

SEGUNDA AVALIAÇÃO DE CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL
III - MTM124

†
1 DE 3

PROF. JÚLIO CÉSAR DO ESPÍRITO SANTO
UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO
20 de Fevereiro de 2013 - Tipo 2.1

Aluno: _____

- (1) † Prove que

$$\iint_D (x + y) \, dx \, dy = \frac{1}{2}$$

onde D é o triângulo limitado pelas retas $x = 0$, $x = 1$, $y = 0$ e $y = x$.

- (2) Use integrais duplas para calcular a área de um laço de $r = 2a \sin 2\theta$.

- (3) † Seja o elipsóide

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} \leq 1,$$

onde a , b e c são constantes positivas.

(a) Mostre que seu volume é $\frac{4}{3}\pi abc$.

(b) Use uma mudança para coordenadas esféricas para calcular

$$\iiint_E \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} \, dx \, dy \, dz,$$

onde E é o elipsóide do *item* anterior.

- (4) Descreva a superfície dada em coordenadas esféricas por $\rho = \cos 2\theta$.

- (5) Seja a transformação

$$\varphi : \begin{cases} x = e^u \cos(v), \\ y = e^u \sin(v). \end{cases}$$

dada em $R_{uv} = \{(u, v) | u \in [0, 1], v \in [0, \pi/2]\}$. Ache a região correspondente R_{xy} no plano- xy e avalie

$$\iint_{R_{xy}} x^2 y \, dA_{xy}.$$

Boa Prova!