

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO**  
**INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E BIOLÓGICAS**  
**DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA**

Terceira Lista de Exercícios de Cálculo Diferencial e Integral I - MTM122

Prof. Júlio César do Espírito Santo

14 de Outubro de 2016

- (1) Se  $f$  é uma função polinomial do primeiro grau com  $f(-1) = 2$  e  $f(2) = 3$ , escreva a função  $f$ .
- (2) Encontre a equação de uma função afim cujo gráfico passe pelo ponto  $P = (2, 3)$  com inclinação  $m = -2$ . Trace o gráfico.
- (3) Encontre a equação da reta que passe pelos pontos  $(-1, 3)$  e  $(-2, 1)$ . Calcule sua inclinação.
- (4) Se  $S$  é uma reta que passa pelo ponto  $(4, 4)$  e é perpendicular a reta

$$x + 2y = 6,$$

encontre a equação da reta  $S$ . Em que ponto  $S$  intersecta a reta acima? Desenhe as duas retas em um mesmo plano cartesiano. (Use a mesma escala nos eixos).

- (5) Determine o (maior) domínio das funções  $f$  e  $g$  a seguir.

$$f(x) = \sqrt{\frac{2x-3}{3x-2}} \quad \text{e} \quad g(x) = \frac{\sqrt{2x-3}}{\sqrt{3x-2}}.$$

- (6) Use um mesmo plano cartesiano para traçar o gráfico de  $g$  e  $h$  em cada item abaixo.

(a)  $g(x) = 2x - 2$  e  $h(x) = -(1/2)x + 3$

(b)  $g(x) = x^2 + 2x + 2$  e  $h(x) = -(1/2)x^2 + (3/2)x + 1$

(c)  $g(x) = x^2$  e  $h(x) = x^3$

- (7) Construa, no mesmo plano cartesiano, o gráfico das funções

$$f(x) = -\frac{x^2}{2} + \frac{x}{2} + 1 \quad \text{e} \quad g(x) = -x + \frac{1}{2}.$$

Ainda no mesmo plano cartesiano trace as retas que tenham  $g(x_0)$  como coeficiente angular e passe pelos pontos  $P = (x_0, f(x_0))$ , onde:

(a)  $x_0 = -1$ ,

(b)  $x_0 = 0$ ,

(c)  $x_0 = 1/2$ ,

(d)  $x_0 = 1$ ,

(e)  $x_0 = 2$ .

- (8) Faça, no mesmo plano cartesiano, o gráfico das seguintes hipérbolas. (Use cores diferentes para cada, se possível)

(a)  $y = \frac{1}{x}$     (b)  $y = \frac{2}{x}$     (c)  $y = \frac{3}{x}$     (d)  $y = -\frac{2}{x}$     (e)  $y = \frac{0,5}{x}$

- (9) (*Assíntotas*) Chamamos as retas  $x = h$  e  $y = k$  de assíntotas da hipérbole de equação  $(x - h)(y - k) = c$ , com  $c \neq 0$ . Esboce o gráfico das seguintes hipérbolas e inclua, no mesmo desenho, suas assíntotas.

$$(a) (x + 2)(y - 1) = 4 \quad (b) y = \frac{x + 6}{x + 2} \quad (c) (x + 2)(y - 1) = -4$$

$$(d) y = \frac{x - 2}{x + 2} \quad (e) y = \frac{7}{x - 6} \quad (f) xy = 1.$$

- (10) Se na expressão  $(x - h)(y - k) = c$ , tivermos  $c = 0$ , estaremos diante de uma "hipérbole degenerada". Esboce o gráfico de  $(x + 2)(y - 2) = 0$ . Esta equação representa uma função  $y = f(x)$ ?

- (11) Determine se a função  $f(x) = -4x^2 - 20x - 25$  tem ponto de máximo ou de mínimo e calcule suas coordenadas. Esboce o gráfico desta função e faça o estudo de sinal.

