UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E BIOLÓGICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

Décima Quinta Lista de Exercícios de Cálculo Diferencial e Integral I - MTM122
Prof. Júlio César do Espírito Santo

15 de Agosto de 2018

(1) Use, se possível, a Regra de L'Hospital para calcular os limites abaixo:

(1) $\lim_{x\to -1} \dfrac{x^3+1}{x^2-1}$ (2) $\lim_{x\to 2} \dfrac{x^2+3x-10}{3x^2-5x-2}$ (3) $\lim_{t\to 0} \dfrac{(4-t)^2-16}{t}$ (4) $\lim_{h\to 0} \dfrac{\sqrt[3]{8+h}-2}{h}$

(5) $\lim_{x\to 1} \dfrac{\sqrt[3]{x^2}-2\sqrt[3]{x}+1}{(x-1)^2}$ (6) $\lim_{x\to 1} \sqrt[5]{\dfrac{(3-x^3)^4-16}{1-x^3}}$ (7) $\lim_{x\to -1} \dfrac{x+1}{\sqrt[3]{x+2}-1}$ (8) $\lim_{x\to \frac{1}{2}} -\dfrac{\frac{1}{x}-2}{x-\frac{1}{2}}$

(9) $\lim_{x\to a} \dfrac{\sqrt[3]{x}-\sqrt[3]{a}}{x-a}$, $a\neq 0$ (10) $\lim_{h\to 0} \dfrac{\sqrt[4]{x}-\sqrt[4]{a}}{x-a}$, $a \neq 0$. (11) $\lim_{x\to 5} \dfrac{(1/x)-(1/5)}{x-5}$ (12) $\lim_{x\to 0} \dfrac{x^2+\sin^2 x}{4x^2}$

(13) $\lim_{x\to 0} \dfrac{\sin^2 x+\sin(2x)}{3x}$ (14) $\lim_{t\to +\infty} \dfrac{t+1}{t^2+1}$ (15) $\lim_{x\to -\infty} \dfrac{\sqrt{x^2+1}}{x+1}$ (16) $\lim_{x\to 0} \dfrac{\mathrm{sen}(4x)}{3x}$

(17) $\lim_{x\to 0^+} x\ln x$ (18) $\lim_{x\to 0^+} x^x$ (19) $\lim_{x\to 0^+} e^{x\ln x}$ (20) $\lim_{x\to\infty} \dfrac{\ln\left(1+\frac{10}{x}\right)}{1/x}$

(21) $\lim_{x\to\infty} \left(1+\dfrac{10}{x}\right)^x$ (22) $\lim_{x\to+\infty} \dfrac{e^x}{x}$ (23) $\lim_{x\to+\infty} (x+1)^{(\ln x)^{-1}}$ (24) $\lim_{x\to 2} \dfrac{5^x-25}{x-2}$

(2) A taxa (em mg de carbono por m^3/h) na qual a fotossíntese ocorre para uma espécie de fitoplâncton é modelada pela função

$$P = \frac{100I}{I^2+I+4},$$

em que I é a intensidade da luz (medida em milhares de velas). Para qual intensidade de Luz P é máximo?

(3) Encontre a equação da reta tangente e da reta normal ao gráfico da função $y = 2x - (4/\sqrt{x})$ no ponto $P = (4, 6)$. Plote em um mesmo gráfico (use o software "gnuplot", "geogebra", "wolfram"ou o "winplot") a função e as retas encontradas.

(4) Dado $y = \mathrm{sen} x - \cos x$, (a) encontre todos os pontos nos quais o gráfico para os quais a reta tangente é horizontal; (b) encontre a inclinação da reta tangente nos pontos onde o gráfico intersecta o eixo-x.

(5) Encontre os valores de x tais que a reta tangente ao gráfico de $y = 3x - \cos 2x$ (a) é perpendicular a reta $2x + 4y = 5$ e (b) nos quais ela é horizontal.

(6) Enche-se um reservatório, cuja forma é a de um cone circular reto, de agua a uma taxa de 0,1 m^3/s. O vértice está a 15m do topo do reservatório e o raio do topo é de 10m. Com que velocidade o nivel h da agua está subindo no instante em que h=5m?

[Dica: Foi fornecida a taxa de variação do volume do cone $V = \pi r^2 h/3$, em relação ao tempo. R. $3/(10\pi$m/s$)$]

(7) Determine as dimensões do retângulo de área máxima, cujo perímetro $2p$ é dado.

(8) Qual ponto $B = (a, b)$ da curva $y = x^2$ está mais próximo de $A = (3, 0)$? Mostre que a reta que passa por A e B é normal a essa curva em B.

(9) Use uma das substituições sugeridas a direita para eliminar o radical das funções a esquerda. Para cada caso, desenhe um triangulo retângulo no qual estejam representados e corretamente dispostos o angulo θ, o angulo reto, os valores a e x, e o radical em y.

(a) $x = \mathrm{sen}\theta$	( ) $y = \sqrt{a^2+x^2}$
(b) $x = \cos\theta$	
(c) $x = \mathrm{tg}\theta$	( ) $y = \sqrt{a^2-x^2}$
(d) $x = \sec\theta$	
(e) $x = \mathrm{cossec}\theta$	( ) $y = \sqrt{x^2-a^2}$
(f) $x = \mathrm{cotg}\theta$	

(10) Verifique que a função $y(t) = \mathrm{sen}(\omega t)$ é uma solução da equação diferencial ordinaria (EDO) abaixo

$$y'' - \omega^2 y = 0.$$

Esta solução é única?

Bom Estudo!