UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E BIOLÓGICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

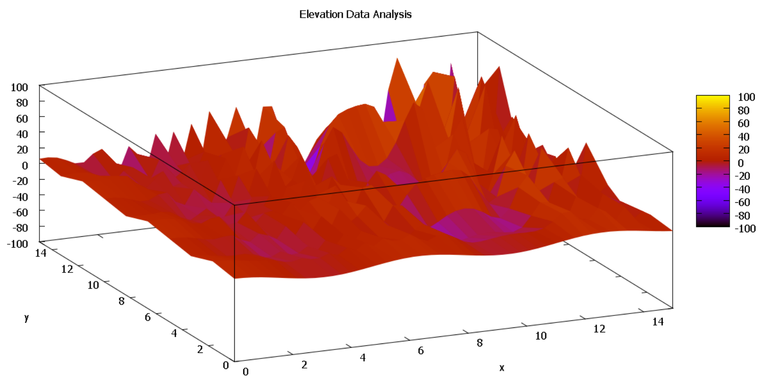
Segunda Lista de Exercícios de Cálculo Diferencial e Integral III/C - MTM124/703

Prof. Júlio César do Espírito Santo

10 de Abril de 2018

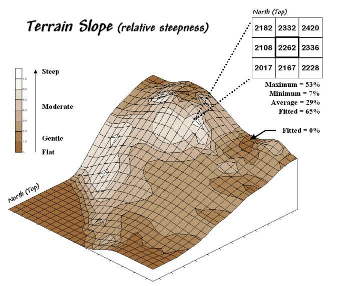
(0) *(Opcional)* Uma equipe multidisciplinar trabalhou em um grande projeto para estudo da possibilidade da instalação de uma estrutura de contenção de material industrial liquido. Após procedimento de modelagem de terreno, a seguinte função de elevação (em metros) foi obtida e plotada a seguir.

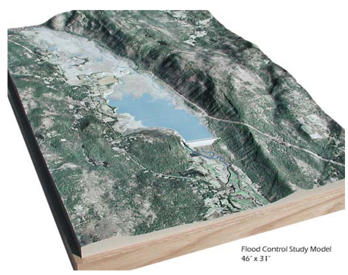
$$\begin{aligned} f(x,y) = &- .40xy\,\mathrm{sen}(((x-10)^2+(y-10)^2)) + .000125((2x-1)^3+2(2x-1)^2+x)+ \\ &+ 6\cos(x)+\mathrm{sen}(2\pi y)+\mathrm{sen}(10\pi y)+6\,\mathrm{sen}(40\pi y) \end{aligned}$$

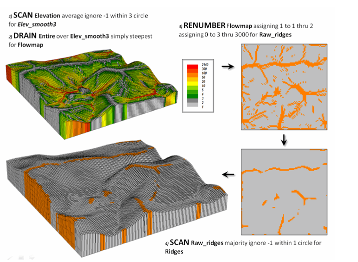


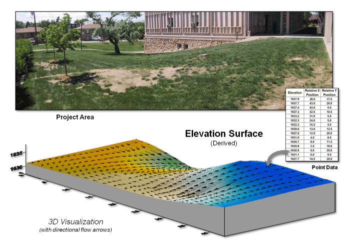
Supondo tal material homogêneo, supondo uma estrutura de contenção de 10 metros de altura a partir da referência (um quadrado $[0,15]\times[0,15]$ de $225km^2$ em $z=0$) e supondo que o terreno suporte esse material sem deformação, calcule o volume (em metros cúbicos) de material que pode ser depositado na estrutura sobre o terreno analisado.

A seguir, algumas imagens relacionadas a problemas como este.









