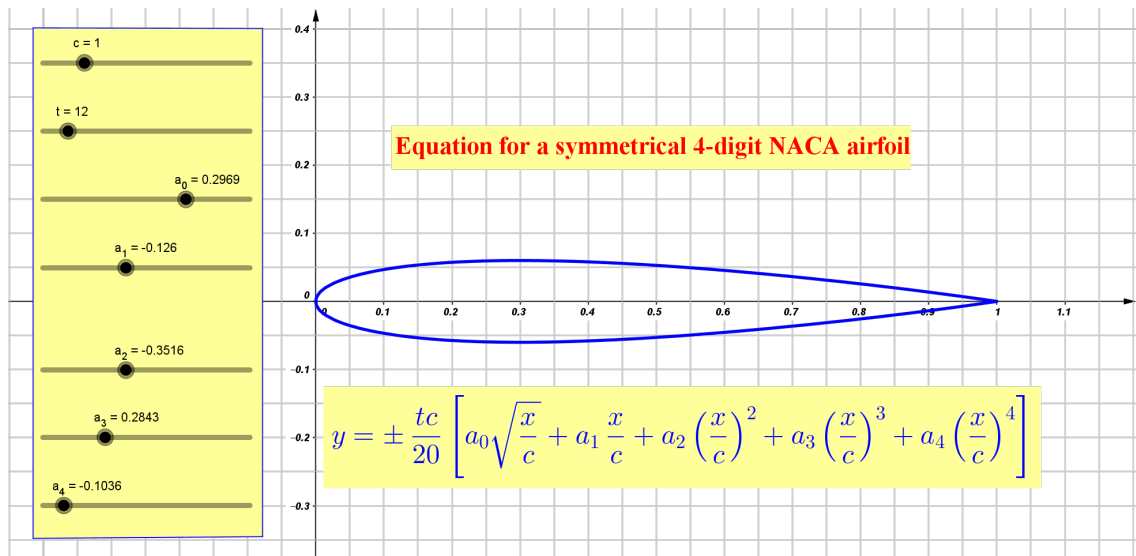


**UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO**  
**INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E BIOLÓGICAS**  
**DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA**

1a. Lista de Exercícios de Cálculo Diferencial e Integral III - MTM124  
 Prof. Júlio César do Espírito Santo

21 de Outubro de 2015

- (0) O aerofólio NACA0012 foi desenvolvido na década de 1930, pelo Comitê Nacional para Aconselhamento sobre Aeronáutica (NACA), uma espécie de precursora da NASA. Tal aerofólio é **simétrico**, sem abaulamento, com espessura de 12% do comprimento  $c$  da corda. Abaixo vemos a figura de um perfil NACA0012 com extremidade direita fechada. Use uma **integral simples** para calcular a área  $S$  da seção transversal NACA0012. Demais dados na figura.



- (1) Calcule as integrais e esboce as regiões sobre as quais as essas integrais iteradas são calculadas. Decida se estas regiões são horizontalmente simples, verticalmente simples ou ambas. R.  $8.1706 \times 10^{-2} u.a.$

(a) $\int_0^1 \int_0^{x^2} dydx$	(b) $\int_1^2 \int_{2x}^{3x+1} dydx$
(c) $\int_0^1 \int_0^{e^x} (x+y)dydx$	(d) $\int_0^1 \int_{x^3}^{x^2} ydydx$
(e) $\int_0^1 \int_0^y dx dy$	(f) $\int_0^1 \int_0^{\sqrt{x}} dydx$

- (2) Mesmo exercício anterior para as integrais a seguir.

R.  $1/3; 5/2; (e^2 - 1)/4; 1/35; 1/2; 2/3; \text{both.}$

(a) $\int_{-3}^2 \int_0^{y^2} (x^2 + y) dx dy$	(b) $\int_{-1}^1 \int_{-2 x }^{ x } e^{x+y} dy dx$
(c) $\int_0^1 \int_0^{(1-x^2)^{1/2}} dy dx$	(d) $\int_0^{\pi/2} \int_0^{\cos x} y \sen x dy dx$
(e) $\int_0^1 \int_{y^2}^y (x^n + y^m) dx dy \quad m, n > 0$	(f) $\int_{-1}^0 \int_0^{2\sqrt{1-x^2}} x dy dx$

R.  $7895/84; (3e^5 - 5e^3 + 6e^2 + 2)/(6e^3); \pi/4; 1/6; 1/((n+1)(n+2)) + 1/(m+2) - 1/((n+1)(2n+3)) - 1/(m+3); -2/3 \dots$

