UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO

INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E BIOLÓGICAS

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

19a. Lista de Matemática Aplicada à Engenharia de Controle e Automação - MTM146

Prof. Júlio César do Espírito Santo

14 de Novembro de 2018

(1) Derivando a Série de Maclaurin para $1/(1-z)$, obtenha as representações em série para

(a) $\dfrac{1}{(1-z)^2}$, (b) $\dfrac{1}{(1-z)^3}$.

Resp. $\sum_{n=1}^{+\infty} nz^{n-1}; |z|<1$; $\sum_{n=2}^{+\infty} n(n-1)z^{n-2}; |z|<1$

(2) Expanda a função $1/z$ em séries de potências de $z-1$, depois obtenha por derivação termo-a-termo, a expansão de $1/z^2$ em potências de $z-1$. Forneça as regiões de validade.

(3) Obter uma Série de Maclaurin para $f(z) = z\cosh(z^2)$.

Resp. $z + \sum_{n=1}^{+\infty} z^{4n+1}/(2n)!; |z|<\infty;$

(4) Represente a função

$$f(z) = \frac{z+1}{z-1}$$

por

(a) sua Série de Maclaurin e dê a região de validade desta representação;

(b) sua Série de Laurent para o domínio $|z|>1$.

Resp. $-1-2\sum_{n=1}^{+\infty} z^n; |z|<1$; $+1+2\sum_{n=1}^{+\infty} z^{-n}; |z|>1;$

(5) Represente a função

$$g(z) = \frac{z-1}{z^2}$$

por

(a) sua Série de Taylor em potências de $z-1$ e dê a região de validade desta representação;

(b) sua Série de Laurent para o domínio $|z-1| > 1$.

Resp. $\sum_{n=1}^{+\infty}(-1)^{n+1}n(z-1)^n$; $|z-1| < 1$; $\sum_{n=1}^{+\infty}(-1)^{n+1}n/(z-1)^n$; $|z-1| > 1$;

(6) Escreva a expansão em séries de Laurent para a função $f(z) = \dfrac{\operatorname{senh}(z)}{z^2}$.

(7) Obtenha duas expansões em Séries de potências de z para a função

$$f(z) = \frac{1}{z^2(1-z)},$$

e especifique as regiões onde estas expansões são válidas.

(8) Obtenha duas expansões em Séries de potências de z para a função

$$g(z) = \frac{1}{z(1+z^2)},$$

e especifique as regiões onde estas expansões são válidas.

(9) Obtenha os quatro primeiros termos não nulos da expansão em série de Laurent

$$h(z) = \frac{e^z}{z(z^2+1)}$$

no domínio $0 < |z| < 1$.

(10) Obtenha as expansões em Séries de Laurent da função

$$f(z) = \frac{1}{z-1} - \frac{1}{z-2}$$

em torno de $z = 1$ e $z = 2$.

Resp. Questão resolvida na Plataforma no Moodle.

Bons estudos!