- (12) Resolva as inequações abaixo e em seguida construa (no mesmo plano) o gráfico de cada uma das funções de primeiro ou segundo grau que aparecem nas inequações.

$$(a) x^2 - x - 2 > 0 \quad (b) \frac{x^2 - 1}{2x - x^2} > 0$$

$$(c) -x \leq x^2 - 6 < -x^2 + 6x - 6 \quad (d) (x^2 - x - 6)(x^2 - x + 1) < 0$$

- (13) Construa os gráficos das seguintes funções

$$(a) f(x) = 2 + (x - 1)^3 \quad (b) f(x) = -\frac{2}{(x - 1)^2}$$

$$(c) f(x) = \frac{1}{x^2 + 1} \quad (d) f(x) = \frac{x - 1}{x + 4}$$

$$(e) f(x) = (|x - 2| - 2)^2 \quad (f) f(x) = \begin{cases} 3, & \text{se } x < -2; \\ | -x^2 + 1 |, & \text{se } |x| \leq 2; \\ -(3/2)(x - 2) + 3, & \text{se } 2 < x \leq 4; \\ x^2 - 8x + 16, & \text{se } x > 4. \end{cases}$$

- (14) A notação  $[x]$  (lê-se piso de  $x$ ) é usada para indicar o maior inteiro que é menor ou igual a um número real  $x$ . Por exemplo,  $[1] = 1$ ,  $[2, 2] = 2$ ,  $[\pi] = 3$  e  $[-1, 7] = -2$ . Esboce os gráficos das seguintes funções

$$(a) y = [x] \quad (b) y = [2x] \quad (c) y = x - [x]$$

$$(d) y = \sqrt{x - [x]} \quad (e) y = [x] + \sqrt{x - [x]} \quad (f) y = \sqrt{x} - [\sqrt{x}], 0 \leq x \leq 9$$

- (15) Das funções abaixo, diga quais representam funções pares e quais representam funções ímpares (ou nem par nem ímpar).

- (a)  $f(x) = x^3$       (b)  $f(x) = |x|$       (c)  $f(x) = 3x^4 - 2x^2 + 1$       (d)  $f(x) = 5x^3 - 2x$
- (e)  $f(s) = s^2 + 2s + 2$     (f)  $f(t) = t^6 - 4$     (g)  $f(x) = |x|$       (h)  $f(y) = \frac{y^3 - y}{y^2 + 1}$
- (i)  $f(x) = |[x]|$       (j)  $y = \frac{x^3 + x}{x^2 + 1}$       (k)  $f(x) = 1/x$       (l)  $f(x) = 1/|x|$

(16) Verifique que se  $f(x) = ax + b$ , então

$$f\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right) = \frac{f(x_1) + f(x_2)}{2}.$$

Isto é verdade para  $f(x) = x^2$ ?

(17) Encontre  $f(f(x))$ , onde  $f(x) = (1 + x)/(1 - x)$ .

(18) Dê exemplos e trace gráficos de funções injetivas, sobrejetivas e bijetivas. Dê exemplos de funções injetivas que não são sobrejetivas e de funções sobrejetivas que não são injetivas. Trace os gráficos.

(19) Esboce o gráfico das funções de  $\mathbb{R}$  em  $\mathbb{R}$  abaixo e, segundo seu comportamento *em todo seu domínio*, classifique as funções em (I)injetora, (S)sobrejetora, (B)bijetora, (P)par, (IM)ímpar, (C)crescente, (D)decrecente, (PE)periódica ou (NP)não periódica.

- (a)  $y = x$       (b)  $y = x^2$       (c)  $y = x^3$
- (d)  $y = |x|$       (e)  $y = \cos(x)$       (f)  $y = e^x$

(20) Relacione as funções abaixo com sus gráficos. Decida se são pares impares ou nenhuma das duas.

- (a)  $f_1(x) = 5x^3 + 6x^2 + 1$       (b)  $f_2(x) = -x^6 + 3x^4 - 2x^2 - x + 1$
- (c)  $f_3(x) = x^5 + 2x^2 - 3x$       (d)  $f_4(x) = 2(x - 1) + 3$
- (e)  $f_5(x) = 5x^2 + 2x - 3$       (f)  $f_6(x) = x^4 - 2x^2$

