orientação, estendo também meus agradecimentos ao meu coorientador e amigo Paganini Barcelos pela confiança e auxilio ao término do meu trabalho.

Agradeço a minha família, namorada e amigos que sempre me apoiaram e me trouxeram bastante confiança e alegria para que pudesse caminhar e chegar até meu objetivo.

*** As dificuldades não tornam os caminhos
mais doloridos, mas a vitória mais empolgante,
pois é persistindo que alcançamos o êxito ***

RESUMO

Encontrar um calendário para competições esportivas é uma tarefa de grande importância econômica, pois as diversas viagens realizadas pelas equipes geram altos gastos de transporte e alto desgaste dos atletas. O (TTP) Traveling Tournament Problem, é um problema de otimização combinatória da classe dos NP-difíceis que visa encontrar o melhor calendário para competições esportivas visando reduzir custos e manter campeonatos mais competitivos, devido ao menor desgaste e custos durante o campeonato. Para tal o objetivo é minimizar a distância total viajada pelas equipes. Propõe-se no trabalho uma formulação para minimizar os custos levando-se em conta as variações do TTP para problemas Double round Robin e Double round Robin Irrestrito e Double Round Robin Mirrored, comparando os resultados de ambos os modelos e do modelo espelhado, utilizando as instancias do campeonato internacional .O modelo é baseado em conjuntos independentes de grafos de conflitos. Para avaliar as formulações foram utilizados dados de problemas reais bem conhecidos da literatura obtidos no Challenge Traveling Tournament Instances. Com a realização dos experimentos pode-se comparar o tamanho do problema gerado de cada variação e os respectivos valores de LB e UB.

Palavras-chave: Traveling Tournament Problem. Double Round Robin. Otimização Combinatória. Irrestrito.

ABSTRACT

Find a calendar for sporting events is a task of great economic importance because the various trips made by the teams generate high transport costs and high wear of the athletes. The (TTP) Traveling Tournament Problem, is a combinatorial optimization problem of the class of NP-hard aimed at finding the best schedule for sports competitions to reduce costs and maintain more competitive championships, due to less wear and costs during the championship. To this end the goal is to minimize the total distance traveled by the teams. It is proposed in the work a formulation to minimize costs, taking into account the TTP variations for Double round problems Robin and Double round robin Unrestricted and Double Round Robin Mirrored comparing the results of both models and mirrored model using the instances of international Championship .The model is based on independent sets of graphs conflicts. To evaluate the formulations were used data from well-known real problems of literature obtained in the Challenge Traveling Tournament Instances. With the experiments can compare the size of the problem generated each variation and their LB and UB values.

Keywords: Traveling Tournament Problem. Double Round Robin. Combinatorial Optimization. Unrestricted.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE ABREVIATURAS

TTP	-	Traveling Tournament Problem
LB	-	Lower Bound
UB	-	Upper Bound
Cols	-	Variaveis
Rows	-	Restrições

SUMÁRIO

1 Introdução

1.1 Problema

O problema de agendamento de competições esportivas consiste em encontrar uma tabela de confrontos entres os times participantes do campeonato de forma a minimizar os custos operacionais para as delegações e o desgaste dos atletas e promover equidade aos participantes, levando-se em conta vários fatores para a realização do ideal agendamento das partidas. O agendamento de partidas em competições esportivas possui grande importância teórico devido a se tratar de um problema NP-Difícil, ~~provado por~~ Westphal, Clemens (2011) ~~e~~ não existe algoritmo em execução polinomial para resolvê-lo.

Encontrar um calendário ideal para as competições diminuindo a distância percorrida entre as equipes é essencial, pois além de diminuir os gastos financeiros com viagens, também reduz o cansaço dos atletas, e uma vez que tais competições geram lucro para as equipes, as reduções desses custos podem refletir em campeonatos mais competitivos. Easton, Nemhauser e Trick (KIM, 2012, apud,p. 5), afirmam que o objetivo do TTP é encontrar um calendário do torneio Double-Robin para minimizar a distância total percorrida pelas equipes, satisfazendo, ao mesmo tempo, as restrições específicas de cada torneio.

Para tal o modelo descrito neste trabalho se baseia em conjuntos independentes de grafos, essa técnica se baseia em que grafos específicos têm características de conflitos comuns entre as suas variáveis, no entanto, os objetivos de cada um são diferentes, ou seja partidas que possuem times em comum serão conflitantes e não poderão ser alocadas na mesma rodada.

~~Neste trabalho é utilizado instâncias do *Challenge Traveling Tournament*, e será utilizado o modelo Double Round Robin Scheduling para o torneio com o intuito de encontrar a menor distância a ser percorrida.~~

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo geral

O presente trabalho tem como objetivo solucionar o Problema de Agendamento de Competições Esportivas de forma exata através de Programação Linear Inteira Mista (PLIM). Adaptações à formulação serão feitas de modo a cobrir algumas variações do problema, como ~~turno único ou turno e returno~~, com ou sem restrição de sequência de jogos em casa ou fora e com distâncias reais ou uniformes. A modelagem do problema visa avaliar a efetividade do modelo matemático ~~para abordagens~~ que constituem o estado da arte na literatura.

1.2.2 Objetivos específicos

Como objetivos específicos do trabalho, pode-se citar:

- Avaliar métodos exatos de solução para o Problema de Agendamento de Competições Esportivas;
- Desenvolver modelos matemáticos para variações do problema; e
- Avaliar a dificuldade de resolução dessas variações.

1.4 Estrutura do trabalho

O presente trabalho está organizado em 6 Capítulos. O Capitulo 2 terá a fundamentação teórica do trabalho, como o uso de programação inteira de otimização combinatória para a solução de problemas, metodologias abordadas para a resolução do problema. ~~O Capitulo 3 abordará o problema do agendamento das competições esportivas do *Challenge Traveling Tournament* tais como suas restrições, estrutura de representação, modelagem utilizada, descrição do problema e função objetivo~~. O Capitulo 4 apresenta as instâncias utilizadas, os experimentos computacionais realizados e uma discussão dos resultados obtidos ~~após a implantação da modelagem~~. O Capitulo 5 serão apresentadas as considerações finais e trabalhos futuros.

