

UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E BIOLÓGICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

16a. Lista de Matemática Aplicada à Engenharia de Controle e Automação - MTM146

Prof. Júlio César do Espírito Santo

28 de maio de 2018

- (1) Derivando a Série de Maclaurin para $1/(1 - z)$, obtenha as representações em série para

(a) $\frac{1}{(1 - z)^2}$,

(b) $\frac{1}{(1 - z)^3}$.

Resp. $\sum_{n=1}^{+\infty} n z^{n-1}; |z| < 1$; $\sum_{n=2}^{+\infty} n(n-1) z^{n-2}; |z| < 1$

- (2) Expanda a função $1/z$ em séries de potências de $z - 1$, depois obtenha por derivação termo-a-termo, a expansão de $1/z^2$ em potências de $z - 1$. Forneça as regiões de validade.

- (3) Obter uma Série de Maclaurin para $f(z) = z \cosh(z^2)$.

Resp. $z + \sum_{n=1}^{+\infty} z^{4n+1}/(2n)!; |z| < \infty$;

- (4) Represente a função

$$f(z) = \frac{z + 1}{z - 1}$$

por

- (a) sua Série de Maclaurin e dê a região de validade desta representação;

- (b) sua Série de Laurent para o domínio $|z| > 1$.

Resp. $-1 - 2 \sum_{n=1}^{+\infty} z^n; |z| < 1$; $+1 + 2 \sum_{n=1}^{+\infty} z^{-n}; |z| > 1$;

(5) Represente a função

$$g(z) = \frac{z-1}{z^2}$$

por

(a) sua Série de Taylor em potências de $z-1$ e dê a região de validade desta representação;

(b) sua Série de Laurent para o domínio $|z-1| > 1$.

Resp. $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n+1} n (z-1)^n; |z-1| < 1$; $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n+1} n / (z-1)^n; |z-1| > 1$;

(6) Escreva a expansão em séries de Laurent para a função $f(z) = \frac{\sinh(z)}{z^2}$.

(7) Obtenha duas expansões em Séries de potências de z para a função

$$f(z) = \frac{1}{z^2(1-z)},$$

e especifique as regiões onde estas expansões são válidas.

(8) Obtenha duas expansões em Séries de potências de z para a função

$$g(z) = \frac{1}{z(1+z^2)},$$

e especifique as regiões onde estas expansões são válidas.

(9) Obtenha os quatro primeiros termos não nulos da expansão em série de Laurent

$$h(z) = \frac{e^z}{z(z^2+1)}$$

no domínio $0 < |z| < 1$.