UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E BIOLÓGICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

20a. Lista de Matemática Aplicada à Engenharia de Controle e Automação - MTM146
Prof. Júlio César do Espírito Santo

19 de junho de 2018

(1) Use resíduos para calcular

(a) $\mathcal{L}^{-1}\left\{\dfrac{2}{s^3}\right\}$ (b) $\mathcal{L}^{-1}\left\{\dfrac{1}{(s+1)(s-2)^2}\right\}$ (c) $\mathcal{L}^{-1}\left\{\dfrac{s+b-a}{(s-a)^2+b^2}\right\}$

(2) Prove que se $\gamma > 0$

$$\frac{1}{2\pi j}\int_{\gamma-j\infty}^{\gamma+j\infty}\frac{e^{zt}}{(z^2+1)^2}dz = \begin{cases} \frac{1}{2}\operatorname{sen} t + \frac{1}{2}t\cos t, & t \geq 0; \\ 0, & t < 0, \end{cases}$$

observando que, quando $t \geq 0$, o lado esquerdo da expressão acima representa $\mathcal{L}^{-1}\{(s^2+1)^{-2}\}$.

(3) Prove que $\mathcal{L}\{t\} = \dfrac{1}{s^2}$ para $Re(s) > 0$.

(4) Prove que $\mathcal{L}\left\{e^{bt}f(t)\right\} = F(s-b)$ e que $\mathcal{L}\{f'(t)\} = sF(s) - f(0)$. Observação:[1]

(5) Prove que $\mathcal{L}\{u_c(t)f(t-c)\} = e^{-cs}F(s)$, onde $u_c(t)$ é a *Função de Heaviside*

$$u_c(t) = \begin{cases} 1, & t \geq c, \\ 0, & t < c. \end{cases}$$

Bons estudos!

[1] Para os exercicios 4 e 5, suponha quando conveniente todas as funções f e f' continuas e de ordem exponencial