UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E BIOLÓGICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

Primeira Lista de Exercícios de Geometria Analítica e Álgebra Linear - MTM730

Prof. Júlio César do Espírito Santo

31 de Março de 2019 - AUT/EST

(1) Para que a matriz A seja igual a matriz B, determine os valores de x, y, z e w, se

$$A = \begin{bmatrix} x & -5 \\ 2 & y \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{bmatrix} 6 & w-2 \\ z & -1 \end{bmatrix}$$

(2) Dadas as matrizes

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 1 \\ 7 & -4 \\ 5 & 9 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -5 & -7 \\ 6 & 2 & -8 & 3 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -3 & 5 \end{bmatrix} \text{ e } D = \begin{bmatrix} 1 & 7 & 3 & -8 \\ -3 & -1 & -1 & -3 \\ 4 & 1 & 9 & 0 \\ 5 & 3 & 2 & -3 \end{bmatrix}.$$

Calcular (a) AB, (b) BA, (c) $A(BD)$, (d) $(AB)D$, (e) $(BA)C$, (f) $B(AC)$. Observe e interprete os resultados.

(3) Prove que o produto entre matrizes, quando existir, sempre é associativo.

(4) Prove que o produto entre matrizes nem sempre é comutativo.

(5) Liste as propriedades vistas em sala para a soma entre matrizes e o produto entre uma matriz e um escalar.

(6) O *traço* de uma matriz quadrada A, denotado por $tr(A)$, é a soma das entradas da diagonal principal de A. Prove que (a) $tr(A \pm B) = tr(A) \pm tr(B)$ e que (b) $tr(\lambda A) = \lambda tr(A)$, qualquer que seja o escalar λ.

(7) Resolva a equação matricial $AX = B$, onde

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 5 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & -2 & -4 \\ 0 & 0 & 3 & 8 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}.$$

(8) Obtenha duas matrizes não-nulas A e B quadradas de ordem 2 cujo produto seja a matriz nula. É possivel situação semelhante existir quando se trata de números reais?

(9) Suponha que A seja uma matriz quadrada de ordem 2 que comute com qualquer matriz 2×2. Mostre que A deve ser um múltiplo escalar de I_2.

(10) Seja $A = [a_{ij}]_{2\times 2}$ tal que $a_{ij} = 1$, se $i = j$ e, caso contrário, $a_{ij} = (-1)^i i$. Escreva esta matriz explicitamente e calcule A^2 e A^3.

Bom Estudo!