2 Conceitos gerais e revisão da literatura

2.1 Programação Linear e Programação Inteira

De acordo com Hiller e Lieberman (2010), a programação linear é um grande e importante avanço tecnológico, pois desde sua criação em meados do século XX, chegando aos dias atuais vem economizando muito dinheiro para diversas empresas de países industrializados.

Para MARTINS (2013) o objetivo da programação linear é conseguir encontrar a melhor solução entre um conjunto com várias soluções e para esta é dado o nome de solução ótima, e no que se refere ao termo linear, é devido às equações do modelo referido serem lineares. A melhor solução é definida de acordo com o problema, caso seja de maximização a solução refere-se ao maior valor encontrado da função objetivo, e caso seja um problema de minimização refere-se ao menor valor de função objetivo encontrado, lembrando que uma série de equações lineares compõe o modelo.

A estrutura de programação linear é utilizada nos problemas de otimização para descrever o problema e resolve-lo. A estrutura permite que se possa especificar, um conjunto de variáveis de decisão, conjunto de restrições às quais serão aplicadas sobre essas variáveis e um objetivo linear. A estrutura geral de problemas de programação linear é dada a seguir:

Objetivo:	minimizar $c'x$
Restrições:	$A\,x = b$ (Restrições Lineares)
	$l \leq x \leq u$ (Restrições de limite)

Como vemos acima, x é um vetor que representa as variáveis de decisão, c a função objetivo linear, a equação Ax = b especifica as restrições lineares em x, l e u são os limites inferior e superior em x. (GUROBI, 2015).

2.1.1 Algoritmo Simplex

Proposto por Dantzig ~~G.~~(1947), o simplex foi o primeiro algoritmo para resolver problemas de programação linear. Apesar do tempo de existência deste algoritmo ele ainda continua sendo um dos métodos mais confiáveis e eficientes para resolver problemas lineares ~~até hoje~~. Uma alternativa a este método é o método de barreira ou de pontos interiores. Os métodos que utilizam pontos interiores têm beneficiado muito os recentes avanços na arquitetura de computadores, podendo assim incluir processadores multi-core e instruções SIMD sets, e são geralmente considerados como sendo mais rápido do que simplex para a resolução de problemas de PL a partir do zero. Porém, mesmo com a existência de diversos modelos de Programação linear, e as diversas maneiras em que são utilizados, na prática nenhum algoritmo domina o outro. Ambos são importantes na programação linear computacional (GUROBI, 2015).

O algoritmo simplex utiliza-se de ferramentas baseadas na álgebra linear para determinar através de métodos iterativos a melhor solução de Problema de Programação Linear (PPL). Sua geração inicial e simples e consequentemente eficiente, o algoritmo parte de uma solução viável dentro do sistema de equações que formam as restrições do Problema linear, que normalmente é um vértice. A partir da solução inicial o algoritmo busca por novas soluções viáveis de valor igual ou melhor que a atual solução. Basicamente o algoritmo possui dois critérios de escolha, um que permite encontrar sempre novos e melhores vértices do problema, e outro para verificar se o vértice que foi escolhido é ou não ótimo (GOLDBARG, LUNA , 2005).

2.1.2 *Branch and Bound*

Os problemas onde as variáveis de decisão são inteiras são classificados como Programação Inteira, e uma das técnicas utilizadas para resolver esse tipo de problema é o método *Branch-and-Bound.*

O ~~método denominado de *Branch-and-Bound*~~ se baseia na ideia de desenvolver uma enumeração inteligente de todos pontos que podem vir a serem solução ótima inteira de um dado problema. O termo *branch* se refere ao fato de que este método utiliza o espaço das soluções e efetua partições nele. O termo *bound* mostra que para se chegar na solução ótima utiliza-se de limites calculados ao longo da enumeração. (GOLDBARG, LUNA , 2005).

Para exemplificar Goldbarg, Luna (2005) utilizam o seguinte problema:

Maximizar $z = 5x_1 + 8x_2$

sujeito a:

$x_1 + x_2 \leq 6$

$5x_1 + 9x_2 \leq 4$

$x_1, x_2 \in Z+$

Para esse exemplo podemos verificar que a solução ótima do problema é encontrada em: $x_1 = \frac{9}{4}$, $x_2 = \frac{15}{4}$ levando a $z = \frac{41}{4}$. Partindo da ideia de separar a envoltória convexa em relação à x_2 podemos organizar a equação desta forma:

$$x_2 \geq \frac{15}{4} + 1 \geq 4 \quad x_2 \leq \frac{15}{4} \leq 3$$

A equação anterior produz duas restrições disjuntivas que, ao serem acrescidas ao problema original geram dois novos problemas que não mais possuem a solução ótima contínua. Com isso, o problema original será reduzido a dois novos problemas, que são:

(P1) Maximizar $z = cx$ sujeito a: $A_x \leq b$ $x_i \lfloor x_i^0 \rfloor$ $X_i \in \mathbb{Z}$	(P2) Maximizar $z = cx$ sujeito a: $A_x \leq b$ $x_i \lfloor x_i^0 \rfloor + 1$ $X_i \in \mathbb{Z}$

Quadro 2.1 – Dois novos problemas P1 e P2

Com essa estratégia de separação cria novos e menores problemas que, serão de mais fácil solução. Neste exemplo, o problema (P) é separado em outros dois problemas (P1) e (P2) sendo x_2 a variável escolhida para separação. Na árvore da Figura 2.1, cada nível representa uma separação ou *branch* em relação a uma variável.

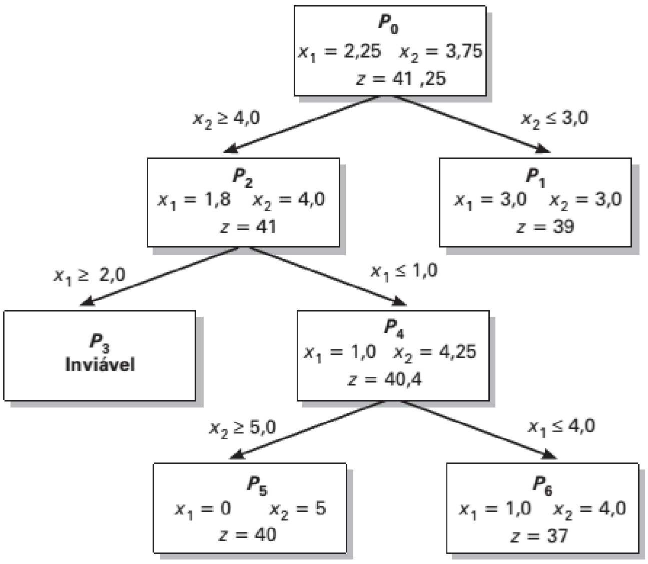

Figura 2.1 – Árvore Branch do exemplo. (GOLDBARG, LUNA , 2005, p. 182).