(1) Esboce e identifique os gráficos das seguintes curvas em coordenadas polares.
(a) $r = 5$ (b)$\theta = -\pi/6$ (c) $r = 4\cos\theta$ (d) $r = 4(1 - \operatorname{sen}\theta)$

(e) $r = 8\cos 3\theta$ (f)$r^2 = 4\cos 2\theta$ (g) $r = 4\operatorname{cossec}\theta$ (h) $r = 2 - \cos\theta$

(i) $r = 2^\theta; \theta \geq 0$ (j)$r = -6(1 + \cos\theta)$ (k) $r = 2 + 4\operatorname{sen}\theta$ (l) $r^2 = -16(\operatorname{sen} 2\theta)$

(2) Identifique e escreva na forma polar: (a) $x = -3$ (b) $y = x^2$ (c) $x^2 + y^2 = 4$ (d) $x^2 - y^2 = 16$.

(3) Esboce os gráficos e identifique as seguintes superfícies.
(a) $z = y^2 - x^2$ (b) $z = xy$ (c) $z = 1 - y$ (d) $z = 1 - x^2$

(e) $z = \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9}$ (f) $x^2 + y^2 + z = 1$ (g) $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ (h) $x^2 + \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{4} = 1$

(i) $x^2 + y^2 - z^2 = 1$ (j) $x^2 - y^2 - z^2 = 1$ (k) $x^2 + y^2 - z^2 = 0$ (l) $z = x^3 - 4x$

(m) $4x^2 + 9y^2 = 36z$ (n) $x^2 - 16y^2 = 4z^2$ (o) $9x^2 + 4y^2 + z^2 = 36$ (p) $16x^2 - 4y^2 - z^2 + 1 = 0$

(4) Calcule (usando coordenadas polares) a integral a seguir.

$$\int_{-1}^{1} \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} \frac{2}{(1 + x^2 + y^2)^2} dydx$$

R.π

(5) Suponha que a área de uma dada região no plano polar seja dada pela integral abaixo.

$$A = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{3\pi}{4}} \int_{\operatorname{cossec}\theta}^{2\operatorname{sen}\theta} r dr d\theta$$

Esboce a região e calcule sua área. R.$\pi/2$

(6) Prove que $\displaystyle\iint_R e^{-(x^2+y^2)} dA = \frac{1}{4}\pi(1 - e^{-a^2})$, onde R é um quarto do circulo de raio a localizada no primeiro quadrante do plano-xy.

(7) Use coordenadas polares para mostrar que a integral dupla $\iint_R \frac{2x}{\sqrt{x^2+y^2}} dA = 1$, onde R é a região no primeiro quadrante do plano-xy limitada por $x^2 + y^2 = 1$.

(8) Use integrais duplas para calcular as áreas dos círculos $r = a$ e $r = 2a\operatorname{sen}\theta$. O que dizer sobre a área na intersecção entre estes círculos?

(9) Use integrais duplas para calcular a área de um laço de $r = 2a\cos 3\theta$. Faça o mesmo para um laço de $r = 2a\cos 2\theta$. R.$\pi a^2/2$

(10) Encontre a formula do volume da esfera de raio a. R.$4\pi a^3/3$

(11) Faz-se um buraco cilíndrico de raio b passando pelo centro de uma esfera de raio a.

(a) Calcule o volume do buraco. Observe que essa formula dá o volume da esfera quando $b = a$.
(b) Calcule o volume do sólido em forma de anel que restou. Expresse esse volume em termos da altura h do anel. Observe o fato notável de que esse volume depende apenas de h e não do raio a da esfera ou do raio b do buraco.

(12) Calcule a área englobada pelo laço direito da lemniscata $r^2 = 2a^2\cos 2\theta$. R.$a^2/2$

(13) Calcule o volume do sólido que se encontra no primeiro octante e delimitado pelo plano $y = \sqrt{3}$ e pelo parabolóide hiperbólico $z = y^2 - x^2$. Desenhe esse o sólido. R.$3/2$

(14) Use integração tripla para mostrar que o volume do sólido limitado pelo cilindro $x^2 + y^2 = 25$, pelo plano $x + y + z = 8$ e pelo plano-xy é 200π unidades cúbicas de volume.

Bom Estudo!