(3) Calcule a integral iterada.

$$(a) \int_1^3 \int_0^1 (1 + 4xy) dx dy$$

$$(b) \int_2^4 \int_{-1}^1 (x^2 + y^2) dy dx$$

$$(c) \int_1^4 \int_1^2 \left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x}\right) dy dx$$

$$(d) \int_1^2 \int_0^1 (x + y)^{-2} dx dy$$

$$(e) \int_0^1 \int_0^{x^2} (x + 2y) dy dx$$

$$(f) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\cos(\theta)} e^{\sin(\theta)} dr d\theta$$

$$(g) \int_0^1 \int_{x^2}^x (2x + 2y) dy dx$$

$$(h) \int_0^1 \int_0^1 xy^2 dy dx$$

R. 10; 116/3;  $\ln 2^{21/2}$ ;  $\ln(4/3)$ ; 9/20;  $e - 1$ . Veja as demais no Link 1 no final.

(4) Calcule por integrais duplas (a) a área de um círculo de raio  $a$ , (b) a área de uma ellipse com semieixos com comprimento  $a$  e  $b$ .

(5) Nos *itens* a seguir, esboce a região limitada pelas curvas dadas e encontre sua área por meio de uma integral dupla.

$$(a) y = 1/x^2, y = -x^2, x = 1, x = 2$$

$$(b) y = \sqrt{x}, y = -x, x = 1, x = 4$$

$$(c) y^2 = -x, x - y = 4, y = -1, y = 2$$

$$(d) y = e^x, y = \sin(x), x = -\pi, x = \pi$$

$$(e) y = \ln|x|, y = 0, y = 1,$$

$$(f) x - y + 1 = 0; 7x - y - 17 = 0; 2x + y + 2 = 0$$

$$(g) y = \frac{1}{1 + x^2}, y = x^2$$

$$(h) y = \cosh x, y = \sinh x, x = -1, x = 1$$

Acesse o Link 2 abaixo para respostas.

(6) Calcule a integral iterada. Esboce também a região  $R$  sobre a qual a integral é calculada.

$$(a) \int_0^4 \int_0^y 3\sqrt{y^2 + 9} dx dy$$

$$(b) \int_1^2 \int_{y^2}^{y^3} dx dy$$

$$(c) \int_1^2 \int_x^{2x} \frac{dy dx}{(x + y)^2}$$

$$(d) \int_0^\pi \int_0^{\pi-\phi} \sin(\theta + \phi) d\theta d\phi$$

$$(e) \int_0^2 \int_{x^2}^{4x-x^2} dy dx$$

R. 98; 17/12;  $\ln \sqrt[6]{2}$  e acesse o Link 1.

(7) Encontre o volume do sólido abaixo do plano  $z = 4x$  e acima da circunferência  $x^2 + y^2 = 16$  no plano- $xy$ . Esboce-o.

R. 512/3.

(8) Nos itens a seguir, esboce o sólido no primeiro octante limitado pelos gráficos das funções dadas e encontre seu volume.

$$(a) x^2 + z^2 = 9, y = 2x, y = 0, z = 0$$

$$(b) z = 4 - x^2, x + y = 2, x = 0, y = 0, z = 0$$

$$(c) z = x^3, x = 4y^2, 16y = x^2, z = 0$$

$$(d) x^2 + y^2 = 16, x = z, y = 0, z = 0$$

$$(e) z = x^2 + y^2, x = 1, y = 1, z = 0$$

$$(f) z = 9 - x^2 - 3y^2$$

R. 18; 20/3; 128/9; 64/3.

(9) Encontre o volume do sólido acima do plano- $xy$  limitado pelo cilindro  $x^2 + y^2 = a^2$  e pelo parabolóide  $az = x^2 + y^2$ . Esboce-o.

R.  $2\pi a^3/4$ .

(10) Encontre o volume do sólido acima do plano- $xy$  limitado pelo cilindro  $y = 4 - x^2$  e pelos planos  $y = 3x$  e  $z = x + 4$ .

R. 625/12.

Link 1 : <http://www.wolframalpha.com/widgets/gallery/view.jsp?id=21161a6d0f97a686259641088a6aefa1>

Link 2 : <http://www.wolframalpha.com/widgets/view.jsp?id=6035072d579515ee62f78a2537142458>

Bom Estudo!