Para entender efeito do *bound*, suponha sequência de *branchs* da Figura 2.1, deixando de solucionar os problemas marcados:

Como (P4), um problema com solução contínua, possui Z = 40, 4 e (P5), um problema com solução inteira, possui Z = 40, o problema (P6) não precisa mais ser solucionado, pois entre 40, 4 e 40 não existe outra solução inteira melhor que 40 (40 ≤ z_0^* ≤40,4) O problema (*P*2), com z = 41 pode dar origem, contudo, ainda a um problema com uma solução inteira de valor 41 (40 ≤ z_0^* ≤41), o que obriga ao desenvolvimento de (*P*3). A redução pelo (*bound*) de apenas um vértice da árvore de do exemplo parece pequena, mas temos que levar em conta que esse problema também é pequeno. Na realidade, a simplificação do limite inferior (ou superior no problema de minimização) tem poder significativo, sendo muito útil no processo de solução do problema.

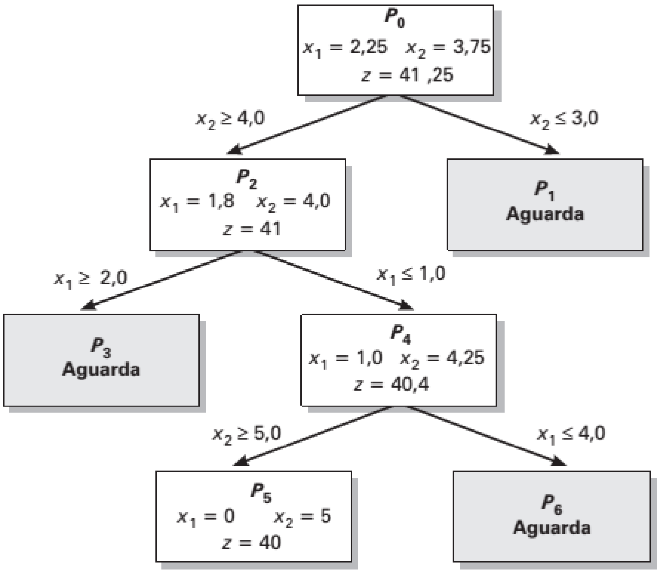

Figura 2.2 – Efeito de redução do *Bound* (GOLDBARG, LUNA , 2005, p. 183).

2.2 Trabalhos relacionados

O problema do agendamento de partidas por se tratar de um problema NP-difícil vem sendo bastante pesquisado, segundo Silva G.; Mine (2005), o Problema de Programação de Jogos de Competições Esportivas (PPJ), conhecida na literatura como sports timetabling ou Traveling Tournament Problem (TTP) é um problema pertencente à classe de problemas NP-difíceis. Dessa forma, a obtenção da melhor solução existente por meio de métodos de programação matemática, ditos exatos, está limitada, a problemas de pequenas dimensões.

O trabalho *de* Mine (2005) tambem aborda esse mesmo problema para o campeonato de futebol brasileiro com 24 equipes jogando turno e returno que se enquadra no problema (MTTP), porem para tal trabalho o autor utlizou de abordagem heuristica visto que a resolução por programação inteira não era viável para esse número de equipes.

Golçalves G. (2014), aborda o problema nas ligas americanas (MLB), e busca a partir disto metodos de otimização utilizando heuristicas para encontrar a solução objetivo e busca comparar com outras soluções já encontradas no intuito de melhorar a precisão.

Urrutia, Ribeiro e Melo (2007), propôs em seu trabalho, um método para determinar um lower bound melhor do que os conhecidos para o Traveling Tournament Problem. Aperfeiçoaram o *independent lower bound*, considerando as soluções ideais se as distâncias entre todos os pares de cidades eram constantes. Com o metodo conseguiram um novo lower Bound para o TTP, conseguindo melhorar os resultados para diversas referências da competição internacional, e o Benchmark do problema.

Easton , Nemhauser , e Trick (2003) abordaram o TTP através de uma aplicação paralelizada do metodo branch-and-price , em que o problema principal é resolvido por uma coluna geração e os subproblemas, resolvidos por programação de restrição. Não foi considerada neste metodo a restrição de repetidores, onde determina o número de partidas em casa ou fora de casa, conseguiu-se ~~resolver a~~ instancia NL8 em 4 dias, utilizando um computador de 20 processadores.

Em Cheung (2009) é utilizado a abordagem decomposição de Benders para obter limites mais baixos para o MTTP, propondo, adicionalmente um modelo de programação linear inteira mista. Melhores limites foram encontrados para as instâncias NL10 a NL16 e NFL16 a NFL24, exigindo de 3.5 a 22.5 dias de execução.

No trabalho de Carvalho, Lorena, (2012) há uma abordagem matemática para **o Mirrored Traveling Tournament Problem (MTTP) em** um campeonato de times onde há o espelhamento, ou seja os times jogam turno e returno e o objetivo é diminuir a distância percorrida entre as equipes nesta competição. O trabalho aborda um grafo no qual as arestas adjacentes representam partidas que não podem aconter na mesma rodada e a partir desse conjunto de arestas é calculada a função objetivo para o custo total percorrido. Para tal problema o autor utiliza-se de uma modelagem matemática para encontrar a melhor solução. O presente trabalho utiliza técnicas baseadas na mesma idéia, onde as partidas são definidas a partir de um conjunto de arestas que definem as rodadas, porém serão introduzidas modelagens para campeonatos round-robin onde não há espelhamento das partidas e as instâncias que serão utilizadas para experimentos serão do *Challenge Traveling Tournament*.

