

SEGUNDA AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA APLICADA À ENGENHARIA DE CONTROLE E AUTOMAÇÃO - MTM146

PROF. JÚLIO CÉSAR DO ESPÍRITO SANTO
UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO
23 de Junho de 2018

Aluno: _____

- (1) Use resíduos para encontrar o valor da integral $\int_0^{\infty} \frac{dx}{x^4 + 1}$.
- (2) Calcule as integrais de linha.
- (a) $\int_j^{j/2} e^{\pi z} dz$ (b) $\oint_{|z-2|=1} \frac{5z^2 + 1 dz}{(z-2)(z+1)}$
- (3) Obtenha as expansões em Séries de Laurent da função $f(z) = \frac{1}{z-1} - \frac{1}{z-2}$ para z nas regiões (a) $0 < |z-1| < 1$ e (b) $|z-1| > 2$.
- (4) A argumentação abaixo contém erros nos cálculos. Copie-a em sua prova, corrigindo-os.

“Seja z_0 um zero de f de multiplicidade k e seja $g(z)$ uma função tal que $f(z) = (z-z_0)^k g(z)$, com $g(z_0) \neq 0$. Podemos escrever que

$$f'(z) = k(z-z_0)^{k-1}g(z) - (z-z_0)^k g'(z) \quad \text{e} \quad \frac{f'(z)}{f(z)} = \frac{k}{z-z_0} - \frac{g'(z)}{g(z)}\pi.$$

Como $g(z_0) \neq 0$, segue-se que $g'(z)/g(z)$ não tem singularidades em z_0 e, portanto, é analítica em z_0 , o que implica que o resíduo de $f'(z)/f(z)$ em z_0 é k .

Pelo teorema do resíduo, se γ é uma curva fechada simples que conténa o ponto z_0 , então

$$\frac{1}{\pi j} \int_{\gamma} \frac{f'(z)}{f(z)} dz = \text{Res}[f, z_0] = k.”$$