UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO

INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E BIOLÓGICAS

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

20a. Lista de Matemática Aplicada à Engenharia de Controle e Automação - MTM146

Prof. Júlio César do Espírito Santo

4 de dezembro de 2018

(1) Obter a série de Fourier das funções periódicas abaixo. Faça gráficos.

(a) $f(x) = -k$ se $x \in [-L, 0]$ e $f(x) = k$ se $x \in [0, L]$ com $f(x + 2L) = f(x)$

(b) $f(x) = x^2; x \in [0, 2\pi]$ com $f(x + 2\pi) = f(x)$

(c) Dente de Serra: $f(x) = x; x \in [-\pi, pi]$ com f 2π-periódica.

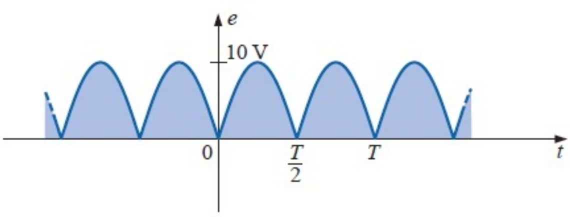
(d) A função $2L$-periódica $f(x) = \begin{cases} 0, & -L < x < -L/2, \\ 4, & -L/2 \leq x \leq L/2, \\ 0, & L/2 < x < L. \end{cases}$,

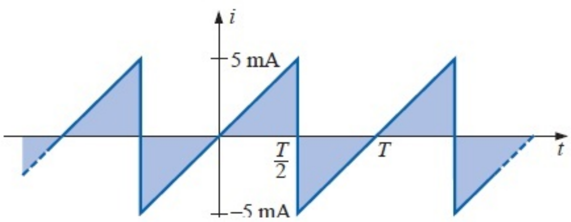
(d) $f(x) = 2\,\mathrm{sen}(x)$

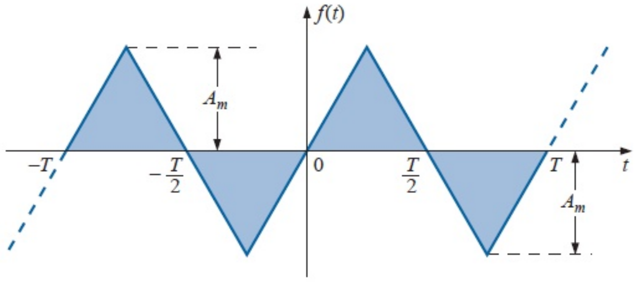
(f) $f(x) = |x|$ com $x \in [-L, L]$ e f $2L$-periódica.

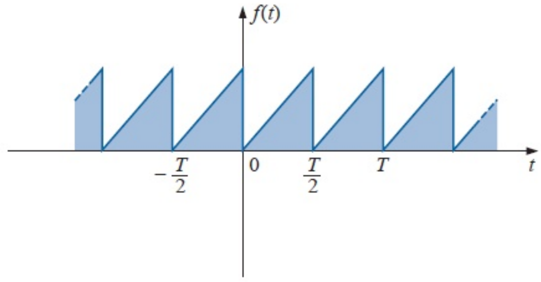
Obs.Acesse teropa.info/harmonics-explorer/ (Sound On)

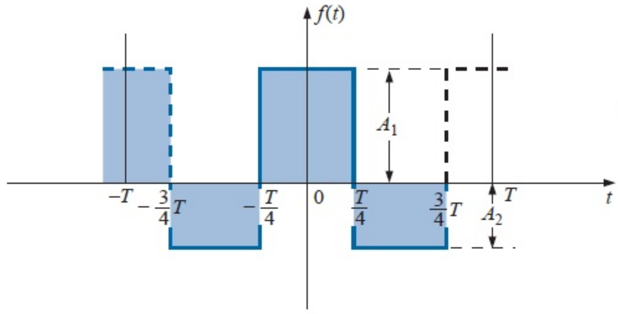
(2) Determine quais componentes da série de Fourier estão presentes nas funções abaixo representadas. As opções para estas componentes são: 1.termo DC (e seu sinal), 2.cossenos, 3.senos, 4.cossenos com coeficientes pares/ímpares; 5.senos com coeficientes pares/ímpares.

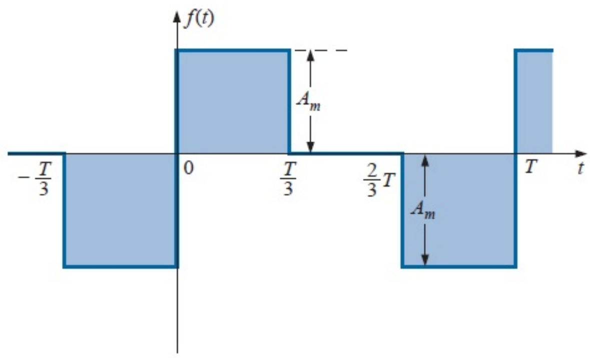












(3) Obter a Transformada de Fourier das funções abaixo. Faça os gráficos de f e $\hat{f}$.

(a) $f(x) = \begin{cases} a, & |x| < L, \\ 0, & |x| \geq L. \end{cases},$

(b) $f(x) = e^{-a|x|}$, com $x \in \mathbb{R}$.

(c) $f(x) = \begin{cases} L - |x|, & |x| < L, \\ 0, & |x| \geq L. \end{cases},$

(4) Use a transformada de Laplace para obter a solução do Problema de Valor inicial e Fronteira abaixo.

$$\begin{cases} u_{tt} - u_{xx} = 0, & x > 0 \text{ e } t > 0, \\ u(0,t) = g(t), & t > 0, \\ \lim\limits_{x \to +\infty} u(x,t) = 0, & t > 0, \\ u(x,0) = u_t(x,0) = 0, & x > 0. \end{cases}$$

(5) Use a Transformada de Fourier para obter a solução do Problema de Valor inicial e Fronteira abaixo.

$$\begin{cases} u_{tt} - u_{xx} = 0, & x \in \mathbb{R} \text{ e } t > 0, \\ u(x,0) = g(x), & x \in \mathbb{R}, \\ u_t(x,0) = 0, & x \in \mathbb{R}, \\ \displaystyle\lim_{|x| \to +\infty} u(x,t) = 0, & t > 0. \\ \displaystyle\lim_{|x| \to +\infty} u_x(x,t) = 0, & t > 0. \end{cases}$$

(6) Use a transformada de Laplace para obter a solução do Problema de Valor inicial e Fronteira abaixo, onde $c > 0$ e $k_0 > 0$ são constantes.

$$\begin{cases} u_t - c^2 u_{xx} = 0, & x > 0 \text{ e } t > 0, \\ u(x,0) = k_0, & x > 0, \\ u(0,t) = 0, & t > 0, \\ \displaystyle\lim_{x \to +\infty} u(x,t) = 0, & t > 0. \end{cases}$$

Dica: Use que $\mathcal{L}^{-1}\left\{\dfrac{e^{-a\sqrt{s}}}{s}\right\} = 1 - \operatorname{erf}\left(\dfrac{a}{2\sqrt{t}}\right)$, onde $\operatorname{erf}(t) = \dfrac{2}{\sqrt{\pi}} \displaystyle\int_0^t e^{-\tau^2} d\tau$.

Bons estudos!