3 Problema do Agendamento de Competições Esportivas

Na literatura, o problema do agendamento de competições esportivas é conhecido como Travelling Tournament Problem (TTP), e tem como objetivo construir uma tabela dos confrontos entre as equipes de uma competição.

Para a geração das competições esportivas devemos levar em conta as diversas peculiaridades que ocorrem em cada campeonato e também a questão das distâncias percorridas entre as equipes, uma vez que são separadas geograficamente por grandes distâncias e necessitam se deslocar para a partida como visitante. Montar uma agenda de jogos é uma tarefa desafiadora, porém de grande valia.

O problema do agendamento de competições esportivas é de grande importância para instituições esportivas ao redor do mundo. Esse agendamento consiste em alocar todas as partidas de um campeonato seguindo as restrições de cada um, e buscar o menor percurso para as equipes. O problema de agendamento em questão consiste em:

- Uma partida é realizada entre duas equipes, sendo uma das equipes jogando em casa e a outra fora.
- Uma rodada consiste em um conjunto de partidas, onde não se podem coincidir partidas no mesmo local.

Em relação às restrições, temos:

- Não poderá haver mais do que três jogos em casa ou três jogos fora consecutivos para qualquer equipe;
- Double Round Robin, ou seja, rodadas duplas, onde um determinado time A jogará com um time B em sua casa, posteriormente jogarão novamente, só que com os mandos de campo invertidos;
- Para N equipes serão necessárias 2N-2 Rodadas;
- Para cada participante, a diferença do número de jogos em seu domínio e fora dele é zero, ou seja, jogará o mesmo número de partidas em casa e fora de casa;
- Não poderá haver jogos consecutivos entre as equipes, ou seja, se duas equipes X,Y se enfrentam na rodada R, isso não poderá ocorrer na rodada R+1, qualquer seja a configuração dessa partida;
- Cada equipe pode jogar apenas uma vez por rodada;
- Todas as equipes devem possuir o mesmo número de partidas;

3.1 Grafos de Conflito

A ideia do conflito de grafos é que os vértices representam instâncias que são adjacentes à outra somente se eles são conflitantes, ou seja, vértices representam partidas, que são adjacentes, e que devido ao fato de terem times em comum não podem ser programadas para a mesma rodada.

Supondo-se quatro times - CAM, FLA, PAL e INT, equipes de diferentes cidades brasileiras, que são respectivamente: Belo Horizonte, Rio de janeiro, São Paulo e Porto Alegre. Para este número de equipes podemos totalizar 12 pares ordenados de partidas que acontecerão em 6 rodadas distintas. Um exemplo do conflito de grafos é mostrado na Figura 3.1, onde podemos observar através das arestas adjacentes quais partidas podem ser programadas para a mesma rodada por não possuir conflitos entre esses times. De acordo com o grafo podemos observar que as partidas entre PAL x FLA e INT x CAM podem acontecer na mesma rodada, já que não há arestas conflitantes entre essas partidas, ~~e isso nos mostra que os conjuntos independentes de grafos representam as partidas que podem ser programadas para uma mesma rodada~~. Os modelos apresentados a seguir se baseiam na ideia de detecção de conjuntos independentes de grafos em conflito.

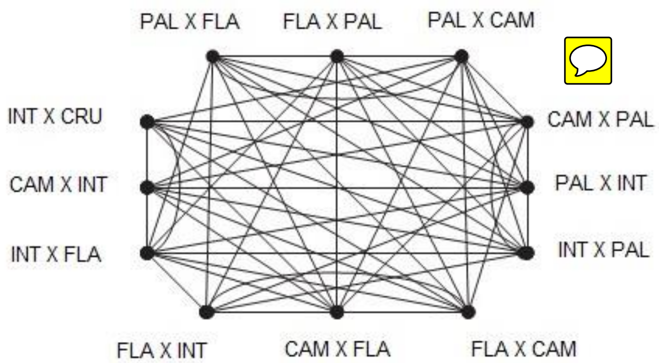

Figura 3.1 – Grafo de conflito

3.2 Modelo Double Round Robin Mirrored

Em (Carvalho, Lorena, 2012), é criado uma modelagem matemática que visa atender as necessidades do agendamento de competições esportivas em um campeonato com espelhamento, onde se visa criar a primeira metade do campeonato e a segunda é espelhada e tomada em consideração ao custo, o modelo espelhado proposto utiliza-se da técnica de grafos de conflitos e a função objetivo é minimizar a distância percorrida total entre as equipes.

3.2.1 Os parâmetros e Variáveis

O modelo formulado para o trabalho segue as seguintes variáveis e dados para o problema, que são:

- *n*: Número de times
- *p*: Número de rodadas por turno (i.e., *n-1*)
- *m*: Número de possíveis pares ordenados de times que disputarão as partidas (i.e., *n x (n-1)*). A partida e seu espelho são consecutivas.
- E: Grafo de conflitos
- g_i : Distância entre as cidades dos times participantes da partida i
- $d_{i,j}$: Distância entre partidas *i* e *j*, onde (*i,j* є A)
- $h_{i,j}$: Distância entre partidas consecutivas *i* e *j*, onde (*i,j* є A), sendo que i é a última partida do primeiro turno e h é a primeira partida do segundo turno.

As variáveis de decisão do modelo são:

- $x_{i,k}$: assume o valor 1 se a partida i ocorre na rodada k e assume 0 caso contrário (i = 1,..,m e k= 1,..,p).
- $y_{i,k}$: assume o valor 1 se a partida k ocorre na próxima da partida i e assume 0 caso contrário (i = 1,..,m e k= 1,..,m).
- $w_{i,k}$: assume o valor 1 se a partida i ocorre na ultima rodada do primeiro turno e k na primeira rodada do segundo, assume 0 caso contrário.
- s_i : assume o valor 1 se a partida i ocorre na primeira rodada do primeiro turno, assume 0 caso contrário .
- e_i : assume o valor 1 se a partida i ocorre na última rodada do segundo turno, assume 0 caso contrário .

