TERCEIRA AVALIAÇÃO DE CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL III - MTM124

Prof. Júlio César do Espírito Santo

Universidade Federal de Ouro Preto

05 de Abril de 2013 - $\bigotimes$ 007

Aluno: ____-

(1) Deseja-se usar uma integral tripla para calcular o volume do sólido $\mathcal{Q}$ limitado pelas superfícies

$$y = 0, \quad z = 0, \quad y = 1 - x^2 \quad \text{e} \quad y + z = 2.$$

(a) Esboce $\mathcal{Q}$ detalhadamente

(b) Calcule corretamente a integral.

(2) Calcule $\nabla \times \mathbf{F}$ e $\nabla \cdot \mathbf{F}$ do campo $\mathbf{F}(x, y, z) = z\mathbf{i} + y\mathbf{j} + x\mathbf{k}$ e decida se $\mathbf{F}$ é:

(a) irrotacional e/ou (b) imcompressível.

(3) Deseja-se encontrar o fluxo do campo $\mathbf{F}$ (da questão 2) através da fronteira do sólido $\mathcal{Q}$ (da questão 1).

(a1) Enuncie o Teorema da Divergência

(a2) Indique exatamente qual das integrais fornece o fluxo.

(b) Dê o valor esta integral.

(4) Use uma integral de linha para

(a) Calcule $\displaystyle\int_\gamma xzdx + (y + z)dy + xdz$, onde γ dada por $x(t) = e^t$, $y(t) = e^{-t}$ e $z(t) = e^{2t}$; $t \in [0, 1]$.

(b) Calcule o comprimento da ellipse

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1.$$

(5) Use uma integral de superfície para provar que

(a) A área da superfície esférica de raio a parametrizada por

$$\Gamma(u, v) = a \operatorname{sen} u \cos v\mathbf{i} + a \operatorname{sen} u \operatorname{sen} v\mathbf{j} + a \cos v\mathbf{k}$$

onde $u \in [0, \pi]$ e $v \in [0, 2\pi]$ é igual a $A = 4\pi a^2$.

(b) A área da superfície em forma de toro parametrizada por

$$\Gamma(u, v) = (a + b \cos u) \cos v\mathbf{i} + (a + b \cos u) \operatorname{sen} v\mathbf{j} + b \operatorname{sen} u\mathbf{k}$$

onde $u \in [0, 2\pi]$ e $v \in [0, 2\pi]$ é igual a $A = 4\pi^2 ab$.

Boa Prova!