SEGUNDA AVALIAÇÃO DE CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL III - MTM124
†
1 DE 3

PROF. JÚLIO CÉSAR DO ESPÍRITO SANTO
UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO
20 de Fevereiro de 2013 - Tipo 2.2

Aluno: ____-

(1) † Prove que

$$\iint_D (x+y)\,dxdy = \frac{1}{2}$$

onde D é o triângulo limitado pelas retas $x=0$, $x=1$, $y=0$ e $y=x$.

(2) Use integrais duplas para calcular a área de um laço de $r = 2a\,\text{sen}\,2\theta$.

(3) † Seja o elipsóide

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} \leq 1,$$

onde a, b e c são constantes positivas.

(a) Mostre que seu volume é $\frac{4}{3}\pi abc$.

(b) Use uma mudança para coordenadas esféricas para calcular

$$\iiint_E \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} dxdydz,$$

onde E é o elipsóide do *item* anterior.

(4) Descreva a superfície dada em coordenadas esféricas por $\rho = \cos 2\theta$.

(5) A transformação

$$T : \begin{cases} x = u^2 - v^2, \\ y = 2uv. \end{cases}$$

transforma o retângulo $1 \leq u \leq 2$, $1 \leq v \leq 3$ no plano-uv em uma região R do plano-xy.

(a) Mostre que T é um-a-um. (Bijetora)

(b) Esboce R.

(c) Encontre a área de R através da fórmula da mudança de variáveis. `R.160/3.`

Boa Prova!