No modelo todas as variáveis assumem a forma binária, a primeira distância a ser calculada é g_i , que se refere a distância entre as cidades dos times participantes daquela determinada partida *i*, afim de verificar os jogos da primeira rodada do primeiro turno e os jogos da ultima rodada do segundo turno, assim pode-se calcular o custo dos times que iniciam fora de casa e quando terminam voltam para casa.

A distância referida por $d_{i,j}$ refere-se à distância entre as ocorrências de duas partidas *i,j* com um time em comum somada com a distancia da sua partida espelhada, ou seja a distancia a ser percorrida por uma equipe entre duas partidas no primeiro e segundo turno.

O cálculo referente $h_{i,j}$ é a distância entre partidas *i e j* , onde *i* é o último jogo do primeiro turno e *j* é o primeiro jogo do segundo turno. Como exemplo podemos observar na Tabela 3.2 $h_{6,7}$ é a distancia entre a cidade t3 e a cidade t2.

3.2.2 Função objetivo e restrições

Minimizar $$\sum_{(i,k)\in M} d_{i,k} y_{i,k} + \sum_{i=1}^{m} g_i s_i + \sum_{i=1}^{m} g_i e_i + \sum_{(i,k)\in M} h_{i,k} w_{i,k} \qquad (1)$$

Sujeito a:

$$\sum_{j=1}^{p} x_{i,j} + x_{i+1,j} = 1 \qquad i = 1,3,5,\ldots,m-1 \qquad (2)$$

$$x_{i,j} + x_{k,j} \leq 1 \qquad (i,k) \in E, \; j = 1,\ldots,p \qquad (3)$$

$$x_{i,r} + x_{k,r+1} - y_{i,k} \leq 1 \qquad (i,k) \in E, \; j = 1,\ldots,p \qquad (4)$$

$$x_{i,1} + x_{i+1,1} - s_i = 0 \qquad i = 1,3,5,\ldots,m-1 \qquad (5)$$

$$x_{i,p} + x_{i+1,p} - e_i = 0 \qquad i = 1,3,5,\ldots,m-1 \qquad (6)$$

$$x_{i,1} + x_{k,p} - w_{k,j} \leq 1 \qquad (i,k) \in E, \; i = 1,\ldots,m \qquad (7)$$

$$x_{a,j} + x_{b,j+1} + x_{c,j+2} + x_{f,j+3} \leq 3 \qquad j = 1,\ldots,p-3 \qquad (8)$$

$$x_{i,j} \in \{0,1\} \qquad i = 1,\ldots,m \quad j = 1,\ldots,p \qquad (9)$$

$$y_{i,k} \in \{0,1\} \qquad (i,k) \in E \qquad (10)$$

$$w_{i,k} \in \{0,1\} \qquad (i,k) \in E \qquad (11)$$

$$s_i \in \{0,1\} \qquad i = 1,\ldots,m \qquad (12)$$

$$e_i \in \{0,1\} \qquad i = 1,\ldots,m \qquad (13)$$

Para o modelo espelhado temos que a restrição (2), prevê que, se uma partida for agendada, a partida que representa seu espelho não poderá estar agendada no mesmo turno. Na restrição (3) a detecção do conjunto independente de grafos não permite partidas conflitantes serem agendadas para a mesma rodada. As restrições (4) a (7) calculam as distâncias: entre rodadas (4), no inicio do primeiro turno (5), após a última rodada (6) e entre os dois turnos(7) . A restrição (8) é responsável pela sequencia de jogos em casa e fora. As demais restrições (9) a (13) que definem as variáveis são binárias.

Turno	Rodada	ID	Partida	Cidade
1	1	1	T1 vs. T2	Cidade t1
		2	T3 vs. T4	Cidade t3
	2	3	T1 vs. T4	Cidade t1
		4	T3 vs. T2	Cidade t3
	3	5	T4 vs. T2	Cidade t4
		6	T3 vs. T1	Cidade t3
2	4	7	T2 vs. T1	Cidade t2
		8	T4 vs. T3	Cidade t4
	5	9	T4 vs. T1	Cidade t4
		10	T2 vs. T3	Cidade t2
	6	11	T2 vs. T4	Cidade t2
		12	T1 vs. T3	Cidade t1

Tabela 3.2- Exemplo de agendamento de partidas espelhado

3.3 Modelo Double Round Robin

No trabalho é apresentado um novo modelo de programação inteira para o campeonato Double Round Robin, ~~no qual o objetivo é reduzir a distância percorrida entre as equipes em agendamentos de campeonatos esportivos e~~ para tal o modelo baseia-se na ideia de detecção de conjuntos independentes de grafos, ~~em que grafos específicos têm características de conflitos entre as suas variáveis, no entanto, eles têm objetivos diferentes que foi proposto por (Carvalho; Lorena, 2012).~~

3.3.1 Os parâmetros e Variáveis

O modelo formulado para o trabalho segue as seguintes variáveis e dados para o problema, que são:

- *nt*: Número de times
- *nr*: Número de Rodadas (i.e., *2nt-2*)
- *nm*: Número de partidas (i.e., *nt x (nt-1)*).
- A: Grafo de conflitos

- g_i : Distância entre as cidades dos times participantes da partida i
- $d_{i,j}$: Distância entre partidas *i* e *j* onde (*i,j* є A)
- Home {T}: partida em que time T joga em casa
- Away {T}: partida em que time T Joga fora de casa
- Repeater {M}: Se há outro confronto entre times da partida *m*

As variáveis de decisão do modelo são:

- $x_{i,k}$: assume o valor 1 se a partida i ocorre na rodada k e assume 0 caso contrário (i = 1,..,nm e k= 1,..,nr).
- $y_{i,k}$: assume o valor 1 se a partida k ocorre na próxima da partida i e assume 0 caso contrário (i = 1,..,nm e k= 1,..,nm).
- s_i : assume o valor 1 se a partida i ocorre na primeira rodada assume 0 caso contrário .
- e_i : assume o valor 1 se a partida i ocorre na última rodada assume 0 caso contrário .

