

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO**  
**INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E BIOLÓGICAS**  
**DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA**

12a. Lista de Matemática Aplicada à Engenharia de Controle e Automação - MTM146

Prof. Júlio César do Espírito Santo

07 de maio de 2019

(1) Use as definições das funções trigonométricas e hiperbólicas complexas para verificar as expressões abaixo.

(a)  $\sinh(jz) = j \operatorname{sen} z$

(b)  $\cosh(jz) = \cos z$

(c)  $\operatorname{sen}(jz) = j \operatorname{senh} z$

(d)  $\cos(jz) = \cosh z$

(2) Use as fórmulas de soma para verificar as expressões abaixo.

(e)  $\operatorname{sen}(z) = \operatorname{sen} x \cosh y + j \cos x \operatorname{senh} y$

(f)  $\cos(z) = \cos x \cosh y - j \operatorname{sen} x \operatorname{senh} y$

(g)  $\operatorname{senh}(z) = \operatorname{senh} x \cos y + j \cosh x \operatorname{sen} y$

(h)  $\cosh(z) = \cosh x \cos y + j \operatorname{senh} x \operatorname{sen} y$

(3) Calcule a parte real de

$$w = \frac{z - 1}{z + 1}$$

sabendo que  $|z| = 1$ .

Resp. 0

(4) Represente, no plano- $z$ , o conjunto

$$A = \left\{ z = x + jy \in \mathbb{C} \mid x \in \mathbb{Z} \text{ ou } y \in \mathbb{Z} \right\},$$

e no plano- $w$  a imagem do conjunto  $A$  pela transformação  $w = 1/z$ . Repita o exercício para a função  $w = \exp(z)$ .

(5) (a) Represente no plano- $w$  a imagem do retângulo de vértices  $\pm 1 \pm j\pi/2$  pela função  $F(z) = \exp(z)$ .

(b) Faça o mesmo para o retângulo de vértices  $1 + j\pi/6, 1 + j\pi/3, \ln 2 + j\pi/6, \ln 2 + j\pi/3$ .

Bons estudos!