Para o modelo todas as variáveis assumem a forma binária, pode-se observar que para calcular a distância percorrida para cada esquipe durante o torneio leva-se em conta onde a equipe está a cada rodada e para onde irá à próxima rodada**.**

A primeira distância a ser calculada refere a g_i , onde é calculada a distância entre as cidades dos times participantes daquela determinada partida i, e sua utilidade é verificar se a partida pertence à primeira rodada de um turno ou a última rodada deste turno, assim quando virar o turno mesmo sem espelhamento pode-se verificar se apenas um time terá de viajar e com isso também calcular o custo dos times que iniciam fora de casa e quando terminam voltam para casa.

No modelo Double Round Robin são criados dois agendamentos, que correspondem a dois turnos do campeonato, cada qual com sua configuração de partidas, que diferente do modelo espelhado não precisa ser necessariamente igual ao primeiro turno.

A distância referida por $d_{i,j}$ refere-se à soma da distância entre as ocorrências das partidas *i,j* ocorridas no turno e no returno .Na tabela 3.3 ,um exemplo é $d_{1,4}$ que corresponde à distância entre a cidade t1 e a cidade t4, onde teremos a distância que o time

T3 terá de percorrer entre as partidas 1 e 4 e da mesma forma no returno entre a cidade t4 e a cidade t1, neste caso como a equipe está numa cidade em comum o custo é zero.

O Home{T} e Away{T} se refere no modelo ao fato da partida do time t está ligado ao grafo A de partidas e não permite que o time jogue mais que três partidas consecutivas em casa ou fora de casa. O repeater é utilizado para que não haja confrontos repetidos entre as equipes na próxima rodada, ou seja, a partida j não pode ocorrer na rodada posterior à rodada atual (r + 1).

3.3.2 Função objetivo e restrições

Contudo, temos abaixo o modelo Double Round Robin que tem como função objetivo minimizar a distância percorrida entre as equipes no agendamento das partidas:

$$\text{Minimizar} \quad \sum_{(i,k)\in M} d_{i,k}\, y_{i,k} + \sum_{i\in M} g_i s_i + \sum_{i\in M} g_i e_i \qquad (1)$$

$$\text{Sujeito a:} \quad \sum_{r\in R} x_{m,r} = 1 \qquad (2)$$

$$x_{i,r} + x_{k,r} \leq 1 \qquad (i,k)\in A, r\in R \qquad (3)$$

$$x_{i,r} + x_{k,r+1} - y_{i,k} \leq 1 \qquad (i,k)\in A, r\in R, \; r\neq nr \qquad (4)$$

$$x_{i,1} = s_i \qquad i\in M \qquad (5)$$

$$x_{i,nr} = e_i \qquad i\in M \qquad (6)$$

$$x_{i,r} + x_{repeater[i],r+1} \leq 1 \qquad i\in M \qquad (7)$$

No modelo descrito acima à função objetivo é composta por três somatórios que consideram respectivamente, a distância entre duas partidas com times em comum, o custo de um time que se desloca de casa na primeira rodada do torneio e por fim no ultimo somatório temos o custo dos times para voltarem para casa na ultima rodada.

A primeira restrição (2) prevê que não pode haver duas partidas iguais no primeiro turno, ou seja, cada qual pertence a um dos turnos. A restrição (3) utiliza o conjunto independente de grafos para não permitir partidas conflitantes na mesma rodada.

Turno	Rodada	ID	Partida	Cidade
1	1	1	T1 vs. T2	Cidade t1
		2	T3 vs. T4	Cidade t3
	2	3	T1 vs. T4	Cidade t1
		4	T3 vs. T2	Cidade t3
	3	5	T4 vs. T2	Cidade t4
		6	T3 vs. T1	Cidade t3
2	4	7	T4 vs. T1	Cidade t4
		8	T2 vs. T3	Cidade t2
	5	9	T2 vs. T1	Cidade t2
		10	T4 vs. T3	Cidade t4
	6	11	T2 vs. T4	Cidade t2
		12	T1 vs. T3	Cidade t1

Tabela 3.3- Exemplo de agendamento de partidas sem espelhamento

3.4.1 Restrição de partidas consecutivas em casa e fora de casa

O modelo apresentado acima, é uma variação do modelo Double Round Robin onde não há restrições de partidas. O modelo o qual não há restrições de partidas é conhecido como irrestrito. Para tornar o modelo restrito, onde há restrição de partidas consecutivas em casa e fora, serão adicionadas as seguintes restrições ao modelo:

$$x_{m1,r} + x_{m2,r+1} + x_{m3,r+2} + x_{m4,r+3} \leq 3 \qquad (m1, m2, m3, m4) \in Home\{T\}, r \in R \quad (8)$$

$$x_{m1,r} + x_{m2,r+1} + x_{m3,r+2} + x_{m4,r+3} \leq 3 \qquad (m1, m2, m3, m4) \in Away\{T\}, r \in R \quad (9)$$

Essas restrições serão aplicadas ao modelo de forma a torná-lo restrito, e só serão permitidos agendamentos nos quais o número de partidas consecutivas em casa (Home) ou fora de casa (Away) seja menor ou igual a três. Nas restrições acima (m1,m2,m3,m4) representam se o time T joga uma sequência máxima de rodadas fora ou em casa menor o igual a três.

4 Experimentos Computacionais

~~4.1 Resultados Obtidos~~

Para os experimentos do presente trabalho foram utilizadas as instâncias do *Challenge Traveling Tournament* e um computador equipado com Intel Core i3-2370M com 2.4GHz e 4GB de memória RAM, com sistema Operacional Windows 7 Ultimate. Os modelos foram resolvidos utilizando o Gurobi 6.5.0.

Iniciou-se os experimentos com o modelo Double Round Robin Mirrored, Double Round Robin e em seguida o modelo Double Round Robin Irrestrito, e para tal foram analisados os seguintes aspectos em relação aos resultados: Lower Bound, Upper Bound, Gap, Número de Restrições e Variáveis e quantidade de Não-Zeros. Assim podemos analisar os resultados obtidos a partir dos experimentos e o tamanho dos problemas.

Para a realização dos experimentos foram considerados os tempos de execuções para todas as instancias de 1 hora, tempo menor em relação a diversos trabalhos observados na área dos métodos exatos, devido à indisponibilidade de tempo para experimentos mais longos.

4.1.1 Modelo Double Round Robin Mirrored

Instâncias	LB	UB	GAP	Cols	Rows	NZ	Literatura
NL4	8276	8276	0.0%	120	3228	6430	8276
NL6	6320	29274	84.17%	512	62550	138194	26568
NL8	5636	57140	94.89%	1350	461272	1050922	41928
NL10	-	-	-	2630	2074050	4786252	58190

Tabela 4.1.1- Instância NL – Modelo Round Robin Mirrored

Instâncias	LB	UB	GAP	Cols	Rows	NZ	Literatura
CIRC4	20	20	0.0%	120	3228	6430	20
CIRC 6	18	79	84.26%	512	62550	138194	72
CIRC 8	14	191	96.15%	1350	461272	1050922	140
CIRC 10	-	-	-	2630	2074050	4786252	280

Tabela 4.1.2- Instância CIRC – Modelo Round Robin Mirrored

Instâncias

	LB	UB	GAP	Cols	Rows	NZ	Literatura
SUPER4	63405	63405	0.0%	120	3228	6430	-
SUPER 6	18629	146697	87.09%	512	62550	138194	-
SUPER 8	16018	317210	96.12%	1350	461272	1050922	-
SUPER 10	-	-	-	2630	2074050	4786252	-

Tabela 4.1.3- Instância SUPER – Modelo Round Robin Mirrored

Instâncias							
	LB	UB	GAP	Cols	Rows	NZ	Literatura
GALAXY4	416	416	0.0%	120	3228	6430	-
GALAXY6	323	1578	81.45%	512	62550	138194	-
GALAXY8	183	3297	94.88%	1350	461272	1050922	-
GALAXY10	-	-	-	2630	2074050	4786252	-

Tabela 4.1.4- Instância GALAXY – Modelo Round Robin Mirrored

4.1.2 Modelo Double Round Robin

Instâncias							
	LB	UB	GAP	Cols	Rows	NZ	Literatura
NL4	8276	8276	0.0%	204	3228	10932	8276
NL6	4231	26728	84.17%	870	62550	234930	22969
NL8	2686	52640	94.89%	2296	461272	1786568	38760
NL10	-	-	-	4770	2074050	8136630	56506

Tabela 4.1.5- Instância NL – Modelo Round Robin

Instâncias							
	LB	UB	GAP	Cols	Rows	NZ	Literatura
CIRC4	20	20	0.0%	204	3228	10932	20
CIRC 6	12	74	83.78%	870	62550	234930	64
CIRC 8	8	184	95.65%	2296	461272	1786568	128
CIRC 10	-	-	-	4770	2074050	8136630	384

Tabela 4.1.6- Instância CIRC – Modelo Round Robin

Instâncias	LB	UB	GAP	Cols	Rows	NZ	Literatura
SUPER4	63405	63405	0.0%	204	3228	10932	63405
SUPER 6	17824	145844	87.77%	870	62550	234930	130365
SUPER 8	14466	315569	95.41%	2296	461272	1786568	182409
SUPER 10	-	-	-	4770	2074050	8136630	316329

Tabela 4.1.7- Instância SUPER – Modelo Round Robin

Instâncias	LB	UB	GAP	Cols	Rows	NZ	Literatura
GALAXY4	416	416	0.0%	204	3228	10932	416
GALAXY6	300	1509	80.11%	870	62550	234930	1365
GALAXY8	174	3276	94.68%	2296	461272	1786568	2373
GALAXY10	-	-	-	4770	2074050	8136630	4554

Tabela 4.1.8- Instância GALAXY – Modelo Round Robin

4.1.3 Modelo Double Round Robin Irrestrito

Instâncias	LB	UB	GAP	Cols	Rows	NZ	Literatura
NL4	8276	8276	0.0%	204	1284	3156	-
NL6	6031	20769	70.96%	870	10050	24930	-
NL8	3327	41011	91.88%	2296	38696	96264	-
NL10	3300	67864	95.13%	4770	105750	263430	-

Tabela 4.1.9- Instância NL – Modelo Round Robin Irrestrito

Instâncias	LB	UB	GAP	Cols	Rows	NZ	Literatura
CIRC4	20	20	0.0%	204	1284	3156	-
CIRC 6	15	56	73.21%	870	10050	24930	-
CIRC 8	10	110	90.90%	2296	38696	96264	-
CIRC 10	11	296	96.28%	4770	105750	263430	-

Tabela 4.1.10- Instância CIRC – Modelo Round Robin Irrestrito

Instâncias	LB	UB	GAP	Cols	Rows	NZ	Literatura

SUPER4	63405	63405	0.0%	204	1284	3156	-
SUPER 6	34018	113356	69.99%	870	10050	24930	-
SUPER 8	15910	197398	91.94%	2296	38696	96264	-
SUPER 10	4365	597943	99.27%	4770	105750	263430	-

Tabela 4.1.11- Instância SUPER – Modelo Round Robin Irrestrito

Instâncias							
	LB	UB	GAP	Cols	Rows	NZ	Literatura
GALAXY4	416	416	0.0%	204	1284	3156	-
GALAXY6	339	1199	71.72%	870	10050	24930	-
GALAXY8	228	2659	91.42%	2296	38696	96264	-
GALAXY10	253	5192	95.12%	4770	105750	263430	-

Tabela 4.1.12- Instância GALAXY – Modelo Round Robin Irrestrito

4.2 Análise dos Resultados

Para as Instancias com 4 Times os resultados forma obtidos em menos de 1 minuto de execução, enquanto para instancias um pouco maiores, como por exemplo instancias com 6 times ou mais, excedeu-se o tempo de execução e não foi encontrada a solução ótima. Esse grande crescimento do tempo mostra quão difícil é resolver o problema, e isso é devido a natureza do problema, que é da classe NP difícil, assim de crescimento de complexidade e dificuldade de resolução exponencialmente proporcional ao tamanho da entrada .

As tabelas 4.1.1 a 4.1.12 apresentam os dados obtidos a partir da solução do problema. Para as instancias com 4 times foi-se obtido com sucesso a solução ótima, para instancias maiores que 4, o tempo excedeu-se e não foram obtidas soluções ótimas, contudo podemos avaliar outros dados da solução como os Limites Inferiores e Superiores denominados na tabela como (LB,UB) e o Gap, através dos quais podemos observar o intervalo em que a solução se encontra.

Podemos observar também o tamanho da solução do problema através do seu número de Rows, Cols e Non-Zeros (NZ), que denominam respectivamente o número de restrições, variáveis e não zeros que temos na resolução dos problemas. Através desses dados entende-se a difícil resolução do problema, como na tabela 4.1.5, na instancia NL6 temos que o numero de restrições 870 e o número de variáveis 62550, maior se comparado com a instancia NL4 onde o número de restrições é 204 e o número de variáveis é 3228.Da mesma forma podemos observar nas tabelas 4.1.1 e 4.1.10 para as variações Double Round Robin Mirrored e Irrestrito da mesma instancia produz o mesmo efeito.

Comparando-se os resultados obtidos com a implementação da variação do modelo Double Round Robin Irrestrito, também se nota grande diferenças no tamanho dos problemas, para a mesma instancia o problema diminui consideravelmente. Como exemplo, comparando os resultados obtidos pelas instancias circ 6 tabelas 4.1.6 e 4.1.10, observa-se que o tamanho do problema corresponde a 870 restrições e 62550 variáveis na tabela 4.1.6 e 870 restrições e 10050 variáveis na tabela 4.1.10. O que ocorre nas demais tabelas 4.1.7 e 4.1.8 se comparado às tabelas 4.1.11 e 4.1.12.

Isso se deve a dificuldade de atendimento da restrição (8) e (9) do modelo, que faz com que o modelo se torne restrito ou irrestrito. Para o atendimento dessa restrição o problema cresce muito e com isso o consumo de memoria. Devido a isso nas instancias com 10 times o problema se tornou tão grande que não foi possível determinar o LB e UB para ele, nota-se isto comprando as instancia de 10 times nas tabelas 4.1.7 e 4.1.12, onde vemos que para o modelo irrestrito conseguiu-se encontrar um intervalo para a solução.

Nas tabelas 4.1.1 e 4.1.5 temos o impacto da diferença do modelo espelhado para o modelo não espelhado, onde o número de variáveis é menor para o problema espelhado, sabendo que o modelo espelhado agenda um turno do campeonato e o outro é tomado em relação a este agendamento, diferente do modelo não espelhado onde se é agendado os dois turnos e com isso o maior uso de variáveis.

5 Conclusões

~~O TTP foi definido recentemente, e atrai a atenção por ser um problema difícil a se resolver. O objetivo é de minimizar a distância percorrida pelas equipes durante o torneio minimizando o custo de viagens e jogos~~. As variações estudadas neste trabalho enfocam os casos dos torneios com dois turnos: sem espelhamento, Irrestrito e com espelhamento.

Em suma, para o presente trabalho foram desenvolvidas duas modelagens para as variações dos modelos Double Round Robin e Irrestrito além implementação do Modelo Mirrored de Lorena, Carvalho (2012), que utilizam-se da técnica de conjunto independente grafo de conflitos, onde os vértices representam partidas, que são adjacentes, e que devido ao fato de terem times em comum não podem ser programadas para a mesma rodada.

Os Modelos propostos tem como objetivo minimizar a soma das distancias percorridas pelas equipes durante o campeonato. Os modelos Double Round Robin e Double Round Robin Mirrored utilizam a restrição de jogos consecutivos em casa ou fora de casa, a qual é uma restrição do problema e o modelo irrestrito possui as mesmas característica porem sem esta restrição.

Nos experimentos computacionais buscou-se avaliar o tamanho do problema gerado para cada uma das instancias, o LB e UB para avaliar onde a solução se encontra e também os Benchmarks da Literatura. Com os dados obtidos pode-se verificar a dificuldade de se resolver os problemas e o ~~tamanho que cada problema gera,~~ e também que o tempo de execução cresce ~~rapidamente enquanto as soluções crescem lentamente.~~

Para trabalhos futuros, utilizar técnicas de metaheuristicas para resultados melhores. Técnicas como de relaxamento de Langrange, método de relaxamento que aproxima um problema difícil de otimização a um problema simples. Variações dessa técnica como método Langraniano Aumentado também são opções de implementações. O uso de Matheurisics também é de grande valia, nessa técnica ocorre a interoperação entre metaheuristicas e Programação Matemática.

Referências.

BENCHMARK. Travel Tournament Problem: Description and benchmarks. 2016. Disponível em: <http://mat.gsia.cmu.edu/TOURN/>.Acesso em:1 jul 2016

Cheung, K. K. H. A Benders approach for computing lower bounds for the mirrored traveling tournament problem. Discrete Optimization, 6(2), 189–196, Maio, 2009.

DANTZIG George. Origins of the simplex method. A history of scientific computing, New York, ACM, 2012.

GOLDBARG, LUNA. Otimização Combinatória e Programação Linear. Rio de Janeiro, Elsevier Editora Ltda., 2005.

GONÇALVES, Gustavo. Abordagens Heurísticas para o Problema de Agendamento de Jogos de Competições Esportivas – DECEA, Universidade Federal de Ouro Preto, João Monlevade, 2014.

GUROBI, Linear Programming (LP) - A Primer on the Basics, 2016. Disponível em <http://www.gurobi.com/resources/getting-started/lp-basics>. Acesso em: 10 mai 2016.

HILLER e LIEBERMAN. Introdução à pesquisa operacional.

LORENA, Luiz; CARVALHO, Marco. New models for the Mirrored Traveling Tournament Problem. Computers & Industrial Engineering, 63, 1089-1095, agosto, 2012.

KIM, B. M. Iterated Local Search for the Traveling Tournament Problem. Tese (Doutorado) - Technische Universitat Wien, 2012.

SILVA G.; MINE, M. S. M. Um método de geração de uma solução inicial baseado em backtracking para o problema de programação de jogos do campeonato brasileiro de futebol – DECOM, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2005

Urrutia, S., Ribeiro, C. C., & Melo, R. A. A new lower bound to the traveling tournament problem. In Proceedings of the IEEE Symp. on Comput. Intell. in Sched. Honolulu (pp. 15–18), 2007.

WESTPHAL, Clemens. Complexity of the Traveling Tournament Problem – Departamento de Matemática, University of Kaiserslautern, Kaiserslautern, 2011.